

初三数学试卷

试卷说明：本试卷满分 100 分，考试时间为 60 分钟。

一、选择题

1. 抛物线  $y = (x + 1)^2 - 2$  的顶点坐标是 (D)

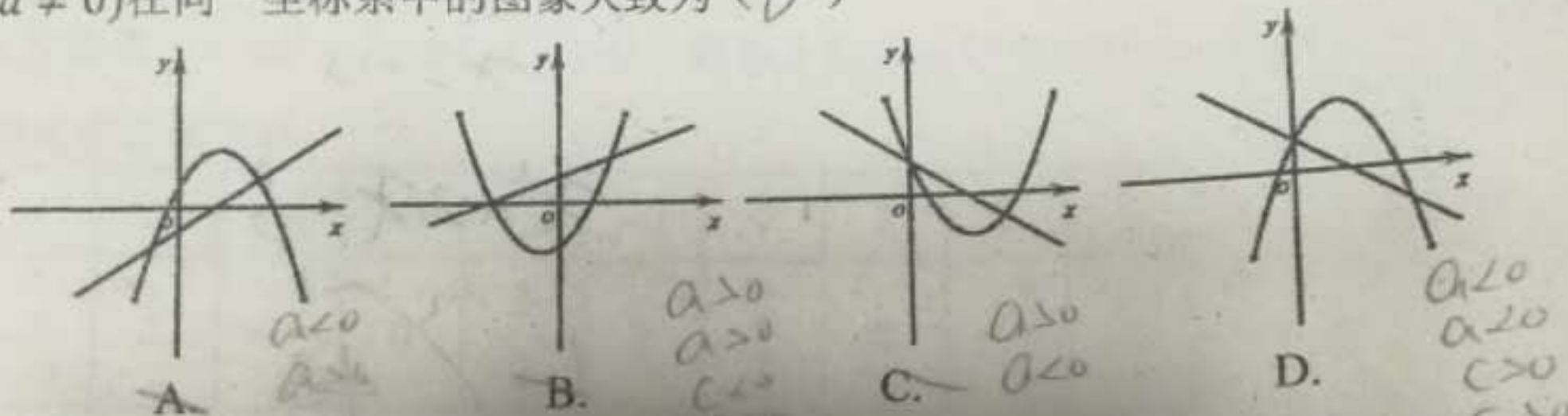
- A. (1, 2)      B. (1, -2)      C. (-1, 2)      D. (-1, -2)

2. 将抛物线  $y = 2x^2$  向右平移 1 个单位，再向下平移 3 个单位得到的抛物线表达式是 (B)

A.  $y = 2(x + 1)^2 + 3$       B.  $y = 2(x - 1)^2 - 3$

C.  $y = 2(x - 1)^2 + 3$       D.  $y = 2(x + 1)^2 - 3$

3. 如图所示，二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与一次函数  $y = ax + c$  上 ( $a \neq 0$ ) 在同一坐标系中的图象大致为 (D)



4. 已知函数  $y = x^2 - 4x - 4$ ，当函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小时， $x$  的取值范围是 (A)

- A.  $x < 2$       B.  $x > 2$       C.  $x > -4$       D.  $-2 < x < 4$

5. 若二次函数  $y = x^2 - 6x + c$  的图像过若二次函数  $y = x^2 - 6x + c$  的图

像过  $A(-1, y_1), B(2, y_2), C(3 + \sqrt{2}, y_3)$ ，则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 (B)

A.  $y_1 > y_2 > y_3$       B.  $y_1 > y_3 > y_2$

C.  $y_2 > y_1 > y_3$       D.  $y_3 > y_1 > y_2$



6. 如果关于二次函数  $y = x^2 - x + \frac{1}{4}m - 1$  与  $x$  轴有公共点, 那么  $m$  的取值范围是 (C)

- A.  $m > 5$     B.  $m \geq 5$     C.  $m \leq 5$     D.  $m < 5$

7. 二次函数  $y = a(x+k)^2 + k$ , 当  $k$  取不同的实数值时, 图象顶点所在的直线是 (C)

- A.  $y = x$     B.  $x$  轴    C.  $y = -x$     D.  $y$  轴

8. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  上部分点的横坐标  $x$  与纵坐标  $y$  的对应值如下表:

$x$	...	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	3	0	-1	$m$	3	...

有以下几个结论:

- ① 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的开口向下;  
 ② 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的对称轴为直线  $x = -1$ ;  
 ③ 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根为 0 和 2;  
 ④ 当  $y > 0$  时,  $x$  的取值范围是  $x < 0$  或  $x > 2$ .

其中正确的是 (D)

- A. ①④    B. ②④    C. ②③    D. ③④

## 二、填空题

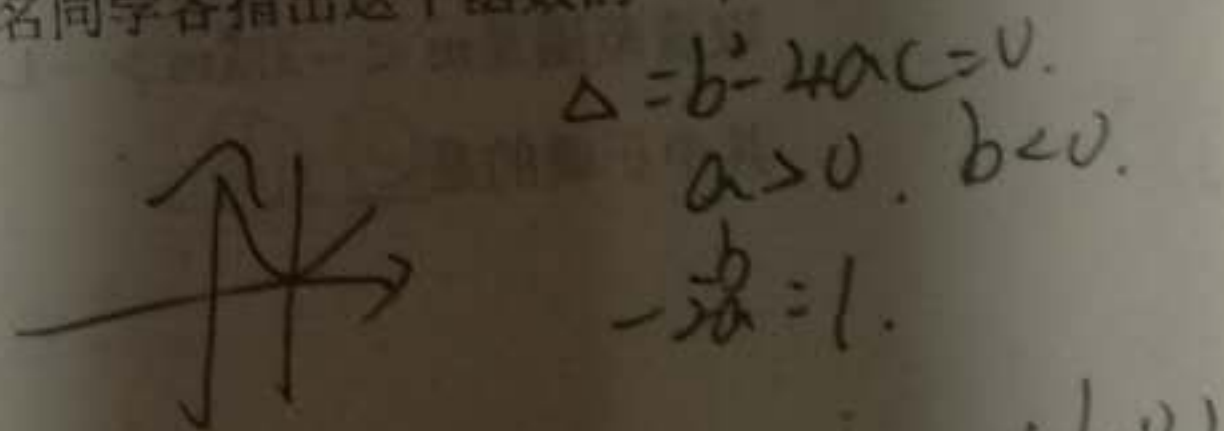
9. 如果函数  $y = (m-1)x^{m^2+1} + 3x$  是关于  $x$  的二次函数, 则  $m =$  \_\_\_\_\_

10. 老师给出一个二次函数, 甲、乙、丙三名同学各指出这个函数的一个性质.

- 甲: 函数图象的顶点在  $x$  轴上; ✓  
 乙: 当  $x < 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小; ✓  
 丙: 函数有最小值; ✓

已知这三位同学的描述都正确, 请你写出满足上述所有性质的一个二次函数表达式

$y = 2x^2 - 4x + 2$



$\Delta = b^2 - 4ac = 0$   
 $a > 0, b < 0$   
 $-\frac{b}{2a} = 1$

$y = 2(x-1)^2$



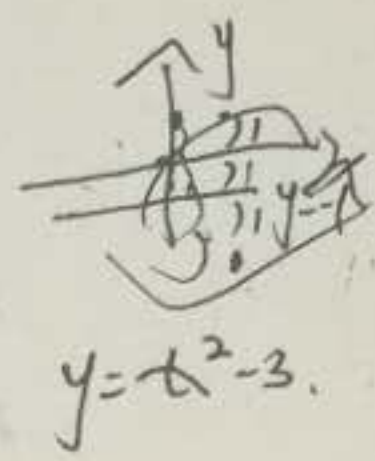
$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{4} = 1$

$y = 2(x-1)^2$

11. 函数  $y = x^2 + 4x + 2$  的最小值是 -2.  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$ .

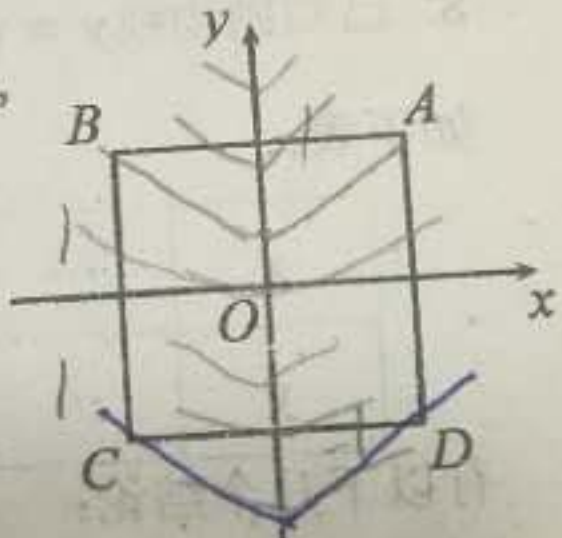
12. 一个二次函数的图象与  $y = -2x^2 + x - 1$  的图象形状相同, 且当  $x = 3$  时,  $y$  有最大值 2, 则此函数的解析式为  $y = -2(x-3)^2 + 2$

13. 求抛物线  $C_1: y = -x^2 + 1$  关于直线  $y = -1$  对称的抛物线的解析式为  $y = x^2 - 3$ .  
 $a < 0$   
 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{-2} = 0$   $2x - 1 - 1 = -3$   
 $(0, 1)$   $(0, -3)$



14. 已知  $a, b, c$  满足  $a - b + c = 0$ ,  $4a + c = 2b$ , 则关于  $x$  的二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象与  $x$  轴的交点坐标为  $(-1, 0)$   $(-2, 0)$ .

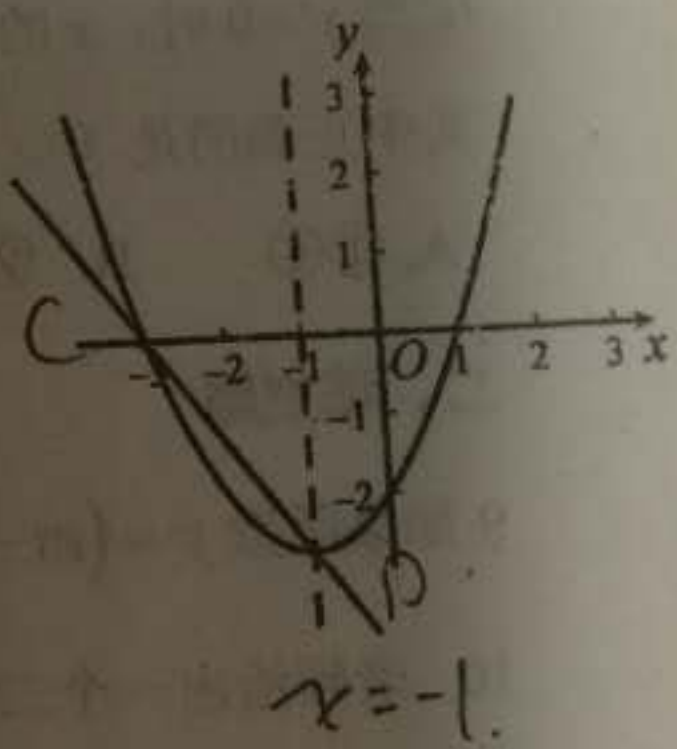
15. 如图, 在坐标系中, 点  $O$  是边长为 2 的正方形  $ABCD$  的中心. 函数  $y = x^2 + c$ , 使它的图象与正方形  $ABCD$  有公共点, 则  $c$  的取值范围是  $-1 \leq c \leq 1$



Handwritten notes for problem 15:  
 $x^2 + c$  经过  $D(1, -1)$   
 $-1 = 1 + c$   
 $c = -2$   
 $x^2 + c$  经过  $(0, 1)$   
 $1 = 0 + c$   
 $c = 1$   
 $-2 \leq c \leq 1$

16. 已知二次函数  $y_1 = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 和一次函数  $y_2 = kx + n$  ( $k \neq 0$ ) 的图象如图所示, 下面有四个推断:

- ① 二次函数  $y_1$  有最大值
- ② 二次函数  $y_1$  的图象关于直线  $x = -1$  对称
- ③ 当  $x = -2$  时, 二次函数  $y_1$  的值大于 0
- ④ 过动点  $P(m, 0)$  且垂直于  $x$  轴的直线与  $y_1, y_2$  的图象的交点分别为  $C, D$ , 当点  $C$  位于点  $D$  上方时,  $m$  的取值范围是  $m < -3$  或  $m > -1$ .



其中正确的是 ② ④.

Handwritten note:  $y_1 > y_2$



三、解答题

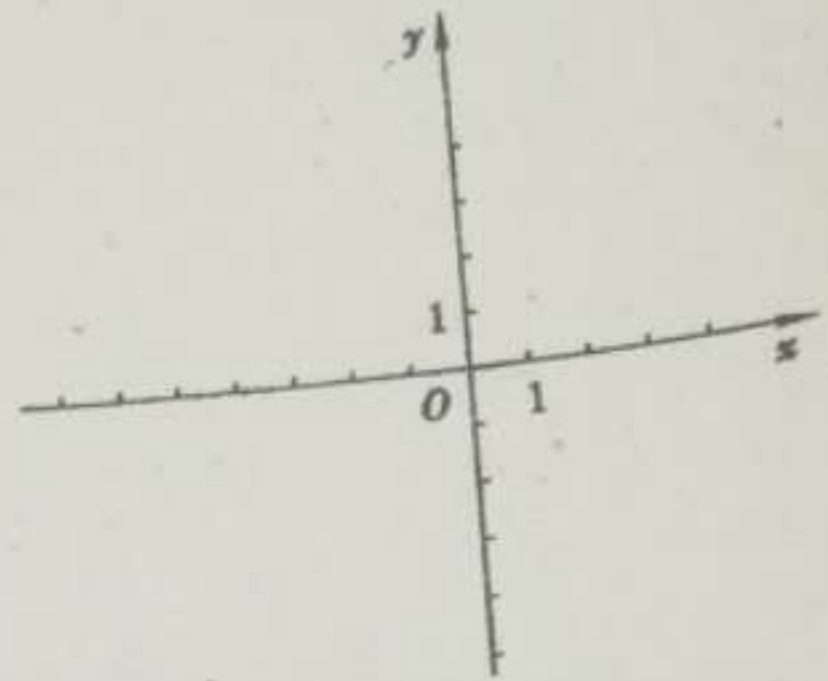
17. 已知抛物线  $C_1: y = x^2 + 2x - 3$ .

抛物线	顶点坐标	与 x 轴交点坐标		与 y 轴交点坐标
抛物线 $C_1: y = x^2 + 2x - 3$	A( )	B( )	(1, 0)	(0, -3)

(1) 补全表中 A, B 两点的坐标, 并在所给的平面直角坐标系中, 画出抛物线  $C_1$ ;

(2) 结合图象回答

- 1) 当  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_时,  $y$  随  $x$  的增大而增大;
- 2) 当  $x$ \_\_\_\_\_时,  $y > 0$ ;
- 3) 当  $-3 < x < 0$  时,  $y$  的取值范围\_\_\_\_\_.

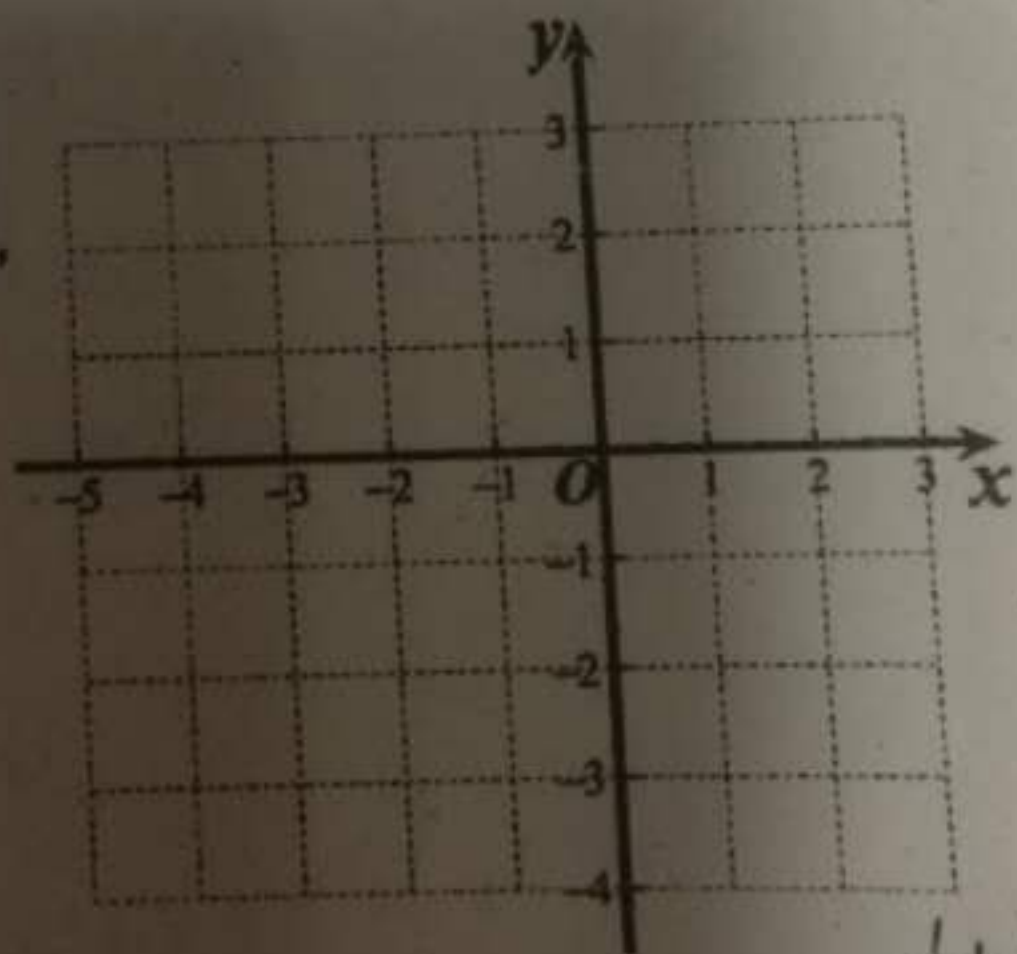


18. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 图象上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  的对应值如下表:

$x$	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...	$-\frac{5}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{5}{2}$	...

$$\frac{-3+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

- (1) 求这个二次函数的解析式;
- (2) 在图中画出此二次函数的图象;
- (3) 结合图象, 直接写出当  $y > \frac{3}{2}$  时, 自变量  $x$  的取值范围.



$$-\frac{1}{2} + \frac{4}{2}$$

$$24 - 2x > 0$$

$$\rightarrow x > -12$$

$$x < 12$$

$$24 - 2x \leq 20$$

$$\rightarrow -2x \leq -4$$

$$x \geq 2$$

$$2 \leq x < 12$$

$$24 - 2x > 0$$

$$\rightarrow x > -12$$

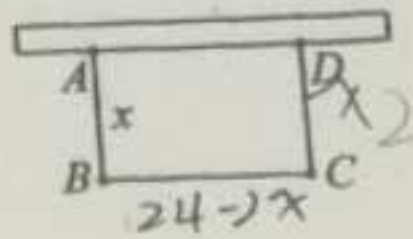
19. 如图, 有长为24m的篱笆, 围成长方形的花圃, 且花圃的一边为墙体(墙体的最大可用长度为20m).

设花圃的面积为  $y \text{ m}^2$ ,  $AB$  的长为  $x \text{ m}$ .

- (1) 求  $y$  与  $x$  函数关系式, 并写出  $x$  的取值范围;
- (2)  $x$  为何值时,  $y$  取得最大值? 最大值是多少?

$$y = -2x^2 + 24x$$

$$2 \leq x \leq 8$$



$$24 - 2x > 0$$

$$x < 12$$

$$y = -2(x^2 - 12x + \dots) + 72$$

$$y = -2x^2 + 24x + 72$$

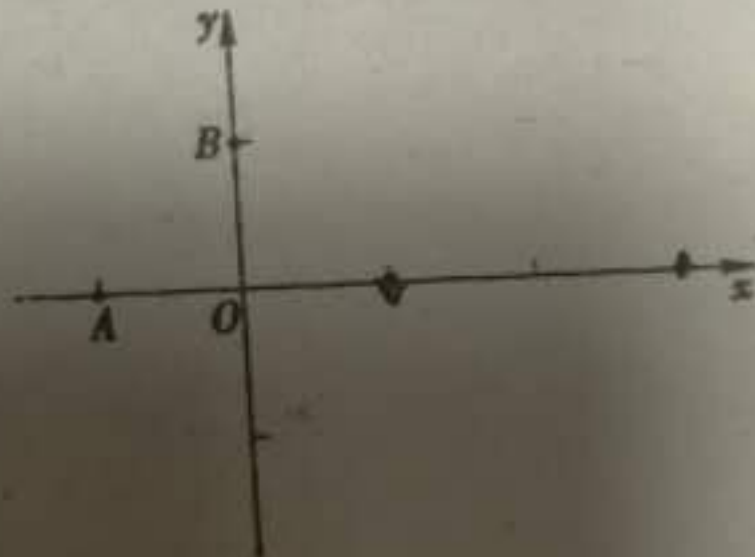
20. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $M: y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 经过  $A(-1, 0)$ , 且顶点坐标为  $B(0, 1)$ .

- (1) 求抛物线  $M$  的函数表达式;
- (2) 设  $F(t, 0)$  为  $x$  轴正半轴上一点, 将抛物线  $M$  绕点  $F$  旋转  $180^\circ$  得到抛物线  $M_1$ .

① 抛物线  $M_1$  的顶点  $B_1$  的坐标为  $(t, -1)$

② 当抛物线  $M_1$  与线段  $AB$  有公共点时, 结合函数的图象, 求  $t$  的取值范围.

$$-1 \leq t \leq 1$$



$$-1 \leq t \leq 1$$