2021北京171中初三（上）期中

数　　学

一、选择题（本题共30分，每小题3分）

1. 若关于 x 的方程（$m-1$）$x^2+mx-1=0$ 是一元二次方程，则 m 的取值范围是（　　）

A. $m\neq1$　　　　B. $m=1$　　　　C. $m\geq1$　　　　D. $m\neq0$

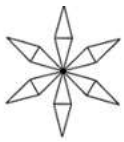
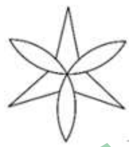
2. 用配方法解关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x-5=0$，配方正确的是（　　）

A. $(x-1)^2=4$　　　　B. $(x+1)^2=4$　　　　C. $(x+1)^2=6$　　　　D. $(x-1)^2=6$

3. 方程 $x^2-x+3=0$ 的根的情况是（　　）

A. 有两个不相等的实数根　　　　B. 有两个相等的实数根　　C. 无实数根　　D. 只有一个实数根

4. 下面是利用图形变化 知识设计的一些美丽的图案，其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A 　B. 　C. 　D. 

5. 若一个扇形 圆心角为90°，半径为6，则该扇形的面积为（　　）

A. $\frac{3\pi}{2}$　　　　B. 3π　　　　C. 6π　　　　D. 9π

6. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象是抛物线G，自变量x与函数y的部分对应值如下表：

x	…	-5	-4	-3	-2	-1	0	…
y	…	4	0	-2	-2	0	4	…

下列说法正确的是（　　）

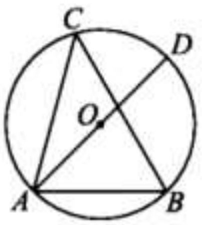
A. 抛物线G的开口向下

B. 抛物线G的对称轴是直线 $x=-2$

C. 抛物线G与y轴的交点坐标为(0，4)

D. 当x＞-3时，y随x的增大而增大

7. 如图所示，已知⊙O 中，半径的长为5cm，测得圆周角∠ACB＝45°，则弦 AB 的长为（　　）



A. $5\sqrt{2}$ cm　　B. $10\sqrt{2}$ cm　　C. $15\sqrt{2}$ cm　　D. $20\sqrt{2}$ cm

8. 已知⊙O 的半径为 5cm，点 P 在⊙O 外，则 OP 的长（　　）

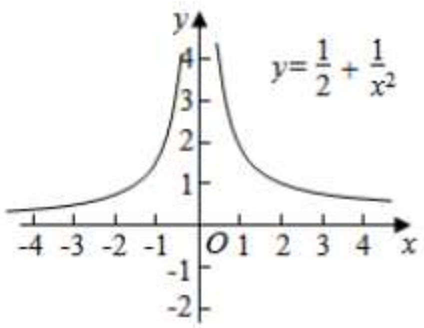
A. 小于 5cm　　B. 大于 5cm

C. 小于 10cm　　D. 不大于 10cm

9. A（$-\frac{1}{2}$，y_1），B（1，y_2），C（4，y_3）三点都在二次函数 $y=-(x-2)^2+k$ 的图象上，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系为（　　）

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_1<y_3<y_2$　　C. $y_3<y_1<y_2$　　D. $y_3<y_2<y_1$

10. 函数 $y=\frac{1}{2}+\frac{1}{x^2}$ 的图象如图所示，若点 P_1（x_1，y_1），P（x_2，y_2）是该函数图象上的任意两点，下列结论中错误的是（　　）



A. $x_1\neq0$，$x_2\neq0$　　B. $y_1>\frac{1}{2}$，$y_2>\frac{1}{2}$

C. 若 $y_1=y_2$，则$|x_1|=|x_2|$　　D. 若 $y_1<y_2$，则 $x_1<x_2$

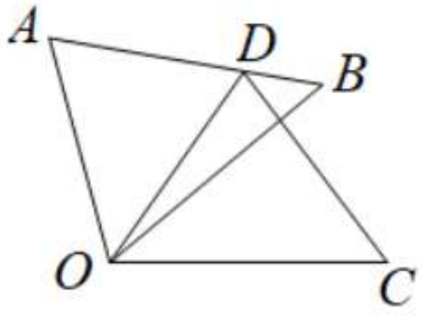
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11. 将抛物线 $y=x^2$ 向下平移 2 个单位长度，平移后抛物线的解析式为______.

12. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为（－2，3），若点 A 与点 B 关于原点 O 对称，则 B 点的坐标为____.

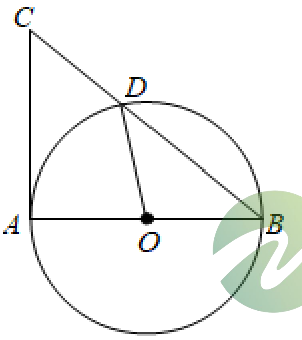
13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+2m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是________.

14. 如图，△ODC 是由△OAB 绕点 O 顺时针旋转 40°后得到的图形，若点 D 恰好落在 AB 上，且∠AOC=105°，则∠C=____°.

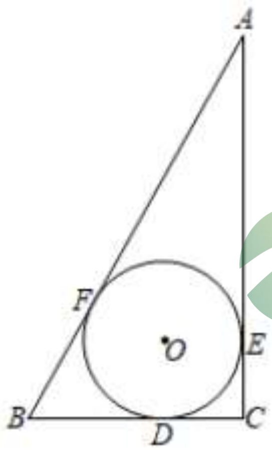


15. 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的最小值是_________.

16. 如图，AB 是⊙O 的直径，AC 是⊙O 的切线，A 为切点，BC 与⊙O 交于点 D，连接 OD．若∠C＝50°，则∠AOD 的度数为____．



17. 《九章算术》是我国古代数学名著，也是古代东方数学的代表作之一．书中记载了一个问题：“今有勾五步，股十二步，问勾中容圆半径几何？”译文：“如图，今有直角三角形，勾（短直角边）长为 5 步，股（长直角边）长为 12 步，问该直角三角形能容纳的圆（内切圆）的半径是多少步？”根据题意，该直角三角形内切圆的半径为____步．

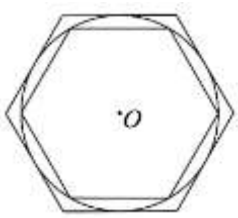


18. 2020 年 3 月 14 日是全球首个国际圆周率日（π Day）．历史上求圆周率 π 的方法有多种，与中国传统数学中的“割圆术”相似．数学家阿尔·卡西的计算方法是：当正整数 n 充分大时，计算某个圆的内接正 6n 边形的周长和外切正 6n 边形（各边均与圆相切的正 6n 边形）的周长，再将它们的平均数作为 2π 的近似值．当 n=1 时，右图

是⊙O 及它的内接正六边形和外切正六边形.

（1）若⊙O 的半径为 1，则⊙O 的内接正六边形的边长是________；

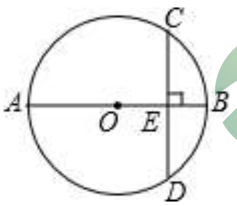
（2）按照阿尔·卡西的方法，计算 n=1 时 π 的近似值是________.（结果保留两位小数）（参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.732$）



三、解答题（本题共 54 分）

19. 解方程：$2x^2-x-3=0$.

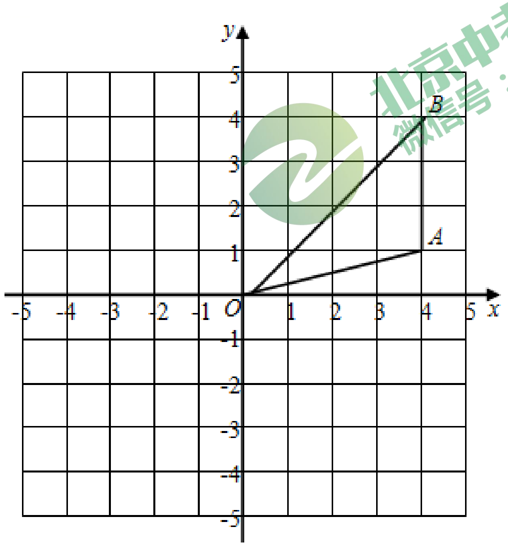
20. 如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，若 $AB=10$，$EB=2$，求弦 CD 的长.



21. 正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1 个单位长度，在平面直角坐标系中，△OAB 的三个顶点 O（0，0），A（4，1），B（4，4）均在格点上.

（1）画出△OAB 绕原点 O 顺时针旋转 90°后得到 △OA_1B_1，并写出点 A_1 的坐标.

（2）求点 A 到点 A_1 经过 路径长.

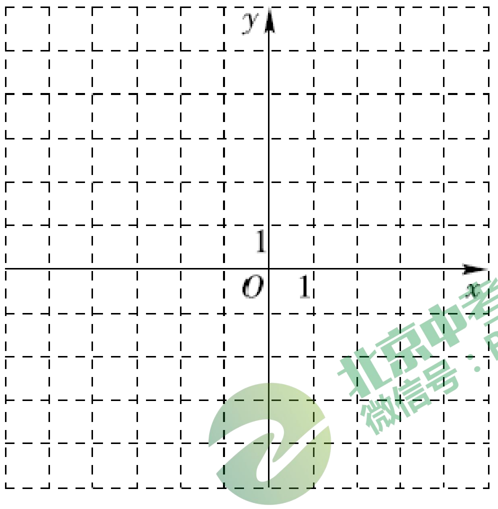


22. 已知一个二次函数图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如表所示：

x	……	-3	-2	-1	0	1	……
y	……	0	-3	-4	-3	0	……

（1）求这个二次函数的表达式；

（2）在给定的平面直角坐标系中画出这个二次函数的图象；



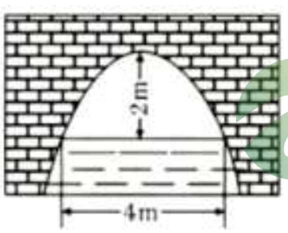
（3）当-3<x<1 时，直接写出 y 的取值范围．

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+3)x+2k+2=0$．

（1）求证：不论 k 为何值，方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根小于 1，求 k 的取值范围．

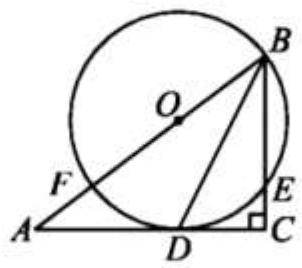
24. 如图所示的抛物线型拱桥，当拱顶离水面 2m 时，水面宽 4m．若受气候影响，水位发生改变，当水面宽为 6m 时，求此时水面到拱顶的距离为多少米？



25. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 O 在 AB 上，以点 O 为圆心，OB 长为半径的圆经过点 D，交 BC 于点 E，交 AB 于点 F．

（1）求证：AC 是⊙O 的切线；

（2）若 $CE=2$，$CD=4$，求半径的长．



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=x^2-2ax+b$ 的顶点在 x 轴上，P（x_1，m），Q（x_2，m）（$x_1<x_2$）是此抛物线上的两点．

（1）若 $a=1$．

①当 $m=b$ 时，求 x_1，x_2 的值；

②将抛物线沿 y 轴平移，使得它与 x 轴的两个交点间的距离为 4，试描述出这一变化过程；

（2）若存在实数 c，使得 $x_1\le c-1$，且 $x_2\ge c+7$ 成立，则 m 的取值范围是_______．

27. 如图 1，在等边△ABC 中，CD 为中线，点 Q 在线段 CD 上运动，将线段 QA 绕点 Q 顺时针旋转，使得点 A 的对应点 E 落在射线 BC 上，连接 BQ，设∠DAQ=α（0°＜α＜60°且 α≠30°）.

（1）当 0°＜α＜30°时，

①在图 1 中依题意画出图形，并求∠BQE（用含 α 的式子表示）；

②探究线段 CE，AC，CQ 之间的数量关系，并加以证明；

（2）当 30°＜α＜60°时，直接写出线段 CE，AC，CQ 之间的数量关系．

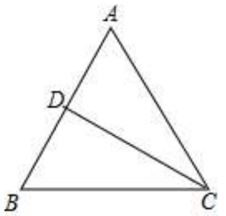
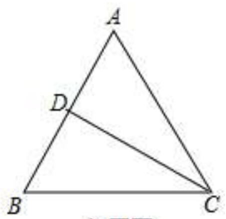
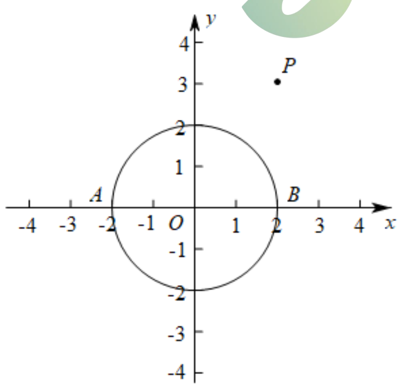


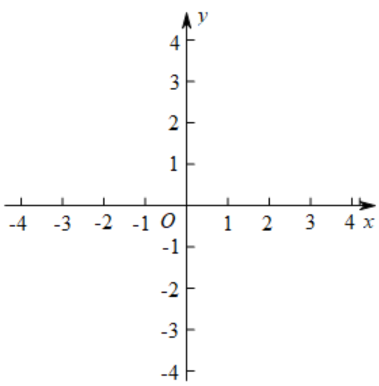
图1



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 坐标为（2，3），点 Q 为图形 M 上一点．我们将线段 PQ 长度的最大值与最小值之间的差定义为点 P 视角下图形 M 的“宽度”．





（1）如图，⊙O 半径为 2，与 x 轴分别交于点 A，B.

①在点 P 视角下，⊙O 的“宽度”为______，线段 AB 的“宽度”为______.

②点 G（m，0）为 x 轴上一点，若在点 P 视角下，线段 AG 的“宽度”为 2，求 m 的取值范围

（2）⊙C 的圆心在 x 轴上，且半径为 r（$r>1$），一次函数 $y=x+1$ 的图象与 x 轴，y 轴分别交于点 D，E．若线段 DE 上存在点 K，使得在点 K 视角下，⊙C 的“宽度”可以为 2，求圆心 C 的横坐标 x_C 的取值范围.

2021 北京 171 中初三（上）期中数学

参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义可得 $m-1\neq0$，再解即可．

【详解】解：由题意得：$m-1\neq0$，

解得：$m\neq1$，

故选：A．

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义，注意掌握只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程．

2. 【答案】D

【解析】

【分析】常数项移到方程的左边，两边都加上 1 配成完全平方式即可得出答案．

【详解】解：$\because x^2-2x-5=0$，

$\therefore x^2-2x=5$，

则 $x^2-2x+1=5+1$，即 $(x-1)^2=6$，

故选 D．

【点睛】本题主要考查配方法解一元二次方程的能力，解题的关键是熟练掌握用配方法解一元二次方程的步骤．

3. 【答案】C

【解析】

【分析】把 $a=1$，$b=-1$，$c=3$ 代入 $\triangle=b^2-4ac$ 进行计算，然后根据计算结果判断方程根的情况．

【详解】$\because a=1$，$b=-1$，$c=3$，

$\therefore \triangle=b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times3=-11<0$，

所以方程没有实数根．

故选 C.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$，a，b，c 为常数）的根的判别式$\triangle=b^2-4ac$．当$\triangle>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$ 时，方程没有实数根.

4. 【答案】A

【解析】

【分析】根据图形　性质和轴对称图形与中心对称图形的定义解答.

【详解】A 、既是轴对称图形又是中心对称图形，选项正确；

B 、不是轴对称图形，是中心对称图形，选项错误；

C 、是轴对称图形，不是中心对称图形，选项错误；

D 、是轴对称图形，不是中心对称图形，选项错误.

故选： A .

【点睛】本题考查了中心对称图形和轴对称图形的定义，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后与原图重合.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据扇形公式 $S_{扇形}=\dfrac{n\pi R^2}{360}$，代入数据运算即可得出答案.

【详解】解：由题意得，n=90°，R=6，

$$S_{扇形}=\frac{n\pi R^2}{360}=\frac{90\pi 6^2}{360}=9\pi,$$

故选：D.

【点睛】本题主要考查了扇形的面积计算，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握扇形的面积公式，另外要明白扇形公式中，每个字母所代表的含义.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】由表格信息，及二次函数图象的对称性可得抛物线的对称轴，及与 x、y 轴的交点，继而判断抛物线的开口方向及增减性.

【详解】由表中数据可得，抛物线与 y 轴交点为：$(0,4)$，故 C 正确；

x 轴的交点坐标为：$(-4,0),(-1,0)$，因此可得抛物线的对称轴为 $x=-2.5$，故 B 错误；

由上可知，抛物线开口向上，故 A 错误；

当 $x>-2.5$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x<-2.5$ 时，y 随 x 的增大而减小，故 D 错误，

故选：C．

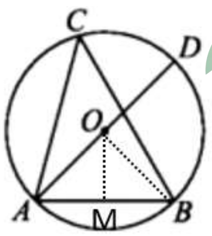
【点睛】本题考查二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键．

7. 【答案】A

【解析】

【分析】作 $OM\perp AB$，连接 OB，根据圆周角定理和垂径定理计算即可；

【详解】作 $OM\perp AB$，连接 OB，



$\because \angle ACB=45°$，

$\therefore \angle AOB=90°$，

又$\because OA=OB=5$，

$\therefore \angle OAM=\angle MOA=45°$，

$\therefore AM=OM$，

$\therefore 2AM^2=25$，

$\therefore AM=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore AB=2AM=5\sqrt{2}$；

故选 A．

【点睛】本题主要考查了圆周角定理，垂径定理和勾股定理，准确计算是解题的关键．

8. 【答案】B

【解析】

【分析】根据点在圆外，点到圆心的距离大于圆的半径进行判断即可．

【详解】解：∵⊙O 的半径为 5cm，点 P 在⊙O 外，

∴OP＞5cm．

故选 B．

【点睛】本题考查点与圆的位置关系：掌握点到圆心的距离与半径 r 的关系，设⊙O 的半径为 r，点 P 到圆心的距离 $OP=d$，则有：点 P 在圆外⇔d＞r；点 P 在圆上⇔$d=r$；点 P 在圆内⇔d＜r．

9. 【答案】B

【解析】

【分析】由二次函数解析式可得函数对称轴和增减性，再根据离对称轴的远近的点的纵坐标的大小比较，即可得出 y_1、y_2、y_3 的大小关系．

【详解】解：根据二次函数解析式 $y=-(x-2)^2+k$，可得图象开口向下，对称轴为 x=2，且在函数图象上，距离对称轴越远的点函数值越小．

由 $x=-\dfrac{1}{2}, x=1, x=4$ 离对称轴 x=2 的远近可得，y_1＜y_3＜y_2，

故选：B．

【点睛】本题考查比较函数值的大小．解决此题的关键是理解当二次函数开口向下时，在函数图象上距离对称轴越远的点，函数值越小；当二次函数开口向上时，在函数图象上距离对称轴越远的点，函数值越大．

10. 【答案】D

【解析】

【分析】根据图象得到函数的性质，根据函数的性质即可判断．

【详解】解：由图象可知，$x\neq0$，

∴ $x_1 \neq 0$， $x_2 \neq 0$，故选项 A 正确；

∵$x\neq0$，

∴x^2＞0，

$\therefore \frac{1}{x^2} > 0$，

$\therefore y = \frac{1}{2} + \frac{1}{x^2} > \frac{1}{2}$，

$\therefore y_1 > \frac{1}{2}$，$y_2 > \frac{1}{2}$，故选项 B 正确；

$\because$ 函数的图象关于 y 轴对称，

$\therefore$ 若 $y_1 = y_2$，则 $|x_1| = |x_2|$，故选项 C 正确；

根据函数的增减性可得：当 $x < 0$ 时，若 $y_1 < y_2$，则 $x_1 < x_2$；当 $x > 0$ 时，若 $y_1 < y_2$，则 $x_1 > x_2$，故选项 D 错误，

故选：D.

【点睛】本题考查了函数的图象和性质，熟练运用数形结合思想是解题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11. 【答案】$y=x^2-2$

【解析】

【分析】根据“上加下减”可得答案.

【详解】将抛物线 $y=x^2$ 向下平移 2 个单位长度，平移后抛物线的解析式为 $y=x^2-2$.

故答案为 $y=x^2-2$.

【点睛】本题考查二次函数图象的平移.抛物线平移变换的规律：左加右减（在括号内），上加下减（在末梢）.

12. 【答案】（2，－3）

【解析】

【分析】根据关于原点对称的点的坐标特点：两个点关于原点对称时，它们的对应坐标符号相反可直接得到答案.

【详解】解：$\because$ 点 A 和点 B 关于原点对称，点 A 的坐标为（－2，3），

$\therefore$ 点 B 的坐标为（2，－3），

故答案为：（2，－3）.

【点睛】此题主要考查了关于原点对称的点的坐标特点，关键是掌握点的坐标的变化规律.

13. 【答案】m＜2

【解析】

【分析】根据一元二次方程的根的判别式，建立关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围.

【详解】解：$x^2-4x+2m=0$，

∵a＝1，b＝-4，c＝2m，方程有两个不相等的实数根，

∴△＝b²−4ac＝（-4）²-4×2m＞0，

∴m＜2.

故答案为：m＜2.

【点睛】本题考查了根的判别式.总结：一元二次方程根的情况与判别式△的关系：（1）△＞0⇔方程有两个不相等的实数根；（2）△＝0⇔方程有两个相等的实数根；（3）△＜0⇔方程没有实数根.

14. 【答案】45

【解析】

【分析】由旋转的性质和等腰三角形的性质得到$\angle ADO$的度数，再由$\angle AOC$=105°，计算得到$\angle DOB$的度数，最后由三角形外角和得到$\angle B$的度数，即可知道$\angle C$的度数.

【详解】解：∵$\triangle ODC$是由$\triangle OAB$绕点 O 顺时针旋转 40°后得到的图形

$\therefore OA=OD, \angle AOD=\angle BOC=40^\circ, \angle B=\angle C$

$\therefore \angle OAD=\angle ODA=\frac{1}{2}\times\left(180^\circ-40^\circ\right)=70^\circ$

又∵$\angle AOC=105^\circ, \angle AOD+\angle DOB+\angle BOC=\angle AOC$

$\therefore \angle DOB=25^\circ$

又∵$\angle ODA=\angle DOB+\angle B$

$\therefore \angle B=70^\circ-25^\circ=45^\circ$

$\therefore \angle C=\angle B=45^\circ$

故答案为：45

【点睛】本题考查旋转的性质，等腰三角形的性质，三角形外角的性质，学会数形结合处理相关的数据是解题的重点.

15. 【答案】−4

【解析】

【分析】求开口向上的抛物线的最小值即求其顶点的纵坐标，再由二次函数的顶点式解答即可.

【详解】∵二次函数 $y=x^2-2x-3$ 可化为 $y=(x-1)^2-4$，

∴最小值是-4.

考点：本题考查二次函数的最值问题

点评：求二次函数的最大（小）值有三种方法，第一种可由图象直接得出，第二种是配方法，第三种是公式法.

16. 【答案】80°##80 度

【解析】

【分析】根据切线的性质得 $AB \perp AC$，根据 $\angle C = 50^\circ$ 和三角形内角和定理得 $\angle ABC = 40^\circ$，又因为 $OB=OD$，所以 $\angle ABC = \angle BDO = 40^\circ$，即可得.

【详解】解：∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，AC 是 $\odot O$ 的切线，

∴ $AB \perp AC$，

∴ $\angle BAC = 90^\circ$，

∵ $\angle C = 50^\circ$，

∴ $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$，

∵ $OB=OD$，

∴ $\angle ABC = \angle BDO = 40^\circ$，

∴ $\angle AOD = \angle ABC + \angle BDO = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$，

故答案为：80°.

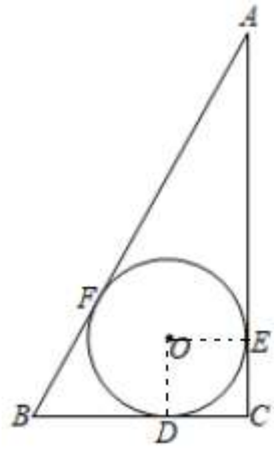
【点睛】本题考查切线的性质，等腰三角形的性质，三角形内角定理和三角形的外角性质，解题的关键是掌握这些知识点.

17. 【答案】2

【解析】

【分析】连接 OD、OE，可知四边形 $ODCE$ 为正方形，设半径为 r，根据切线长定理列方程求解即可.

【详解】解：连接 OD、OE，如下图：



由题意可得：$\angle C=\angle OED=\angle ODC=90^\circ$，$BD=BF$，$CD=CE$，$AF=AE$

$AC=12$，$BC=5$

$\therefore$四边形$ODCE$为矩形，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=13$

又$\because OD=OE$

$\therefore$矩形$ODCE$为正方形

设半径为r，则$CD=OD=CE=r$

$\therefore AF=AE=12-r$，$BF=BD=5-r$

$\therefore 12-r+5-r=13$

解得$r=2$

故答案为：2

【点睛】此题考查了勾股定理，切线长定理，正方形的判定与性质，解题的关键是熟练掌握相关基本性质.

18. 【答案】 ①. 1 ②. 3.23

【解析】

【分析】(1) 如图，根据正六边形的性质可证得△AOB为等边三角形，再根据等边三角形的性质即可求解；

(2) 利用锐角三角函数分别计算出圆的内接正六边形的周长和外切正六边形的周长，再利用它们的算术平均数作为2π的近似数值即可解答.

【详解】解：(1) 如图，

$\because$该多边形为圆内接正六边形，

$\therefore \angle AOB=60^\circ$，

$\because OA=OB=1$，

∴△AOB 为等边三角形，

∴AB=1，即则⊙O 的内接正六边形的边长是 1,

故答案为：1；

（2）如图，设圆的半径为 1，

当 n=1 时，可得∠AOB=60°，∠BOC=30°，

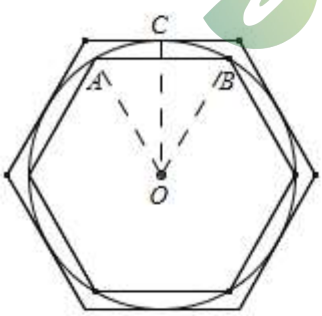
则圆内接正六边形的边长为 1，周长为 6，

圆外切正六边形的边长为 $2\tan 30^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，周长为 $4\sqrt{3}$，

根据题意得：2π= $\frac{6+4\sqrt{3}}{2}$，

则 π= $1.5+\sqrt{3}$ ≈1.5+1.732=3.232≈3.23，

故答案为：3.23．



【点睛】本题考查了圆周率 π 的近似值的计算、圆的内接和外切正多边形的性质、锐角三角函数解直角三角形，根据题意，结合图形，计算出单位圆内接正六边形和外切正六边形的边长是解答的关键．

三、解答题（本题共 54 分）

19. 【答案】$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=-1$．

【解析】

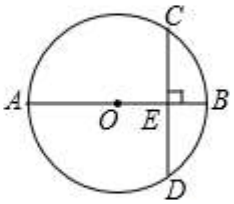
【分析】利用因式分解法即可求解．

【详解】（2x-3）（x+1）=0，

则 2x-3=0，x+1=0，

解得：$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=-1$.

20. 如图，AB 为⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，若 $AB=10$，$EB=2$，求弦 CD 的长.



【答案】8

【解析】

【分析】连接 OC，根据题意得出 $OC=5$，再由垂径定理知，点 E 是 CD 的中点，$CE=\frac{1}{2}CD$，在直角△OCE 中，由勾股定理得出 CE，从而得出 CD 的长.

【详解】解：连接 OC，

∵AB 为⊙O 的直径，$AB\perp CD$，

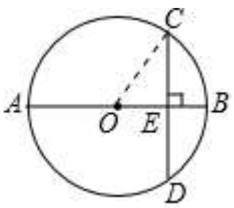
∴$CE=DE=\frac{1}{2}CD$，

∵$BE=2$，$AB=10$，

∴$OC=5$，$OE=3$，

∴$CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

∴$CD=8$.



【点睛】本题考查了垂径定理，掌握垂径定理的内容，连接半径构建直角三角形是解题的关键.

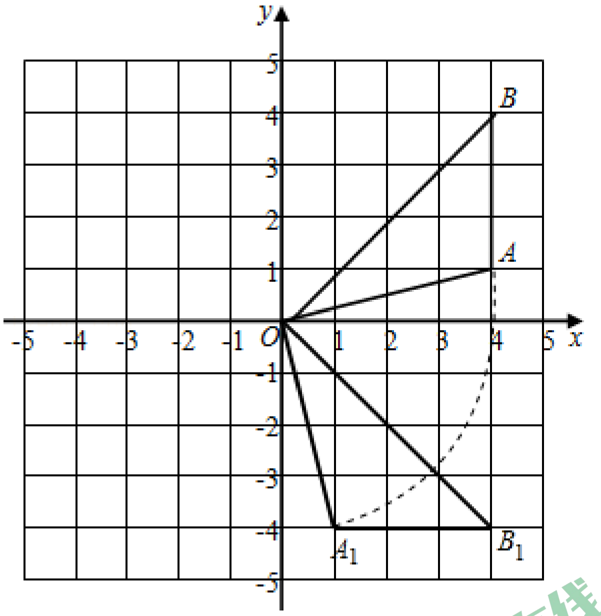
21. 【答案】(1) 作图见解析，点 A_1 的坐标为 $(1,-4)$；(2) $\frac{\sqrt{17}\pi}{2}$

【解析】

【分析】(1) 将点 A 、 B 分别绕原点 O 顺时针旋转 $90°$ 后得到其对应点，再与点 O 首尾顺次连接即可；

(2) 先求出线段 OA 的长，再根据扇形的弧长公式结合 $\angle AOA_1=90°$ 求解即可.

【详解】解：（1）如图所示，$\triangle OA_1B_1$ 即为所求．



其中点 A_1 的坐标为 $(1,-4)$；

（2）$\because OA=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$，$\angle AOA_1=90°$，

$\therefore$ 点 A 到点 A_1 经过的路径长为 $\dfrac{90°\cdot\pi\cdot\sqrt{17}}{180°}=\dfrac{\sqrt{17}\pi}{2}$．

【点睛】本题主要考查作图—旋转变换，解题的关键是掌握旋转变换的定义与性质及扇形弧长公式．

22. 【答案】（1）$y=x^2+2x-3$；（2）见解析；（3）-4≤y<0

【解析】

【分析】（1）由表格可设二次函数的解析式为 $y=a\left(x+3\right)\left(x-1\right)$，然后再选择一个合适的值代入求解即可；

（2）根据表格在网格中描出点的坐标，然后用圆滑的曲线连接即可；

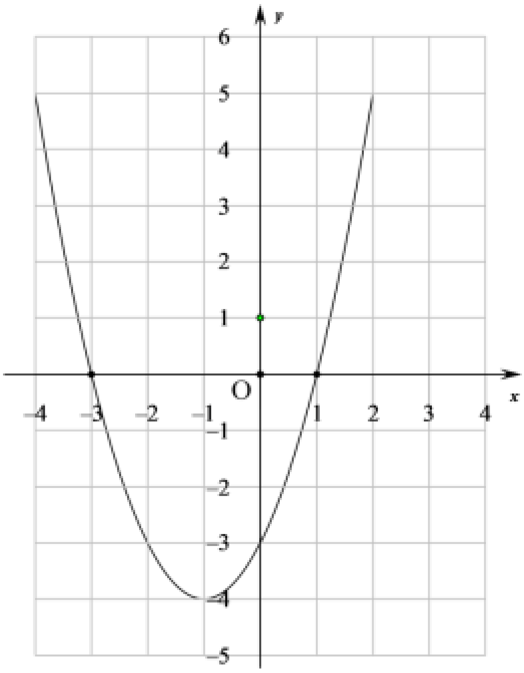
（3）由（2）中的图像可直接进行求解．

【详解】解：（1）由表格可设 $y=a\left(x+3\right)\left(x-1\right)$，

将（0，-3）代入得 $-3=-3a$，解得：$a=1$，

∴二次函数　表达式是 $y=x^2+2x-3$；

(2)由表格可描出与 x ，y 的交点，顶点，对称轴，如图所示：



（3）由（2）中图像可得：

当$-3<x<1$时，y的取值范围是$-4\le y<0$.

【点睛】本题主要考查二次函数的图像与性质，熟练掌握二次函数的图像与性质是解题的关键.

23. 【答案】（1）见详解；（2）$k<0$

【解析】

【分析】（1）根据方程的系数结合根的判别式，可得 $\Delta=(k-1)^2\ge0$，由此可证出方程总有两个实数根；

（2）利用分解因式法解一元二次方程，可得出 $x_1=2$、$x_2=k+1$，根据方程有一根小于 1，即可得出关于 k 的一元一次不等式，解之即可得出 k 的取值范围.

【详解】（1）证明：∵在方程 $x^2-(k+3)x+2k+2=0$ 中，

$\Delta=[-(k+3)]^2-4\times1\times(2k+2)=k^2-2k+1=(k-1)^2\ge0$，

∴方程总有两个实数根.

（2）解：∵$x^2-(k+3)x+2k+2=0$，

∴$(x-2)(x-k-1)=0$，

∴$x_1=2$，$x_2=k+1$.

∵方程有一根小于 1，

∴$k+1<1$，解得：$k<0$，

∴k 的取值范围为 $k<0$.

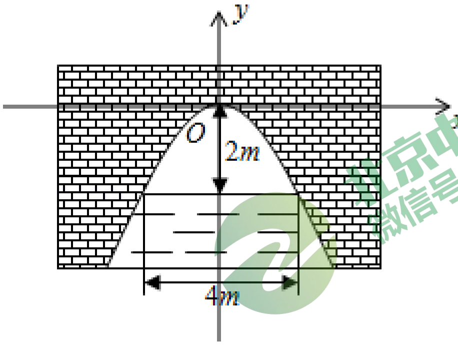
【点睛】本题考查了根的判别式、因式分解法解一元二次方程以及解一元一次不等式，解题的关键是：（1）牢记“当 $\Delta \geq 0$ 时，方程有两个实数根”；（2）利用因式分解法解一元二次方程结合方程一根小于 1，找出关于 k 的一元一次不等式．

24. 【答案】4.5 米

【解析】

【分析】根据题意建立如图所示的平面直角坐标系，利用待定系数法求出抛物线的解析式，从而可以求得 $x=3$ 时的点的坐标，进而即可求得答案．

【详解】解：以顶点为原点，抛物线的对称轴为 y 轴，过顶点且垂直于对称轴的直线为 x 轴建立如图所示的平面直角坐标系，



设抛物线的解析式为 $y=ax^2$，

由题意可得，点 $(2,-2)$ 在此抛物线上，

则 $-2=a\times 2^2$，

解得 $a=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore y=-\dfrac{1}{2}x^2$，

当 $x=3$ 时，$y=-\dfrac{1}{2}\times 3^2=-4.5$，

$\because |-4.5|=4.5$，

$\therefore$ 此时水面到拱顶的距离为 4.5 米．

【点睛】本题考查二次函数的应用，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，建立合适的平面直角坐标系．

25. 【答案】（1）见解析；（2）半径的长为 5．

【解析】

【分析】(1) 连接OD，由BD为角平分线得到一对角相等，再根据等腰三角形的性质得出一对内错角相等，进而确定出OD与BC平行，利用两直线平行同位角相等得到$\angle ODA$为直角，由此即可得证；

(2) 过O作OG垂直于BE，可得出四边形$ODCG$为矩形，由此可得$OG=CD=4$，设$OE=OD=CG=x$，利用勾股定理列出方程即可求得答案.

【详解】(1) 证明：如图，连接OD，

$\because BD$为$\angle ABC$的平分线，

$\therefore \angle 1=\angle 2$，

$\because OB=OD$，

$\therefore \angle 1=\angle 3$，

$\therefore \angle 2=\angle 3$，

$\therefore OD /\!/ BC$，

$\because \angle C=90°$，

$\therefore \angle ODA=\angle C=90°$，

$\therefore AC$是$\odot O$的切线；

(2) 解：过O作$OG\perp BC$，连接OE，

$\because OG\perp BC$，$\angle ODC=\angle C=90°$，

$\therefore$四边形$ODCG$为矩形，

$\therefore CG=OD$，$OG=CD=4$，

设$OE=OD=CG=x$，则$GE=CG-CE=x-2$，

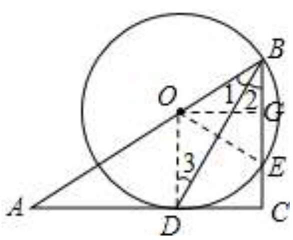
$\because$在$Rt\triangle OGE$中，$OG^2+GE^2=OE^2$，

$\therefore 4^2+(x-2)^2=x^2$，

解得：$x=5$，

$\therefore OD=5$，

即半径的长为5.



【点睛】此题考查了切线的判定，等腰三角形的性质，矩形的判定与性质，平行线的判定与性质以及勾股定理等知识，熟练掌握切线的判定方法是解本题的关键．

26. 【答案】（1）①$x_1=0$，$x_2=2$；②将原抛物线向下平移 4 个单位；（2）$m\geq16$．

【解析】

【分析】由抛物线顶点在 x 轴上，即可得出 $b=a^2$．

（1）当 $a=1$ 时，$b=1$，由此可得出抛物线的解析式为 $y=x^2-2x+1$．①由 $m=b=1$，可得出关于 x 的一元二次方程，解之即可得出 x_1、x_2 的值；②设平移后的抛物线为 $y=(x-1)^2+k$，由平移后的抛物线与 x 轴的两个交点的距离为 4，可得出（3，0）是平移后的抛物线与 x 轴的一个交点，将其代入 $y=(x-1)^2+k$ 即可求出结论；

（2）解 $x^2-2ax+a^2=m$ 可得出 $PQ=2\sqrt{m}$，由 x_1、x_2 的范围可得出关于 m 的不等式，解之即可得出 m 的取值范围．

【详解】∵抛物线 $y=x^2-2ax+b$ 的顶点在 x 轴上，∴ $\dfrac{4b-(-2a)^2}{4}=0$，∴$b=a^2$．

（1）∵$a=1$，∴$b=1$，∴抛物线的解析式为 $y=x^2-2x+1$．

①∵$m=b=1$，∴$x^2-2x+1=1$，解得：$x_1=0$，$x_2=2$．

②设平移后的抛物线为 $y=(x-1)^2+k$．

∵抛物线的对称轴是 $x=1$，平移后与 x 轴的两个交点之间的距离是 4，∴（3，0）是平移后的抛物线与 x 轴的一个交点，∴ $(3-1)^2+k=0$，即 $k=-4$，∴变化过程是：将原抛物线向下平移 4 个单位．

（2）∵$x^2-2ax+a^2=m$，解得：$x_1=a-\sqrt{m}$，$x_2=a+\sqrt{m}$，∴$PQ=2\sqrt{m}$．

又∵$x_1\leq c-1$，$x_2\geq c+7$，∴$2\sqrt{m}\geq(c+7)-(c-1)$，∴$m\geq16$．

【点睛】本题考查了抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征以及二次函数图象与几何变换，解题的关键是：（1）①通过解一元二次方程求出 x_1、x_2 的值；②利用二次函数图象上点的坐标特征求出 k 值；（2）通过解方程求出 $PQ=2\sqrt{m}$．

27. 【答案】（1）图形见解析；$\angle BQE=60°+2\alpha$；（2）$CE+AC=\sqrt{3}CQ$；证明见解析；（3）$AC-CE=\sqrt{3}CQ$．

【解析】

【分析】（1）①先根据等边三角形的性质的 QA=QB，进而得出 QB=QE，最后用三角形的内角和定理即可得出结论；

②延长 CA 到点 F，使得 AF=CE，连接 QF，作 QH⊥AC 于点 H．先判断出△QAF≌△QEC，得出 QF=QC，再判断出△QCF 是底角为 30 度的等腰三角形，再构造出直角三角形即可得出结论；

（2）同②的方法即可得出结论．

【详解】（1）当 $0°<\alpha<30°$时，

①画出的图形如图 1 所示，

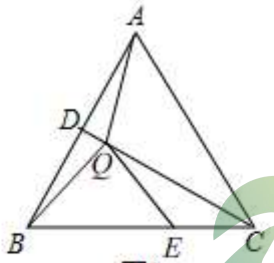


图1

∵△ABC 为等边三角形，

∴$\angle ABC=60°$．

∵CD 为等边三角形的中线，

∴CD 是 AB 的垂直平分线，

∵Q 为线段 CD 上的点，

∴QA=QB．

∵$\angle DAQ=\alpha$，

∴$\angle ABQ=\angle DAQ=\alpha$，$\angle QBE=60°-\alpha$．

∵线段 QE 为线段 QA 绕点 Q 顺时针旋转所得，

∴QE=QA．

∴QB=QE．

∴$\angle QEB=\angle QBE=60°-\alpha$，

∴$\angle BQE=180°-2\angle QBE=180°-2（60°-\alpha）=60°+2\alpha$；

②$CE+AC=\sqrt{3}CQ$；证明：

如图 2，延长 CA 到点 F，使得 AF=CE，连接 QF，作 QH⊥AC 于点 H．

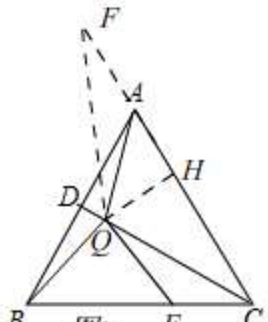


图2

∵∠BQE=60°+2α，点 E 在 BC 上，

∴∠QEC=∠BQE+∠QBE=（60°+2α）+（60°-α）=120°+α.

∵点 F 在 CA 的延长线上，∠DAQ=α，

∴∠QAF=∠BAF+∠DAQ=120°+α.

∴∠QAF=∠QEC.

又∵AF=CE，QA=QE，

∴△QAF≌△QEC.

∴QF=QC.

∵QH⊥AC 于点 H，

∴FH=CH，CF=2CH.

∵在等边三角形 ABC 中，CD 为中线，

点 Q 在 CD 上，

∴∠ACQ=$\frac{1}{2}$∠ACB=30°，

即△QCF 为底角为 30°的等腰三角形.

∴CH＝CQ•cos∠HCQ＝CQ•cos30°＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$CQ.

∴CE+AC=AF+AC=CF=2CH＝$\sqrt{3}$CQ.

（2）如图 3，当 30°<α<60°时，

在 AC 上取一点 F 使 AF=CE，

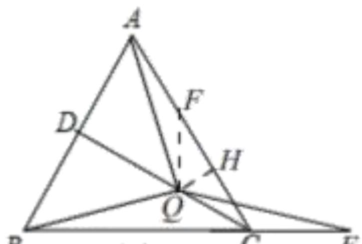


图3

∵△ABC 为等边三角形，

∴∠ABC=60°．

∵CD 为等边三角形的中线，

∵Q 为线段 CD 上的点，

∴CD 是 AB 的垂直平分线，

由等边三角形的对称性得 QA=QB．

∵∠DAQ=α，

∴∠ABQ=∠DAQ=α，∠QBE=60°-α．

∵线段 QE 为线段 QA 绕点 Q 顺时针旋转所得，

∴QE=QA．

∴QB=QE．

∴∠QEB=∠QBE=60°-α=∠QAF，

又∵AF=CE，QA=QE，

∴△QAF≌△QEC．

∴QF=QC．

∵QH⊥AC 于点 H，

∴FH=CH，CF=2CH．

∵在等边三角形 ABC 中，CD 为中线，点 Q 在 CD 上，

∴∠ACQ=$\frac{1}{2}$∠ACB=30°，

即△QCF 为底角为 30°的等腰三角形．

∴CH＝CQ•cos∠HCQ＝CQ•cos30°＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$CQ．

∴AC-CE=AC-AF=CF=2CH＝$\sqrt{3}$CQ．

【点睛】此题是几何变换综合题，主要考查了等边三角形的性质，三角形的内角和定理，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，锐角三角函数，作出辅助线构造出全等三角形是解本题的关键．

28. 【答案】（1）①4；2；②m 的范围为 $2\le m\le 6$ 或 $m=2-2\sqrt{10}$；（2）$-2\le x_C\le\sqrt{2}-1$．

【解析】

【分析】（1）①连结 PO 并延长，交⊙O 于 Q_1，Q_2，找到最小值为 PQ_1，最大值 PQ_2，作差 $PQ_2-PQ_1=Q_1Q_2=4$，根据⊙O 的半径为 2，求出点 A（-2，0），点 B（2，0），点 P（2，3），由点 B 与点 P 的横坐标相同，可得 $PB\perp$

x 轴，求出最小值 PB =3，最大值 $PA=\sqrt{AB^2+PB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$AB$ 的“宽度”为 AP-BP=5-3=2 即可，;

②当点 G 在点 A 的右边，AG 的“宽度”为 2，最小值 PB=3，最大值 PG=3+2=5，根据勾股定理 BG= $\sqrt{PG^2-PB^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，分情况讨论当-2≤$m$<2 时，PA-PG<2，当 m>6 时， PG-PB>2，不满足条件，可得 2≤m≤6，$PG_{最大}$-PB=2，当点 G 在点 A 左侧，只有一点；

（2）根据⊙C 的“宽度”可以为 2，r>1，2r>2，可得点 K 在⊙C 内部，由点 K 在 DE 上，可以看作以点 C 为圆心，以 1 为半径的圆与线段 DE 有交点的心轨迹，当点 K 与点 D 重合时，可得 x_C=-2,，当以点 C 为圆心，1 为半径的圆与 DE 相切时,切点为 K，DK=CK=1，根据勾股定理可求 $DC=\sqrt{DK^2+CK^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，再求出此时 $x_C=\sqrt{2}-1$ 即可.

【详解】解：（1）①连结 PO 并延长，交⊙O 于 Q_1，Q_2，

最小值为 PQ_1，最大值 PQ_2，

∴PQ_2-PQ_1=Q_1Q_2=4，

∵⊙O 的半径为 2，

∴点 A（-2，0），点 B（2，0），点 P（2，3），

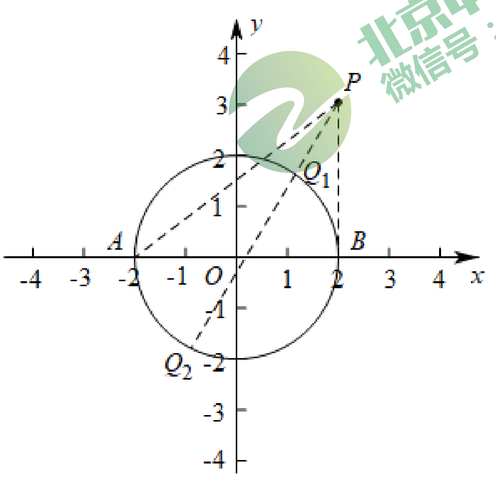
∵点 B 与点 P 的横坐标相同，

∴PB⊥x 轴，

最小值 PB =3，最大值 $PA=\sqrt{AB^2+PB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

∴AP-BP=5-3=2，

故答案为 4；2；



②当点 G 在点 A 的右边，AG 的“宽度”为 2，

∵最小值 PB=3，最大值 PG=3+2=5，

根据勾股定理 $BG=\sqrt{PG^2-PB^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

当-2≤m<2 时，PA-PG<2，

当 m>6 时，PG>PA，PG-PB>2，

∴2≤m≤6，$PG_{最大}$-PB=2，

当点 G 在点 A 左侧，

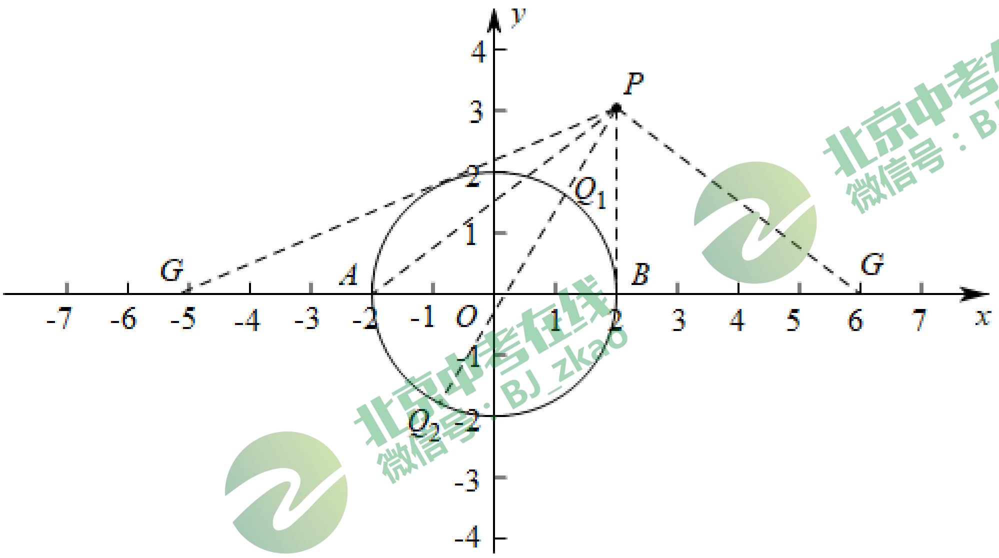
最小值 PA=5，AG 的“宽度”为 2，最大值 PG=5+2=7，

在 Rt△PBG 中，$BG=\sqrt{PG^2-PB^2}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$，

∴点 G（$2-2\sqrt{10}$，0），

∴$m=2-2\sqrt{10}$，

综合 m 的范围为 2≤m≤6 或 $m=2-2\sqrt{10}$；



（2）∵一次函数 $y=x+1$ 的图象与 x 轴，y 轴分别交于点 D，E.

∴当 x=0 时，y=1，当 y=0 时，x=-1，

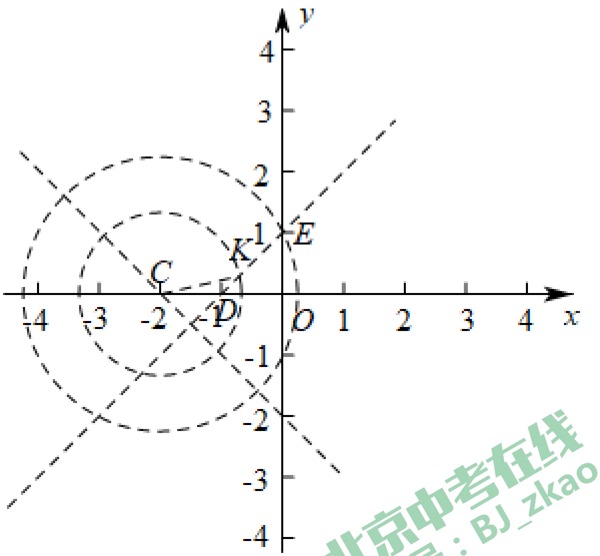
点 D（-1，0），点 E（0，1），

∵OD=OE=1，

$\therefore \angle DEO=\angle EDO=45°$，

$\because$ ⊙C 的“宽度”可以为 2，$r>1$，$2r>2$，

$\therefore$点 K 在⊙C 内部，点 K 在 DE 上，以点 C 为圆心以 1 为半径的圆与线段 DE 有交点，



当点 K 与点 D 重合时，$x_C=-2$,

当以点 C 为圆心，1 为半径的圆与 DE 相切时,切点为 K，$CK\perp DE$，

$\therefore \angle KCD=180°-\angle DKC-\angle KDC=180°-90°-45°=45°=\angle KDC$，

$\therefore DK=CK=1$，

$\therefore DC=\sqrt{DK^2+CK^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

此时 $x_C=\sqrt{2}-1$，

$\therefore$在点 K 的视角下，⊙C 的“宽度”可以为 2，圆心 C 的横坐标 x_C 的取值范围为:

$-2\le x_C\le\sqrt{2}-1$.

【点睛】本题考查新定义“宽度”，点与圆的最大距离与最小距离，勾股定理，直线与圆相切的性质，等腰直角三角形判定与性质，掌握新定义“宽度”，点与圆的最大距离与最小距离，勾股定理，直线与圆相切的性质是解题关键.