



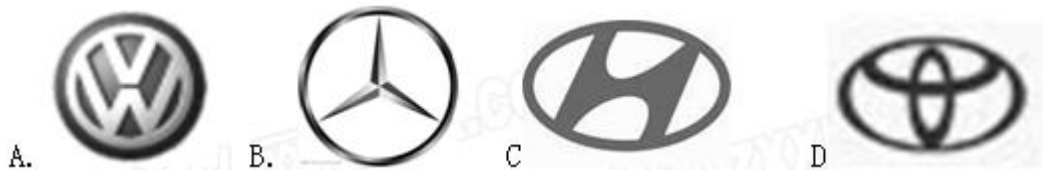
数 学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

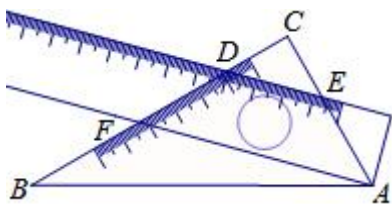
1. 实数 a, b, c, d 在数轴上对应的位置如图所示，绝对值相等的两个实数是（ ）

- A. a 与 b B. b 与 c C. c 与 d D. a 与 d

2. 下列汽车标志中，是中心对称图形的是（ ）



3. 一个三角板（含 $30^\circ, 60^\circ$ 角）和一把直尺摆放位置如图所示，直尺与三角板的一角相交于点 A ，一边与三角板的两条直角边分别相交于点 D 、点 E ，且 $CD=CE$ ，点 F 在直尺的另一边上，那么 $\angle BAF$ 的大小为（ ）

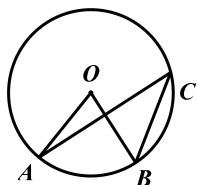


- A. 10° B. 15° C. 20° D. 30°

4. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a+a=a^2$ B. $a \cdot a^2=a^2$ C. $(ab)^2=a^2b^2$ D. $(a^2)^3=a^5$

5. 如图，点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上，若 $\angle AOB=72^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数是（ ）



- A. 18° B. 30° C. 36° D. 72°

6. 已知点 $(-4, y_1), (2, y_2)$ 都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 上，则 y_1, y_2 的大小关系是（ ）

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_1 < y_2$

D. 不能比较

7. 某次数学趣味竞赛共有 10 道题目，每道题答对得 10 分，答错或不答得 0 分，全班 40 名同学参加了此次竞赛，他们的得分情况如下表所示：

成绩（分）	50	60	70	80	90	100
人数	2	5	13	10	7	3

则全班 40 名同学的成绩的中位数和众数分别是（ ）

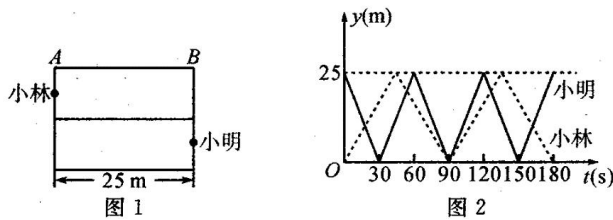
A. 75, 70

B. 70, 70

C. 80, 80

D. 75, 80

8. 某游泳池长 25 米，小林和小明两个人分别在游泳池的 A, B 两边，同时朝着另一边游泳，他们游泳的时间为 t （秒），其中 $0 \leq t \leq 180$ ，到 A 边距离为 y （米），图中的实线和虚线分别表示小林和小明在游泳过程中 y 与 t 的对应关系。下面有四个推断：



- ① 小明游泳的平均速度小于小林游泳的平均速度；
- ② 小明游泳的距离大于小林游泳的距离；
- ③ 小明游 75 米时小林游了 90 米游泳；
- ④ 小明与小林共相遇 5 次；

其中正确的是（ ）

A. ①②

B. ①③

C. ③④

D. ②④

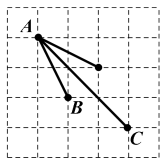
二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9. 函数 $y = \frac{3}{x+2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 _____。

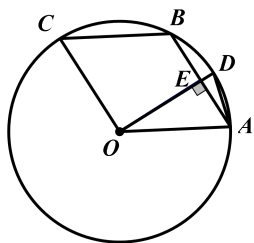
10. 写出图象经过点 $(-1, 2)$ 的一个函数表达式 _____。

11. 点 A, B, C 在格点图中的位置如图所示，连 AB, AC ，已知格点小正方形的边长为 1，则 $\sin \angle BAC$ 的值是 _____。





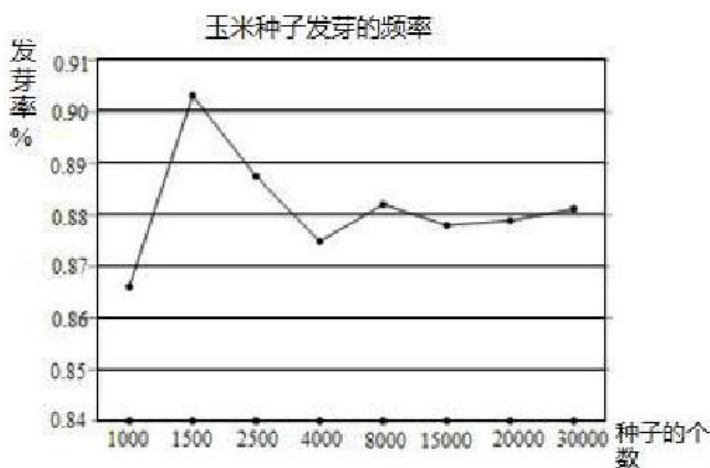
12. 如图, 点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, $OD \perp AB$ 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 则 $\angle BAD =$ _____ 度.



13. 如图, 圆桌面正上方的灯泡发出的光线照射桌面后, 在地面上形成阴影 (圆形). 已知灯泡距离地面 $2.4m$, 桌面距离地面 $0.8m$ (桌面厚度不计算), 若桌面的面积是 $1.2m^2$, 则地面上的阴影面积是 _____ m^2 .

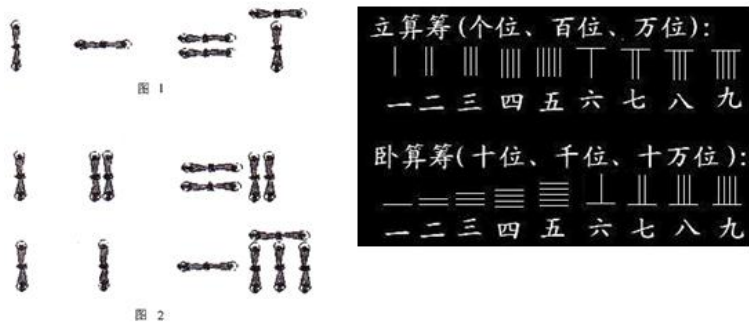


14. 某农科所在相同条件下做玉米种子发芽试验, 结果如下: 某位顾客购进这种玉米种子 10 千克, 那么大约有 _____ 千克种子能发芽.



15. 算筹是中国古代用来记数、列式和进行各种数与式演算的一种工具. 在算筹计数法中, 以“立”, “卧”两种排列方式来表示单位数目, 表示多位数时, 个位用立式, 十位用卧式, 百位用立式, 千位用卧式, 以此类推. 《九章算术》的“方程”一章中介绍了一种用“算筹图”解决一次方程组的方法. 如图 1, 从左向右的符号中,

前两个符号分别代表未知数 x, y 的系数. 因此, 根据此图可以列出方程: $x + 10y = 26$. 请你根据图 2 列出方程组



16. 已知: x_n, x'_n 是关于 x 的方程 $a_n x^2 - 4a_n x + 4a_n - n = 0 (a_n > a_{n+1})$ 的两个实数根, $x_n < x'_n$, 其中 n 为正整数, 且 $a_1 = 1$, (1) $x_1 - x'_1$ 的值为 _____; (2) 当 n 分别取 1, 2, 3, ..., 2019 时, 相对应的有 2019 个方程, 将这些方程的所有实数根按照从小到大的顺序排列, 相邻两数的差恒为 $(x'_1 - x_1)$ 的值, 则最大值与最小值的差为 _____.

三、解答题 (共 68 分)

17. (5 分) 下面是小明同学设计的“过圆外一点作圆的切线”的尺规作图的过程.

已知: 如图 1, O 和 O 外的一点 P . 求作: 过点 P 作 O 的切线.

作法: 如图 2,

- ①连接 OP ;
- ②作线段 OP 的垂直平分线 MN , 直线 MN 交 OP 于 C ;
- ③以点 C 为圆心, CO 为半径作圆, 交 O 于点 A 和 B ;
- ④作直线 PA 和 PB , 则 PA, PB 就是所求作的 O 的切线.

根据上述作图过程, 回答问题:

- (1) 用直尺和圆规, 补全图 2 中的图形;
- (2) 完成下面的证明: 证明: 连接 OA, OB ,

由作图可知 OP 是 O 的直径,

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$,

$\therefore OA \perp PA, OB \perp PB$,

又 OA 和 OB 是 O 的半径,

$\therefore PA, PB$ 就是 O 的切线 (_____) (填依据).



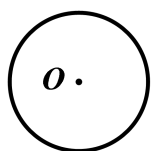


图 1

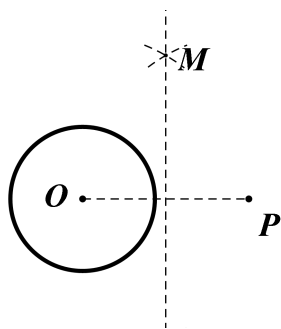


图 2

18. (5分) 计算 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\cos 30^\circ + \sqrt{27} + (2-\pi)^0$

19. (5分) 已知 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$, 求 $\frac{3x}{x+y} + \frac{x^2-y^2}{x-y} - \frac{3y}{x^2+2xy+y^2}$ 的值.

20. (5分) 为帮助灾区人民重建家园, 某校学生积极捐款. 已知第一次捐款总额为 9000 元, 第二次捐款总额为 12000 元, 两次人均捐款额相等, 但第二次捐款人数比第一次多 50 人. 求该校第二次捐款的人数.

21. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知两点 $A(0,3)$, $B(1,0)$, 连接 BA , 将线段 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 得到线段 BC , 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象 G 经过点 C .

(1) 请直接写出点 C 的坐标及 k 的值;

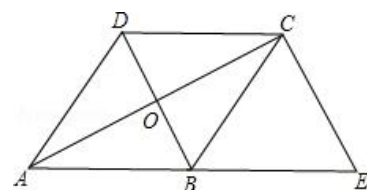
(2) 若点 P 在图象 G 上, 且 $\angle POB = \angle BAO$, 求点 P 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 若点 $Q(0,m)$ 为 y 轴正半轴上一点, 过点 Q 作 x 轴的平行线与图象 G 交于点 M , 与直线 OP 交于点 N , 若点 M 在点 N 左侧, 结合图象, 直接写出 m 的范围.

22. (5分) 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , 延长 AB 至点 E , 使 $BE = AB$, 连接 CE .

(1) 求证: 四边形 $BECD$ 是平行四边形;

(2) 若 $\angle E = 60^\circ$, $AC = 4\sqrt{3}$, 求菱形 $ABCD$ 的面积.

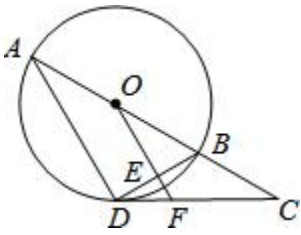


23. (6分) 如图, AB 是 O 的直径, C 是 AB 延长线上一点, 点 D 在 O 上, 且 $\angle A = 30^\circ$, $\angle ABD = 2\angle BDC$.

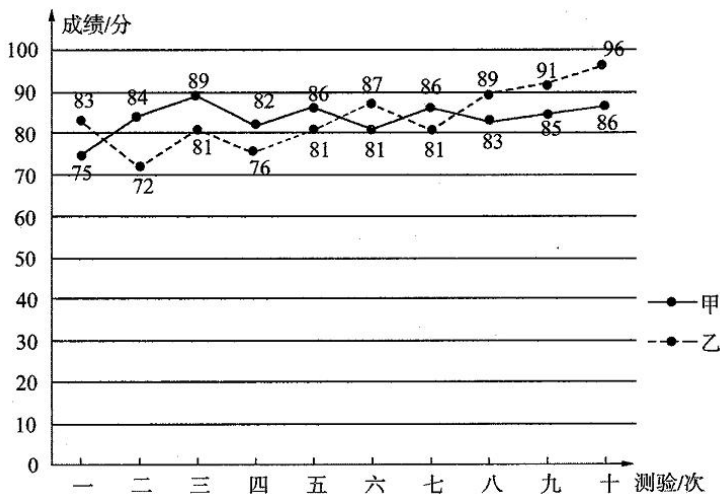


(1) 求证: CD 是 O 的切线;

(2) 过点 O 作 $OF \parallel AD$, 分别交 BD 、 CD 于点 E 、 F , 若 $OB=2$, 求 OE 和 CF 的长.



24. (6分) 某校诗词知识竞赛培训活动中, 在相同条件下对甲、乙两名学生进行了 10 次测验, 他们的 10 次成绩如下 (单位: 分):



整理、分析过程如下, 请补充完整.

(1) 按如下分数段整理、描述这两组数据:

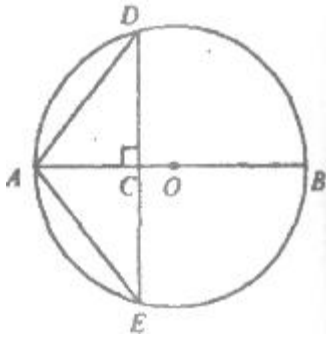
学生 成绩	$70 \leq x \leq 74$	$75 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 84$	$85 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 94$	$95 \leq x \leq 100$
甲						
乙	1	1	4	2	1	1

(2) 两组数据的极差、平均数、中位数、众数、方差如下表所示:

学生	极差	平均数	中位数	众数	方差
甲		83.7		86	13.21
乙	24	83.7	82		46.21

(3) 若从甲、乙两人中选择一人参加知识竞赛, 你会选 _____ (填“甲”或“乙”), 理由为 _____.

25. (6分) 如图, O 的直径 $AB=4cm$, 点 C 为线段 AB 上一动点, 过点 C 作 AB 的垂线交 O 于点 D 、 E , 连结 AD 、 AE . 设 AC 的长为 xcm , $\triangle ADE$ 的面积为 ycm^2 .



小东根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行

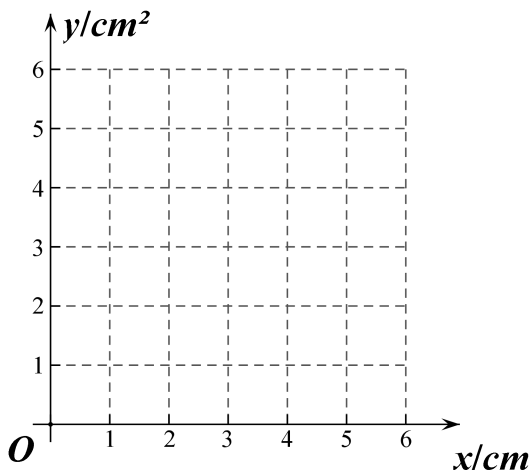
探究. 下面是小东的探究过程，请补充完整

(1) 确定自变量 x 的取值范围是 _____ ；

(2) 通过取点、画图、测量、分析，得到了 y 与 x 的几组对应值，如下表：

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y/cm^2	0	0.7	1.7	2.9		4.8	5.2	4.6	0

(3) 如图，建立平面直角坐标系 xOy ，描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点，画出该函数的图象；



(4) 结合画出的函数图象，解决问题：当 $\triangle ADE$ 的面积为 $4cm^2$ 时， AC 的长度约为 _____ cm .

26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-4, -2)$ ，将点 A 向右平移 6 个单位长度，得到点 B .

(1) 直接写出点 B 的坐标；

(2) 若抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 A, B 两点，求抛物线的表达式；



(3) 若抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的顶点在直线 $y = x + 2$ 上移动, 当抛物线与线段 AB 有一个公共点时, 求抛物线顶点横坐标 t 的取值范围.

27. (6分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD , CE 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ACB$, 且 AD 与 CE 交于点 M . 点 N 在射线 AD 上, 且 $NA = NC$. 过点 N 作 $NF \perp CE$ 于点 G , 且与 AC 交于点 F , 再过点 F 作 $FH \parallel CE$, 且与 AB 交于点 H .

(1) 如图 1, 当 $\angle BAC = 60^\circ$ 时, 点 M, N, G 重合.

①请根据题目要求在图 1 中补全图形;

②连结 EF, HM , 则 EF 与 HM 的数量关系是 _____.

(2) 如图 2, 当 $\angle BAC = 120^\circ$ 时, 求证: $AF = EH$;

(3) 当 $\angle BAC = 36^\circ$ 时, 我们称 $\triangle ABC$ 为“黄金三角形”, 此时 $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 若 $EH = 4$, 直接写出 GM 的长.

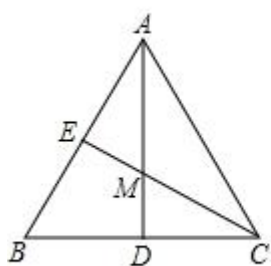


图1

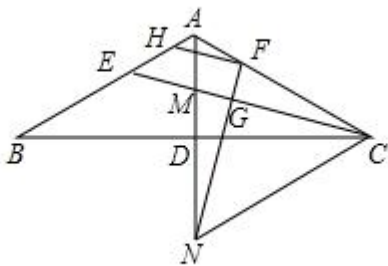
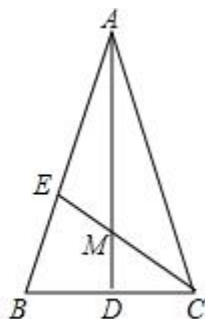


图2



备用图

28. (7分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1,2)$, $B(3,2)$, 连接 AB . 若对于平面内一点 P , 线段 AB 上都存在点 Q , 使得 $PQ \leq 1$, 则称点 P 是线段 AB 的“临近点”.

(1) 在点 $C(0,2)$, $D(2, \frac{3}{2})$, $E(4,1)$ 中, 线段 AB 的“临近点”是 _____;

(2) 若点 $M(m,n)$ 在直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 上, 且是线段 AB 的“临近点”, 求 m 的取值范围;

(3) 若直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 上存在线段 AB 的“临近点”, 求 b 的取值范围.



