北京市燕山地区 2020 年初中毕业年级质量监测（二）

数学试卷参考答案　　　　2020 年 6 月

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	A	B	D	A	C	B	D	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x \geq 2$；　　10．$x(x+2)(x-2)$；

11．答案不唯一，如，$2a(a+b)=2a^2+2ab$；　　12．答案不唯一，如，-2；

13．180；　　14．$\frac{1}{2}$；　　15．$\begin{cases} x = y+5, \\ \frac{1}{2}x = y-5. \end{cases}$　　16．①②.

三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17．解：原式$= -9+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+1$

$= -8$.

18．解：去分母，得 $x-1-6(x+1) \geq 3$，

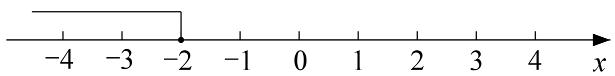
去括号，得 $x-1-6x-6 \geq 3$，

移项合并同类项，得 $-5x \geq 10$，

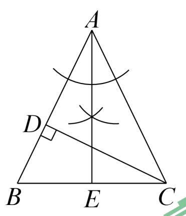
系数化为 1，得 $x \leq -2$，

∴原不等式的解集为 $x \leq -2$.

在数轴上表示如下：



19．(1) 解：补全的图形如下图；



(2) 证明：∵$AB=BC$，

∴$\angle B=\angle ACB$.

又∵AE 是$\angle BAC$ 的平分线，

∴$AE \perp BC$，

∴$\angle ACB+\angle CAE=90°$.

∵$CD \perp AB$，

∴$\angle B+\angle BCD=90°$，

∴$\angle BCD=\angle CAE$.

20．解：(1)由题意，得 $\Delta=[-(2m+1)]^2-4\times m\times 2$

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

$=(4m^2+4m+1)-8m$

$=4m^2-4m+1$

$=(2m-1)^2$.

∵不论 m 为何实数，$(2m-1)^2\geq 0$ 恒成立，即 $\Delta\geq 0$ 恒成立，

∴方程总有两个实数根.

(2) 此题答案不唯一

由求根公式，得

$$x_{1,2}=\frac{(2m+1)\pm\sqrt{(2m-1)^2}}{2m},$$

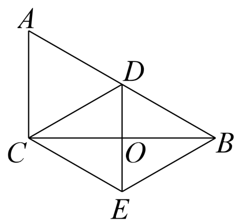
∴原方程的根为 $x_1=2$，$x_2=\dfrac{1}{m}$.

∵方程的两个根都是正整数，

∴取 $m=1$，

此时方程的两根为 $x_1=2$，$x_2=1$.

21．(1)证明：∵*O* 是 *BC* 边中点，



∴*OC*＝*OB*，

又∵*OE*＝*OD*，

∴四边形 *DCEB* 是平行四边形.

∵Rt△*ABC* 中，∠*ACB*＝90°，*D* 为 *AB* 中点，

∴*CD*＝*BD*，

∴四边形 *DCEB* 为菱形.

(2) 解：∵*CD*＝*BD*，∠*DCB*＝30°，

∴∠*ABC*＝∠*DCB*＝30°.

∵Rt△*ABC* 中，∠*ACB*＝90°，*AC*＝6，∠*ABC*＝30°，

∴*AB*＝12，*BC*＝$6\sqrt{3}$.

∵*D* 为 *AB* 中点，*O* 是 *BC* 中点，

∴*DO*＝$\dfrac{1}{2}$ ***AC*＝3，**

∴$S_{菱形DCEB}$＝*BC*·*DO*＝$18\sqrt{3}$.

22．解：(1) 将点 *A*(1，4)的坐标代入 $y=mx+3$ 中，

得 $4=m\times1+3$，解得 $m=1$.

在 $y=x+3$ 中，令 $y=0$，得 $x=-3$，

∴点 *C* 的坐标为(－3，0).

将点 *A*(1，4)的坐标代入 $y=\dfrac{k}{x}$ 中，

得 *k*＝1×4＝4.

(2) *P*(－5，0)或 *P*(－1，0).

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

23．(1)证明：如图，连接 OC，

∵AB 为⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=\angle ACO+\angle OCB=90°$．

∵DE 是⊙O 的切线，

∴$\angle OCD=\angle ACO+\angle ACD=90°$，

∴$\angle OCB=\angle ACD$.

∵OB，OC 是⊙O 的半径，

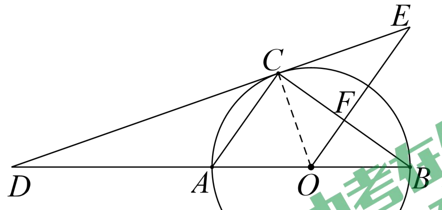
∴$OB=OC$，

∴$\angle B=\angle OCB$.

∵$OE\parallel AC$，

∴$\angle ACD=\angle E$，

∴$\angle B=\angle E$.



(2)解：在 Rt△ACB 中，$\cos B=\dfrac{CB}{AB}=\dfrac{4}{5}$，$AB=10$，

∴$BC=8$，$AC=6$．

∵$\angle ACB=\angle OCE=90°$，$\angle B=\angle E$，

∴$\triangle ACB\backsim\triangle OCE$，

∴$\dfrac{AC}{OC}=\dfrac{AB}{OE}$，

∴$\dfrac{6}{5}=\dfrac{10}{OE}$，

∴$OE=\dfrac{25}{3}$．

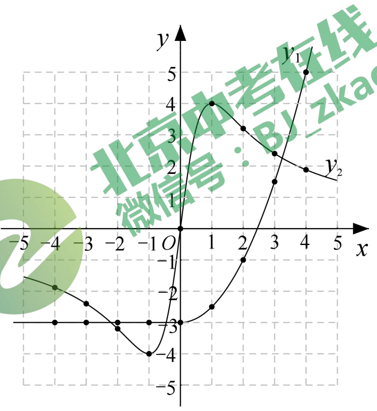
∵$OF\parallel AC$，O 为 AB 中点，

∴$OF=\dfrac{1}{2}AC=3$，

∴$EF=OE-OF=\dfrac{16}{3}$．

24．解：本题答案不唯一，如，

(1)



(2) ① 3.13；

②当 $x=-1$ 时，y_2 有最小值 -4；

③$-2.22<x<-0.45$，或 $x>3.24$．

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

25．解：(1)八；

(2)九；

理由：①九年级优秀率 40%，八年级优秀率 30%，说明九年级体能测试优秀人数更多；

②九年级中位数为 76，八年级为 72，说明九年级一半的同学测试成绩高于 76 分，而八年级一半同学的测试成绩仅高于 72 分．

③通过图表，估计八年级成绩平均数为 73.25，低于九年级的 79 分，说明九年级整体水平高于八年级．

综合以上三个(两个)理由，说明九年级学生的运动状况更好．

(3) ①80；

②78．

26．解：(1) ∵ $y=ax^2-4ax=ax(x-4)$，

∴抛物线与 x 轴交于点 $A(0，0)$，$B(4，0)$．

抛物线 $y=ax^2-4ax$ 的对称轴为直线：$x=-\dfrac{-4a}{2a}=2$．

(2) $y=ax^2-4ax=a(x^2-4x)=a(x-2)^2-4a$，

抛物线的顶点坐标为(2，$-4a$)．

令 $y=5a$，得 $ax^2-4ax=5a$，

$a(x-5)(x+1)=0$，

解得 $x=-1$，或 $x=5$，

∴当 $y=5a$ 时，抛物线上两点 $M(-1，5a)$，$N(5，5a)$．

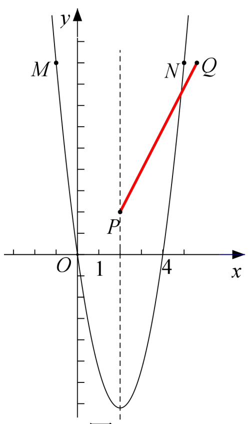


图 1

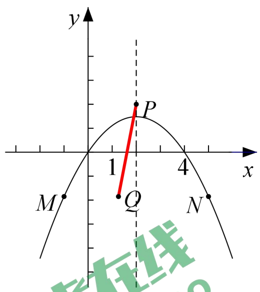


图 2

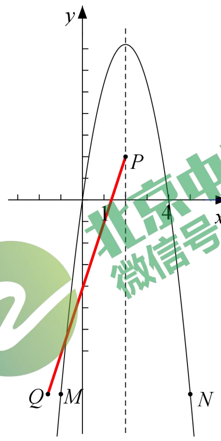


图 3

①当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，顶点位于 x 轴下方，且 $Q(2+2a，5a)$位于点 P 的右侧，

如图 1，当点 N 位于点 Q 左侧时，抛物线与线段 PQ 有公共点，

此时 $2+2a>5$，

解得 $a>\dfrac{3}{2}$．

②当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，顶点位于 x 轴上方，点 $Q(2+2a，5a)$位于点 P 的左侧，

(ⅰ)如图 2，当顶点位于点 P 下方时，抛物线与线段 PQ 有公共点，

此时 $-4a<2$，

解得 $a>-\dfrac{1}{2}$．

(ⅱ)如图 3，当顶点位于点 P 上方，点 M 位于点 Q 右侧时，抛物线与线段 PQ 有公共点，

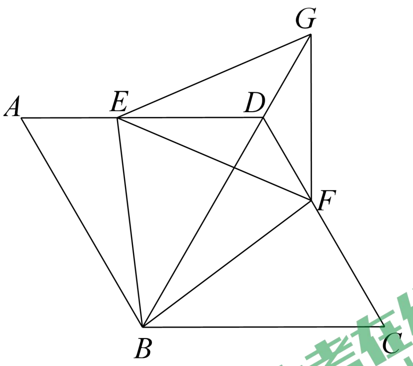
北京中考在线 微信号：BJ_zkao

此时 $2+2a<-1$，

解得 $a<-\frac{3}{2}$.

综上，a 的取值范围是 $a>\frac{3}{2}$，或 $-\frac{1}{2}<a<0$，或 $a<-\frac{3}{2}$.

27．(1)解：补全图形，如图.



(2)证明：∵菱形 $ABCD$，

∴$AB=AD$.

又∵$\angle A=60°$，

∴$\triangle ABD$ 为等边三角形，

∴$\angle ABD=\angle BDC=60°$，$AB=BD$.

在$\triangle ABE$ 和$\triangle DBF$ 中，

$AB=BD$，$\angle A=\angle BDF$，$AE=DF$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle DBF$，

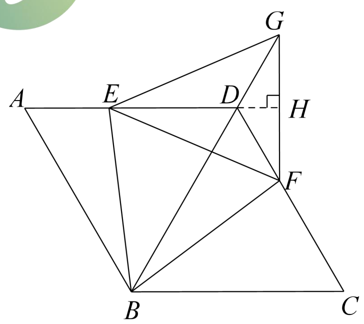
∴$BE=BF$，$\angle ABE=\angle DBF$，

∴$\angle EBF=\angle EBD+\angle DBF=\angle EBD+\angle ABE=\angle ABD=60°$，

∴$\triangle BEF$ 为等边三角形.

(3) BG，GF，CF 的数量关系为 $\sqrt{3}(BG-CF)=2GF$.

证明：如图 2，取 FG 中点 H，连接 DH，



∵$AE=DF=DG$，$\angle FDG=120°$，

∴$\angle DFG=\angle DGF=30°$，$DH\perp GF$，

∴$GF=2GH=2DG\cdot\cos30°=\sqrt{3}DG$.

又∵$\triangle BCD$ 为等边三角形，

∴$BD=CD$，$\angle BDC=60°$.

∵$\angle FDG=120°$，

∴$\angle BDC+\angle FDG=180°$，即 B，D，G 三点在同一条直线上，

∴$BG=BD+DG=CD+DG=CF+DF+DG=CF+2DG$，

∴$BG-CF=2DG$.

∴ $\sqrt{3}(BG-CF)=2\sqrt{3}DG=2GF$.

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

28．解：(1)直线 l 的和谐点是 $\underline{P_1，P_2}$；

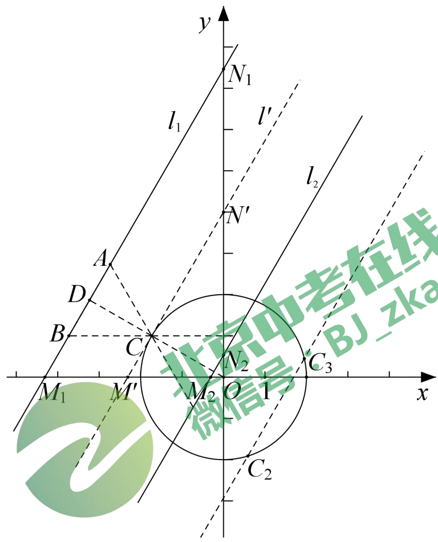
(2) 如图，设 A，B 在直线 l 上，点 C 在⊙O 上，△ABC 是边长为 2 的等边三角形，

∵ $n\geq 0$，∴当直线 l 位于 l_1 时，⊙O 上只有 1 个点 C 是直线 l 的和谐点，

当直线 l 位于 l_2 时，⊙O 上有 3 个点 C，C_2，C_3 都是直线 l 的和谐点，

∴满足条件的直线 l 应位于直线 l_1 和 l_2 之间.

设过点 C 且与⊙O 相切的直线为 l'，直线 l_1，l_2，l'分别与 x 轴，y 轴交于点 M_1，N_1，M_2，N_2，M'，N'．连接 OC，则 $OC\perp l'$，$OC=2$．取 AB 中点 D，连接 CD，则 $CD=\sqrt{3}$，且 O，C，D 三点共线，∴$OD=2+\sqrt{3}$．



∵直线 l：$y=\sqrt{3}x+n$ 与 x 轴交于点 M，

与 y 轴交于点 N，

∴$M(-\frac{\sqrt{3}}{3}n，0)$，$N(0，n)$，

∴$\tan\angle MNO=\frac{OM}{ON}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$\angle MNO=30°$．

∴在 Rt△OCN'和 Rt△ODN_1 中，

$ON'=2OC=4$，

$ON_1=2OD=4+2\sqrt{3}$，

∴$N'N_1=ON_1-ON'=2\sqrt{3}$，

由对称性得 $N'N_2=2\sqrt{3}$，即 $N_2(0，4-2\sqrt{3})$，

∴n 的取值范围是 $4-2\sqrt{3}<n<4+2\sqrt{3}$．

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

(3) r 的取值范围是 $\frac{\sqrt{7}}{2}\le r\le 7$.

详解如下：

∵ $y=\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$ ，∴$N(0,\ 3\sqrt{3})$，$ON=3\sqrt{3}$，$\angle ONM=30°$.

如图，设 A，B 在⊙O 上，P 是 MN 上的点，△ABP 是边长为 2 的等边三角形，

设 AB 的中点为 D，则 O，P，D 三点共线，

∴$r=OB=\sqrt{BD^2+OD^2}$ ，

又 $OD=OP-PD$（图 1），或 $OD=OP+PD$（图 2），而 $BD=1$，$PD=\sqrt{3}$ 为定值，

∴只需考虑 OP 的取值范围即可.

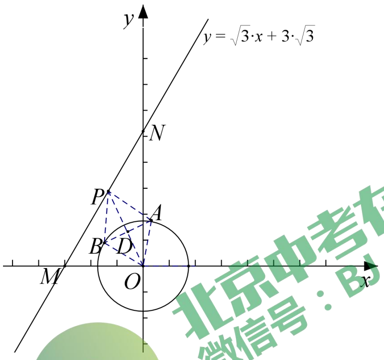


图 1

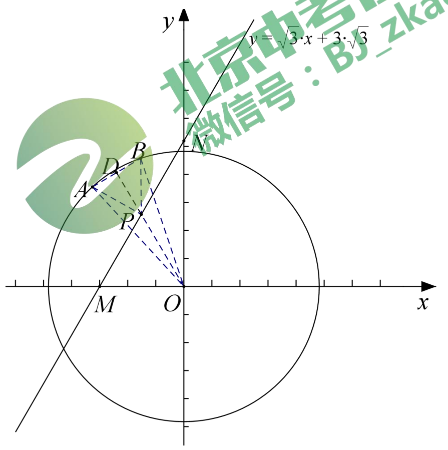


图 2

如图 3，当 $OP\perp MN$ 时，OP 最小，此时⊙O 的半径最小.

∵ $ON=3\sqrt{3}$，$\angle ONP=30°$ ，

∴$OP=\frac{1}{2}ON=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

又∵$PD=\sqrt{3}$，

∴$OD=OP-PD=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴在 Rt△OBD 中，$BD=1$，$OD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$r=OB=\sqrt{1^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

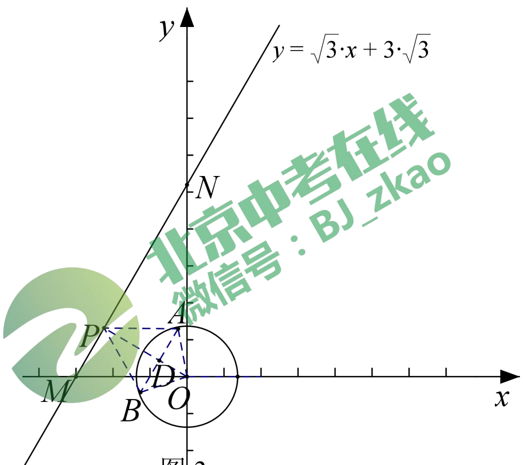


图 3

如图 4，当⊙O 的和谐点恰好是 N 点(即 P 点与 N 点重合)时，OP 最大，此时⊙O 的半径最大，

∵$ON=3\sqrt{3}$，$ND=\sqrt{3}$，

∴$OD=4\sqrt{3}$，

又 $BD=1$，

∴$r=OB=\sqrt{1^2+(4\sqrt{3})^2}=7$.

综上，r 的取值范围是 $\frac{\sqrt{7}}{2}\le r\le 7$.

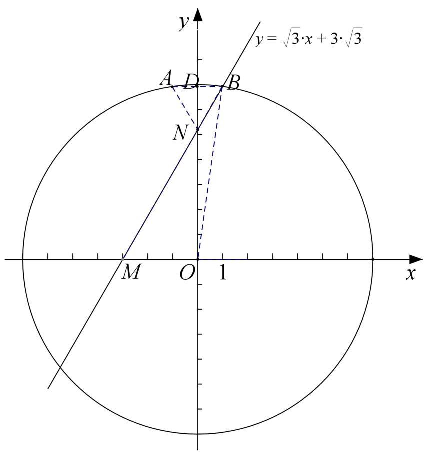


图 4

北京中考在线 微信号：BJ_zkao