2022北京北师大实验中学初三11月月考

数　　学

一、选择题

1. 下列事件中，随机事件是（　　）

A. 随意翻到一本书的某页，这页的页码是偶数　　B. 每年的一月份都有31天

C. 通常温度降到0℃以下，纯净的水结冰　　D. 三角形的内角和是$360°$

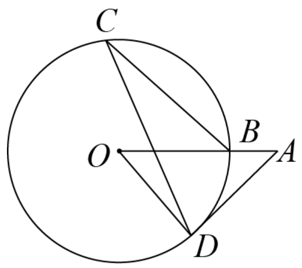
2. 如果关于x的一元二次方程$ax^2+bx-1=0$的一个解是$x=1$，则$2021-a-b$的值为（　　）

A. 2022　　B. 2021　　C. 2020　　D. 2019

3. 不透明的袋子中有三个小球，上面分别写着数字“1”，“2”，“3”，除数字外三个小球无其他差别．从中随机摸出一个小球，记录其数字，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，记录其数字，那么两次记录的数字之和为4的概率是（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

4. 如图，OA交⊙O于点B，AD切⊙O于点D，点C在⊙O上．若$\angle A=40°$，则$\angle C$为（　　）



A. 20°　　B. 25°　　C. 30°　　D. 35°

5. 若扇形的半径为2，圆心角为90°，则这个扇形的面积为（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. 3π　　C. 2π　　D. π

6. 抛物线$y=ax^2-2ax-3$与x轴交于两点，分别是$(m,0)$，$(n,0)$，则$m+n$的值为（　　）

A. 2　　B. 1　　C. -2　　D. 和a的大小有关

7. 下列选项中，能够被半径为1的圆及其内部所覆盖的图形是（　　）

A. 长度为3.2的线段　　B. 斜边为3的直角三角形

C. 面积为4的菱形　　D. 半径为1.4，圆心角为$90°$的扇形

8. 在平面直角坐标系xOy中，点$(-1,\ y_1),(2,\ y_2),(4,\ y_3)$在抛物线$y=ax^2-2ax+c$上，当$a>0$时，下列说法一定正确的是(　　)

A. 若$y_1y_2<0$，则$y_3>0$　　B. 若$y_2y_3>0$，则$y_1<0$

C. 若$y_1y_3<0$，则$y_2>0$　　D. 若$y_1y_2y_3=0$，则$y_2=0$

二、填空题

9. 点 P（2，－3）关于原点对称的点的坐标是_________.

10. 写出一个二次函数，其图象满足：（1）有最低点；（2）与 y 轴交于原点；（3）对称轴：直线　　，这个二次函数的解析式可以是______.

11. 响应国家号召打赢脱贫攻坚战，小明家利用信息技术开了一家网络商店，将家乡的土特产销往全国，今年 6 月份盈利 24000 元，8 月份盈利 34560 元，求 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率．设 6 月份到 8 月份盈利的月平均增长率为 x，根据题意，可列方程为______ .

12. 某地区林业局要考察一种树苗移植的成活率，对该地区这种树苗移植成活情况进行调查统计，并绘制了统计表.

树苗数	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000
成活树苗数	1862	3487	5343	7234	9108	10931	12752
成活频率	0.931	0.8718	0.8905	0.9043	0.9108	0.9109	0.9109

根据统计表提供的信息解决下列问题：

（1）请估计树苗成活的概率是________（精确到小数点后第 3 位）；

（2）该地区已经移植这种树苗 5 万棵，估计这种树苗能成活________万棵.

13. 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具，彰显了我国古代劳动人民的智慧，如图 1，点 P 表示筒车的一个盛水桶．如图 2，当筒车工作时，盛水桶的运行路径是以轴心 O 为圆心，5m 为半径的圆，且圆心在水面上方．若圆被水面截得的弦 AB 长为 8m，则筒车工作时，盛水桶在水面以下的最大深度为_____m.

图1

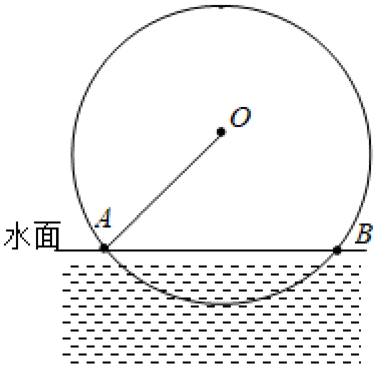
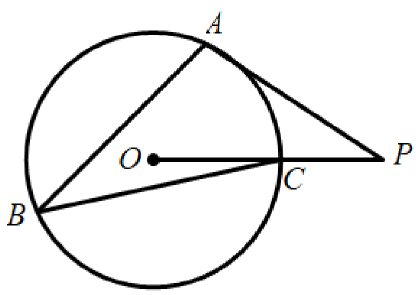


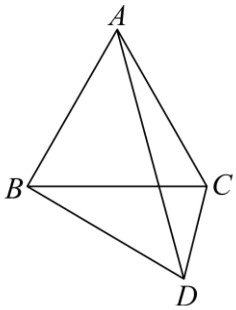
图2

14. 如图，已知⊙　上三点 A，B，C，半径 $OC=1$，$\angle ABC=30^\circ$，切线 PA 交 OC 延长线于点 P，则 PA 的长为__________.

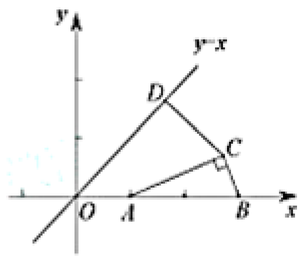


15. 如图，△　　为等边三角形，将 BC 边绕点 B 顺时针旋转　　，得到线段 BD，连接　　，　　，则

$\angle ADC$ 的度数为______.



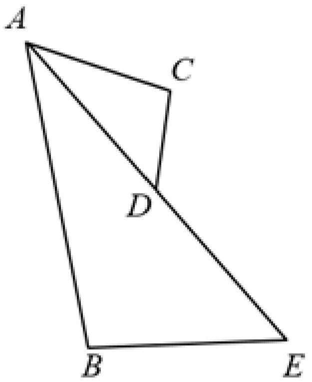
16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,0), B(3,0)$，C 为平面内的动点，且满足 $\angle ACB=90^{\circ}$，D 为直线 $y=x$ 上的动点，则线段 CD 长的最小值为________.



三、解答题

17. 解方程：$2x^2-5x+1=0$.

18. 如图，AE 平分 $\angle BAC$，D 为 AE 上一点，$\angle B=\angle C$.



（1）求证：$\triangle ABE \sim \triangle ACD$；

（2）若 D 为 AE 中点，$BE=4$，求 CD 的长.

19. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq 0$）的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表：

x	…	-1	0	1	2.5	3	…
$y=ax^2+bx+c$	…	m	1	-2	n	-2	…

根据以上列表，回答下列问题：

（1）直接写出 c 的值和该二次函数图象的对称轴；

（2）求此二次函数的解析式；

（3）在（2）条件下，求当 $-1\leq x\leq 3.8$ 时，函数值 y 的取值范围.

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+2m-4=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根小于 1，求 m 的取值范围.

21. 2019 年中国北京世界园艺博览会(以下简称"世园会")于 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京延庆区举行．世园会为满足大家的游览需求，倾情打造了 4 条各具特色的趣玩路线，分别是：A．"解密世园会"、B．"爱我家，爱园艺"、C．"园艺小清新之旅"和 D．"快速车览之旅"．李欣和张帆都计划暑假去世园会，他们各自在这 4 条线路中任意选择一条线路游览，每条线路被选择的可能性相同.

(1)李欣选择线路 C．"园艺小清新之旅"的概率是多少？

(2)用画树状图或列表的方法，求李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率.

22. 下面是小石设计的"过圆上一点作圆的切线"的尺规作图的过程.

已知：如图 1，$\odot O$ 及 $\odot O$ 上一点 P.

求作：直线 PN，使得 PN 与 $\odot O$ 相切.

作法：如图 2，

①作射线 OP；

②在 $\odot O$ 外取一点 Q（点 Q 不在射线 OP 上），以 Q 为圆心，QP 为半径作圆，⊙Q 与射线 OP 交于另一点 M；

③连接 MQ 并延长交⊙Q 于点 N；

④作直线 PN.

所以直线 PN 即为所求作直线.

根据小石设计的尺规作图的过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ MN 是 $\odot Q$ 的直径，

∴ $\angle MPN=$ ________ °（   ）（填推理的依据）.

∴ $OP\perp PN$.

又∵ OP 是 $\odot O$ 的半径，

∴ PN 是 $\odot O$ 的切线（   ）（填推理的依据）.

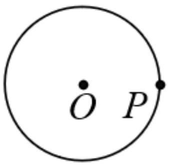


图1

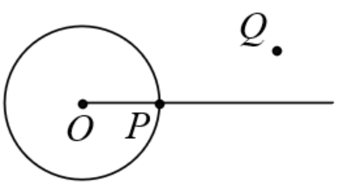
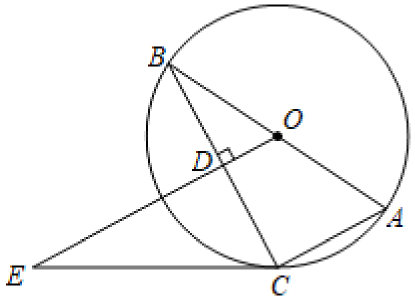


图2

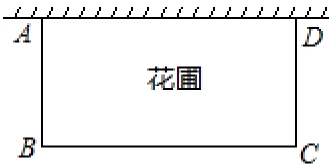
23. 如图，AB 为⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，连接 AC，BC，过点 O 作 $OD\perp BC$ 于点 D，过点 C 作⊙O 的切线交 OD 的延长线于点 E.



(1) 求证：$\angle E=\angle B$；

(2) 连接 AD．若 $CE=4\sqrt{5}$，$BC=8$，求 AD 的长．

24. 学校要围一个矩形花圃，花圃的一边利用足够长的墙，另三边用总长为 36 米的篱笆恰好围成（如图所示）．设矩形的一边 AB 的长为 x 米（要求 $AB<AD$），矩形 $ABCD$ 的面积为 S 平方米．



(1) 求 S 与 x 之间的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围；

(2) 要想使花圃的面积最大，AB 边的长应为多少米？

25. 已知等边△ABC，点 D 为 BC 上一点，连接 AD.

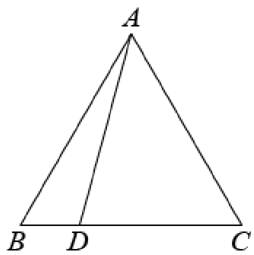


图 1

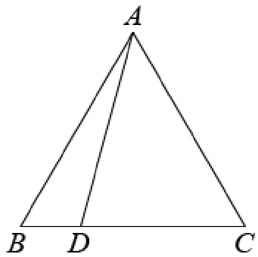


图 2

(1) 若点 E 是 AC 上一点，且 $CE=BD$，连接 BE，BE 与 AD 的交点为点 P，在图（1）中根据题意补全图形，直接写出∠APE 的大小；

(2) 将 AD 绕点 A 逆时针旋转 120°，得到 AF，连接 BF 交 AC 于点 Q，在图（2）中根据题意补全图形，用等式表示线段 AQ 和 CD 的数量关系，并证明.

26. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A（2，0），B（$3n-4$，y_1），C（$5n+6$，y_2）三点，对称轴是直线 $x=1$．关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=x$ 有两个相等的实数根.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若 $n<-5$，试比较 y_1 与 y_2 的大小；

(3) 若 B，C 两点在直线 $x=1$ 的两侧，且 $y_1>y_2$，求 n 的取值范围.

27. 在等腰 Rt△ABC 中，$AB\perp AC$，点 D 为 AC 边上一点，连接 DB ．

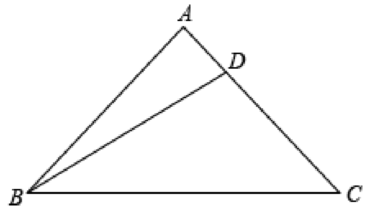


图1

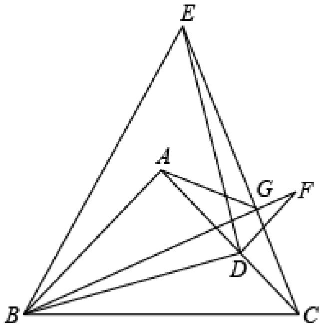


图2

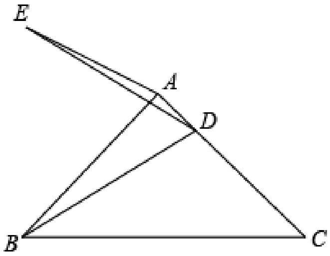


图3

（1）如图 1，若$\angle ABD=15°$，$BD=2$，求线段 AD 的长度；

（2）如图 2，将线段 DB 绕点 D 顺时针旋转 90°得到线段 DE，连接 BE、CE，将线段 DC 绕点 D 逆时针旋转 90°得到线段 DF，连接 BF，线段 CE、BF 交于点 G，连接 AG，猜想线段 AG、BG、CG 的数量关系并证明你的结论；

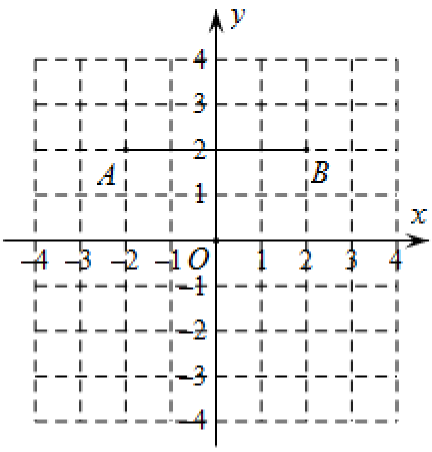
（3）如图 3，将线段 DB 绕点 D 顺时针旋转 60°得到线段 DE，连接 AE，直接写出 $\dfrac{AE}{AB}$ 的最小值．

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 M，给出如下定义：若在图形 M 上存在点 Q，使得 $OQ=kOP$，k 为正数，则称点 P 为图形 M 的 k 倍等距点．已知点 $A(-2，2)$，$B(2，2)$．

（1）在点 $C(1，0)$，$D(0，-2)$，$E(1，1)$中，线段 AB 的 2 倍等距点是____；

（2）画出线段 AB 的所有 2 倍等距点形成的图形（用阴影表示），并求该图形的面积；

（3）已知直线 $y=-x+b$ 与 x 轴，y 轴的交点分别为点 F，G，若线段 FG 上存在线段 AB 的 2 倍等距点，直接写出 b 的取值范围．



参考答案

一、选择题

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据随机事件、必然事件和不可能事件的定义分别分析得出答案.

【详解】解：A、随意翻到一本书的某页，这页的页码是偶数，是随机事件，符合题意；

B、每年的一月份都有 31 天，是必然事件，不符合题意；

C、通常温度降到 以下，纯净的水结冰，是必然事件，不符合题意；

D、三角形的内角和是$360°$，是不可能事件，不符合题意.

故选：A.

【点睛】此题主要考查了随机事件、必然事件、不可能事件的定义，正确把握相关定义是解题关键.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据一元二次方程解得定义即可得到$a+b=1$，再由$2021-a-b=2021-(a+b)$进行求解即可.

【详解】解：∵关于 x 的一元二次方程$ax^2+bx-1=0$的一个解是 ，

$\therefore a+b-1=0$，

$\therefore a+b=1$，

$\therefore\ 2021-a-b=2021-(a+b)=2021-1=2020$，

故选：C.

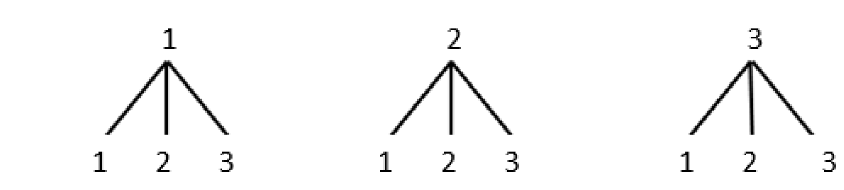
【点睛】本题主要考查了代数式求值和一元二次方程的解，熟知一元二次方程解的定义是解题的关键.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】利用树状图列举出所有等可能的情况，确定两次记录的数字之和为 4 的次数，根据概率公式计算得出答案.

【详解】列树状图如下：



共有 9 种等可能的情况，其中两次记录的数字之和为 4 的有 3 种，

∴P（两次记录的数字之和为 4）$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，

故选：B．

【点睛】此题考查树状图法求事件的概率，概率的计算公式，根据题意正确列举出事件发生的所有可能的情况是解题的关键．

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据切线的性质得到$\angle ODA=90^\circ$，根据直角三角形的性质求出$\angle DOA$，根据圆周角定理计算即可．

【详解】解：$\because AD$ 切$\odot O$ 于点 D

$\therefore OD\perp AD$

$\therefore \angle ODA=90^\circ$

$\because \angle A=40^\circ$

$\therefore \angle DOA=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

$\therefore \angle BCD=\frac{1}{2}\angle DOA=25^\circ$

故选：B

【点睛】本题考查了切线的性质：圆心与切点的连线垂直切线、圆周角定理以及直角三角形两锐角互余的性质，结合图形认真推导即可得解．

5. 【答案】D

【解析】

【分析】直接利用扇形的面积公式计算．

【详解】解：这个扇形的面积：$S=\frac{n\pi r^2}{360}=\frac{90\times\pi\times 2^2}{360}=\pi$．

故选：D．

【点睛】本题考查了扇形面积的计算：扇形面积计算公式：设圆心角是n°，圆的半径为 R 的扇形面积为 S，则$S_{扇形}=\frac{n}{360}\pi R^2$或$S_{扇形}=\frac{1}{2}lR$（其中 l 为扇形的弧长）．

6. 【答案】A

【解析】

【分析】根据抛物线与 x 轴的交点坐标可得关于 x 的一元二次方程$ax^2-2ax-3=0$的解是$x_1=m$，$x_2=n$，然后根据根与系数的关系即可得出答案．

【详解】解：$\because$抛物线$y=ax^2-2ax-3$与 x 轴交于两点，分别是$\left(m,0\right)$，$\left(n,0\right)$，

$\therefore$关于 x 的一元二次方程$ax^2-2ax-3=0$的解是$x_1=m$，$x_2=n$，

根据根与系数的关系可得：$m+n=-\frac{-2a}{a}=2$，

故选：A．

【点睛】本题考查了抛物线与 x 轴的交点问题，根与系数的关系，熟知二次函数与 x 轴的交点坐标与一元二次方程解的关系是解题的关键.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】由直径为圆中最长的弦可判断 A，由直角三角形的外接圆的直径是斜边的长可判断 B，利用圆的面积为 π，小于菱形的面积 4，可判断 C， 由半径为 $\sqrt{2}$，圆心角为 $90°$ 的扇形的面积小于圆的面积可判断 D.

【详解】解：$\because$ 半径为1的圆的直径为2，

$\therefore$ 半径为1的圆及其内部所能覆盖的线段最长为2，

而$3.2>2$，

$\therefore$ 半径为1的圆及其内部不能覆盖长度为 3.2 的线段．故 A 不符合题意，

$\because$ 斜边为3的直角三角形的外接圆的直径为3，而$3>2$，

所以半径为1的圆及其内部不能覆盖斜边为3的直角三角形，故 B 不符合题意，

$\because S_{圆}=\pi r^2=\pi\times1^2=\pi$，菱形的面积为$4$，而$\pi<4$,

$\therefore$ 半径为1的圆及其内部不能覆盖面积为4的菱形，故 C 不符合题意；

$\because$ 半径为 1.4，圆心角为$90°$的扇形的面积为：$\dfrac{90\pi\times1.4^2}{360}=0.49\pi$，

而$0.49\pi<\pi$，

所以半径为1的圆及其内部能覆盖半径为 1.4，圆心角为$90°$的扇形，故 D 符合题意，

故选：D.

【点睛】本题考查的是圆的基本性质，直径为圆中最长的弦，直角三角形的外接圆的直径，菱形的面积，扇形的面积，掌握以上知识是解题的关键.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】根据二次函数解析式可得抛物线对称轴及开口方向，根据各点横坐标可判断 $y_3>y_1>y_2$，进而求解.

【详解】解：$\because$ $y=ax^2-2ax+c$ 中 $a>0$，

$\therefore$抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$，

$\because$ $4-1>1-(-1)>2-1$，

$\therefore$ $y_3>y_1>y_2$，

当 $y_1y_2<0$ 时，y_1，y_2 异号，

$\therefore$ $y_1>0$，$y_2<0$，

$\therefore y_3 > y_1 > 0$，选项 A 正确.

当 $y_3 > y_1 > y_2 > 0$ 时，$y_2 y_3 > 0$，

∴选项 B 错误，

当 $y_1 y_3 < 0$ 时，$y_3 > 0$，$y_1 < 0$，

$\therefore y_2 < y_1 < 0$，选项 C 错误.

当 $y_1 y_2 y_3 = 0$ 时，y_1，y_2，y_3 中有 1 个值为 0 即可，

∴选项 D 错误.

故选：A.

【点睛】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解题关键是掌握二次函数的性质，掌握二次函数图象与系数的关系.

二、填空题

9. 【答案】(-2，3)

【解析】

【分析】根据平面直角坐标系中任意一点 P（x，y），关于原点的对称点是（$-x$，$-y$），即关于原点的对称点，横纵坐标都变成相反数.

【详解】解：已知点 P（2，-3），

则点 P 关于原点对称的点的坐标是（-2，3），

故答案为：(-2，3).

【点睛】本题主要考查了关于原点的对称点的性质，正确把握横纵坐标的关系是解题关键.

10. 【答案】$y = x^2 - 4x$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据二次函数的图象和性质可得 $a > 0$，$c = 0$，$-\dfrac{b}{2a} = 2$，然后写出满足题意的 a，b 即可.

【详解】解：设这个二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c\left(a \neq 0\right)$，

∵二次函数图象有最低点，

$\therefore a > 0$，

∵与 y 轴交于原点，

$\therefore c = 0$，

∵对称轴为直线 $x = 2$，

$\therefore -\dfrac{b}{2a} = 2$，

∴a，b 的值可以是 $a = 1$，$b = -4$，

∴这个二次函数的解析式可以是 $y = x^2 - 4x$，

故答案为：　　　　　　（答案不唯一）．

【点睛】本题考查了二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数的图象与系数的关系是解题的关键．

11. 【答案】$24000(1+x)^2=34560$

【解析】

【分析】设该商店从6月份到8月份每月盈利的平均增长率为 x ，根据该商店6月份及8月份的利润，可得出关于 x 的一元二次方程；

【详解】设该商店从6月份到8月份每月盈利的平均增长率为 x

$$24000(1+x)^2=34560$$

故答案为：$24000(1+x)^2=34560$．

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，解题的关键是：找准等量关系，正确列出一元二次方程．

12. 【答案】　①. 0.911　②. 4.555

【解析】

【分析】（1）根据大量重复实验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值，即可解答．

（2）用树苗总数乘以树苗的成活的概率即可．

【详解】（1）根据表格可知种植树苗为12000棵和14000棵时成活频率已经趋于稳定，为0.9109，所以该树苗的成活的概率为0.911．

故答案为：0.911．

（2）估计这批树苗能成活$5\times0.911=4.555$万棵．

故答案为：4.555．

【点睛】本题考查用频率估计概率，充分理解在大量重复试验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值是解答本题的关键．

13. 【答案】2

【解析】

【分析】过O点作半径OD⊥AB于E，如图，由垂径定理得到AE＝BE＝4，再利用勾股定理计算出OE，然后即可计算出DE的长．

【详解】解：过O点作半径OD⊥AB于E，如图，

∴AE＝BE＝$\frac{1}{2}$AB＝$\frac{1}{2}$×8＝4，

在Rt△AEO中，OE＝$\sqrt{OA^2-AE^2}$＝$\sqrt{5^2-4^2}$＝3，

∴ED＝OD－OE＝5－3＝2（m），

答：筒车工作时，盛水桶在水面以下的最大深度为2m．

故答案为：2．

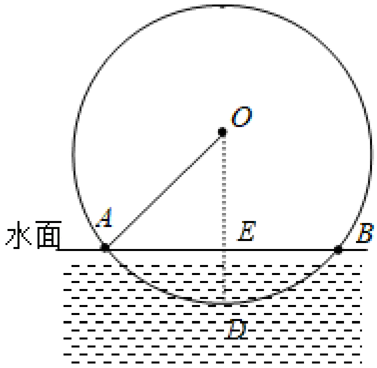


图2

【点睛】本题考查了垂径定理，垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧，能熟练运用垂径定理是解题的关键.

14. 【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】连接OA，根据圆周角定理求出$\angle AOP$，根据切线的性质求出$\angle OAP=90^\circ$，解直角三角形求出AP即可.

【详解】解：连接OA，

$\because \angle ABC=30^\circ$，

$\therefore \angle AOC=2\angle ABC=60^\circ$，

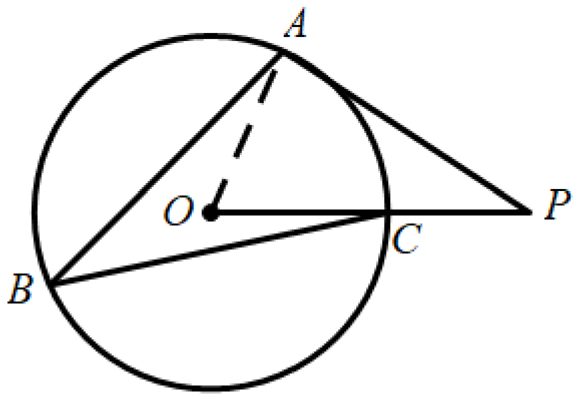
$\because$过点A作$\odot O$的切线交OC的延长线于点P，

$\therefore \angle OAP=90^\circ$，

$\because OA=OC=1$，

$\therefore AP=OA\tan 60^\circ=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$.



【点睛】本题考查了切线的性质和圆周角定理、解直角三角形等知识点，能熟记切线的性质是解此题的关键，注意：圆的切线垂直于过切点的半径.

15. 【答案】30° ##30度

【解析】

【分析】求出 $AB=BD$，$\angle ABD=90^\circ$，可得 $\angle BDA=45^\circ$，根据三角形内角和定理求出 $\angle BDC=75^\circ$，即可解决问题.

【详解】解：∵ $\triangle ABC$ 为等边三角形，

∴ $AB=BC$，$\angle ABC=60^\circ$，

由旋转得 $BD=BC$，$\angle DBC=30^\circ$，

∴ $AB=BD$，$\angle ABD=90^\circ$，$\angle BDC=\angle BCD=\dfrac{180^\circ-30^\circ}{2}=75^\circ$，

∴ $\angle BDA=45^\circ$，

∴ $\angle ADC=\angle BDC-\angle BDA=75^\circ-45^\circ=30^\circ$，

故答案为：30°.

【点睛】本题考查旋转的性质，等边三角形的性质，等腰直角三角形的判定和性质，三角形内角和定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

16. 【答案】$\sqrt{2}-1$

【解析】

【分析】由直径所对的圆周角为直角可知，动点 C 轨迹为以 AB 中点 M 为圆心，AB 长为直径的圆，求得圆心 M 到直线的距离，即可求得答案.

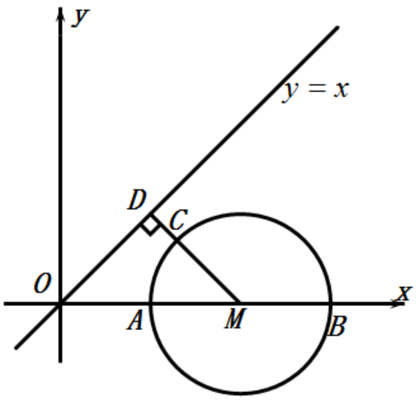
【详解】∵ $\angle ACB=90^\circ$，

∴动点 C 轨迹为：以 AB 中点 M 为圆心，AB 长为直径的圆，

∵ $A(1,0)$，$B(3,0)$，

∴点 M 的坐标为：$(2,0)$，半径为 1，

过点 M 作直线 $y=x$ 垂线，垂足为 D，交⊙D 于 C 点，如图：



此时 CD 取得最小值，

∵直线的解析式为：$y=x$，

∴ $\tan\angle MOD=1$，

∴ $\angle MOD=45^\circ$，

∵ $OM=2$，

$\therefore d = MD = \sqrt{2}$，

$\therefore$ 最小值为 $d - r = \sqrt{2} - 1$，

故答案为：$\sqrt{\quad}$.

【点睛】本题考查了点的轨迹，圆周角定理，圆心到直线的距离，正确理解点到直线的距离垂线段最短是正确解答本题的关键.

三、解答题

17. 【答案】$x_1 = \dfrac{5+\sqrt{17}}{4}$，$x_2 = \dfrac{5-\sqrt{17}}{4}$.

【解析】

【分析】先计算根的判别式的值，然后利用求根公式写出方程的解.

【详解】解： ，

$a=2$，$b=-5$，$c=1$，

$\because \triangle = (-5)^2 - 4\times2\times1 = 17 > 0$，

$\therefore x = \dfrac{-(-5)\pm\sqrt{17}}{2\times2}$，

$\therefore x_1 = \dfrac{5+\sqrt{17}}{4}$，$x_2 = \dfrac{5-\sqrt{17}}{4}$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程−公式法，根的判别式为$\triangle = b^2 - 4ac$，熟练掌握用公式法解一元二次方程的一般步骤是解决问题的关键.

18. 【答案】（1）证明见详解；（2）CD 的长为 2.

【解析】

【分析】（1）由角平分线的定义可得 $\angle BAE = \angle EAC$，根据相似三角形的判定定理即可证明；

（2）由中点的定义可得 $AD = \dfrac{1}{2}AE$，再由（1）中结论相似三角形的性质即可得.

【详解】解：（1）证明$\because AE$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore \angle BAE = \angle EAC$，

在 ΔABE 与 ΔACD 中，

$\because \angle BAE = \angle EAC$，

$\angle B = \angle C$，

$\therefore \Delta ABE \sim \Delta ACD$；

（2）$\because D$ 为 AE 中点，

$\therefore AD = \dfrac{1}{2}AE$，

$\because \Delta ABE \sim \Delta ACD$，

$\therefore \dfrac{AD}{AE}=\dfrac{CD}{BE}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore CD=\dfrac{1}{2}BE=2$，

$\therefore CD$ 的长为 2．

【点睛】题目主要考查相似三角形的判定和性质，角平分线和线段中点的性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题关键．

19．【答案】（1）$c=1$，对称轴为直线 $x=2$；

（2）$y=x^2-4x+1$；

（3）$-3\le y\le 6$．

【解析】

【分析】（1）根据表格中对应值可知对称轴的值和抛物线与 y 轴的交点，即可求得 c 的值；

（2）设函数的解析式为 $y=a\left(x-2\right)^2+k$，代入点 $\left(0,1\right)$ 和点 $1,-2$ 求解即可；

（3）根据函数的对称性以及性质即可求得 y 的取值范围．

【小问 1 详解】

由表格可得，当 $x=0$ 时，$y=1$，

$\therefore c=1$，

当 $x=1$ 和 $x=3$ 时 y 值都为 -2，

即对称轴为直线 $x=\dfrac{1+3}{2}=2$．

【小问 2 详解】

设函数的解析式为 $y=a\left(x-2\right)^2+k$，

代入点 $\left(0,1\right)$ 和点 $1,-2$，

可得：$\begin{cases}1=4a+k\\-2=a+k\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\k=-3\end{cases}$，

$\therefore y=\left(x-2\right)^2-3$，

整理可得，函数的解析式为：$y=x^2-4x+1$；

【小问 3 详解】

由 $y=\left(x-2\right)^2-3$ 可知，函数开口向上，对称轴为直线 $x=2$，

$\because \left|-1-2\right|>\left|3.8-2\right|$，

$\therefore$ 在 $-1\le x\le 3.8$ 上，当 $x=-1$ 时，函数有最大值 6，当 $x=2$ 时，函数有最小值 -3，

综上，当 时，函数值 y 的取值范围为 .

【点睛】本题考查的是二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，待定系数法求二次函数的解析式，能熟练求解函数对称轴是解题的关键.

20. 【答案】（1）见解析；（2） $m<3$

【解析】

【分析】（1）直接利用根的判别式，判断△≥0 即可；

（2）利用求根公式求得两个，根据有一个根小于 1 列出不等式求解即可.

【详解】（1）证明：$\because a=1, b=-m, c=2m-4$，

$\therefore \Delta = b^2-4ac=(-m)^2-4(2m-4)$

$=m^2-8m+16$

$=(m-4)^2$

∵无论 m 取何值时，$(m-4)^2 \geq 0$，

∴此方程总有两个实数根.

（2）解：$\because \Delta=(m-4)^2 \geq 0$，

$\therefore x=\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{m \pm (m-4)}{2}$.

$\therefore x_1=m-2, x_2=2$.

∵此方程有一个根小于 1，且 $x_2=2 \geq 1$.

$\therefore m-2<1$.

$\therefore m<3$.

【点睛】本题考查根的判别式和用公式法解一元二次方程．解题的关键是：（1）牢记“当△≥0 时，方程有两个实数根”；（2）利用公式法求出一元二次方程的根.

21. 【答案】(1) －；(2) －

【解析】

【分析】(1)由概率公式即可得出结果；

(2)画出树状图，共有 16 种等可能的结果，李欣和张帆恰好选择同一线路游览的结果有 4 种，由概率公式即可得出结果.

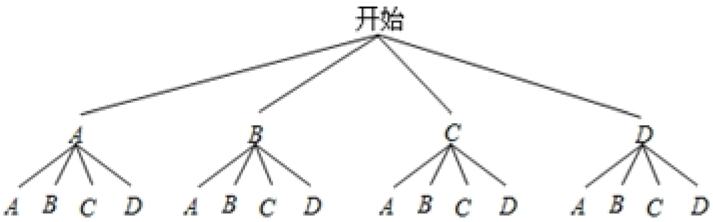
【详解】解：(1)在这四条线路任选一条，每条被选中的可能性相同，

∴在四条线路中，李欣选择线路 ．“园艺小清新之旅”的概率是－；

(2)画树状图分析如下：

共有 16 种等可能的结果，李欣和张帆恰好选择同一线路游览的结果有 4 种，

∴李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率为$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.



【点睛】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

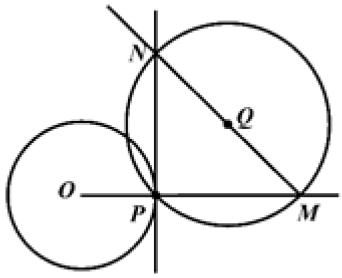
22. 【答案】（1）作图见解析；（2）90，直径所对的圆周角是直角；经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线

【解析】

【分析】（1）根据题意作出图形即可；

（2）根据圆周角定理可得∠MPN=90°，根据切线的判定定理即可得结论．

【详解】（1）（1）补全图形如下图；



（2）证明：∵MN是⊙Q的直径，

∴$\angle MPN=$ __90__ °（直径所对的圆周角是直角）（填推理的依据）．

∴$OP\perp PN$．

又∵OP是⊙O的半径，

∴PN是⊙O的切线（经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线　）（填推理的依据）．

故答案为：90，直径所对的圆周角是直角；经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线．

【点睛】本题考查了切线的判定及圆周角定理，正确作出图形是解题关键．

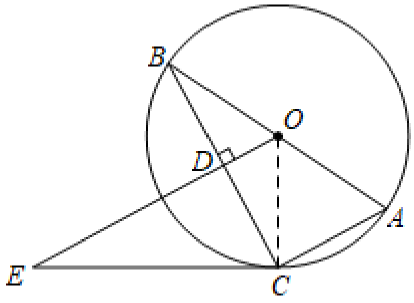
23. 【答案】（1）证明见解析；（2）$AD=4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）连接OC通过垂径定理和等腰三角形性质证明$\angle E=\angle B$

（2）连接AD通过计算发现$BC=EC$，再通过证明$\triangle CED\cong\triangle ABC$得到$AC=DC=4$．

【详解】（1）证明：连接OC如图：



$OD\perp CB$

∴$OB=OC$，$\angle B=\angle OCD$

又 CE 为圆 O 的切线

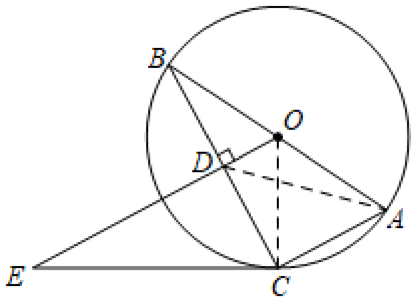
∴$OC\perp CE$

∴$\angle ECD+\angle DCO=\angle ECD+\angle E=90°$

∴$\angle E=\angle DCO=\angle B$

∴$\angle E=\angle B$

（2）连接 AD 如图



∵△EDC 为 Rt△

∴$DE=\sqrt{EC^2-DC^2}=\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2-4^2}=8$

由（1）得$\angle E=\angle B$

又 AB 为直径

∴$\angle BCA=90°$

在△CED 和△ABC 中

$$\because\begin{cases}\angle B=\angle E\\ \angle EDC=\angle BCA\\ ED=BC\end{cases}$$

∴△CED≌△ABC（AAS）

∴$AC=DC=\dfrac{1}{2}BC=4$

∴ $AD=\sqrt{2}AC=4\sqrt{2}$

【点睛】本题考查垂径定理和全等三角形的判定与性质，掌握这些是本题解题关键．

24. 【答案】（1）$S=-2x^2+36x(0<x<12)$．

（2）AB 边的长为 9 米

【解析】

【分析】（1）因为 $AB=x$ 米，所以 BC 为（$36-2x$）米，由长方形的面积列式即可；

（2）将（1）中的二次函数进行配方即可化为顶点式．$y=a(x-h)^2+k$，因为 $a=-2<0$ 抛物线开口向下，函数有最大值，即当 $x=h$ 时，取得最大值．

【小问 1 详解】

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，AB 的长为 x 米，

∴$CD=AB=x$（米）．

∵矩形除 AD 边外的三边总长为 36 米，

∴$BC=36-2x$（米）．

∴$S=x(36-2x)=-2x^2+36x$．

∵$0<x<36-2x$,

∴自变量 x 的取值范围是 $0<x<12$．

【小问 2 详解】

∵$S=-2x^2+36x=-2(x-9)^2+162$，且 $x=9$ 在 $0<x<12$ 的范围内，

∴当 $x=9$ 时，S 取最大值．

即 AB 边的长为 9 米时，花圃的面积最大．

【点睛】本题考查了二次函数的应用中求最值的问题．当 $a>0$ 时函数有最小值；当 $a<0$ 时函数有最大值．求最大（小）值有三种方法，第一种可由图象直接得出，第二种是配方法，第三种是公式法，常用的是后两种方法，当二次项系数 a 的绝对值是较小的整数时，用配方法较好，如 $y=-x^2-2x+5$，$y=3x^2-6x+1$ 等用配方法求解比用公式法简便．

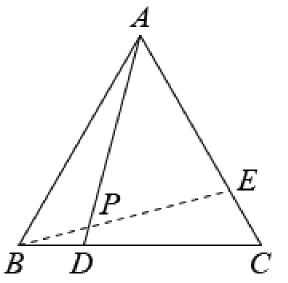
25. 【答案】（1）补全图形见解析. $\angle APE=60°$；（2）补全图形见解析. $AQ=\dfrac{1}{2}CD$，证明见解析.

【解析】

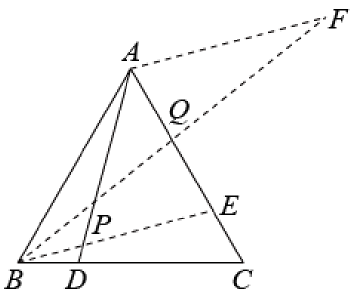
【分析】（1）根据题意，按照要求补全图形即可；

（2）先补全图形，然后首先证明$\triangle ABD\cong\triangle BEC$ 得出$\angle BAD=\angle CBE$，之后通过一系列证明得出$\triangle AQF\cong\triangle EQB$，最后进一步从而得出 $AQ=\dfrac{1}{2}CD$ 即可.

【详解】（1）补全图形如下，其中 $\angle APE=60°$，



（2）补全图形. $AQ=\frac{1}{2}CD$



证明：在△ABD 和△BEC 中，

$$\begin{cases} AB=BC \\ \angle ABD=\angle C=60° \\ BD=CE \end{cases}$$

∴△ABD≌△BEC（SAS）

∴∠BAD=∠CBE.

∵∠APE 是△ABP 的一个外角，

∴∠APE=∠BAD+∠ABP=∠CBE+∠ABP=∠ABC=60°.

∵AF 是由 AD 绕点 A 逆时针旋转 120°得到，

∴AF=AD，∠DAF=120°.

∵∠APE=60°，

∴∠APE+∠DAP=180°.

∴AF∥BE

∴∠1=∠2

∵△ABD≌△BEC，

∴AD=BE.

∴AF=BE.

在△AQF 和△EQB 中，

$$\begin{cases} \angle 1=\angle 2 \\ \angle AQF=\angle EQB \\ AF=BE \end{cases}$$

∴△AQF≌△EQB（AAS）

∴$AQ=QE$

∴ $AQ=\dfrac{1}{2}AE$

∵$AE=AC-CE$，$CD=BC-BD$，

且 $AE=BC$，$CD=BD$.

∴$AE=CD$..

∴ $\qquad -$

【点睛】本题主要考查了全等三角形的综合运用，熟练掌握相关概念是解题关键.

26. 【答案】（1）$y=-\ -x^2+x$；（2）$y_1>y_2$；（3）$0<n<\dfrac{5}{3}$.

【解析】

【分析】（1）由题意可得 0=4a+2b+c①，$-\dfrac{b}{2a}=1$②，△=（b-1）^{2}-4ac=0③，联立方程组可求 a，b，c，可求解析式；

（2）由 n<-5，可得点 B，点 C 在对称轴直线 x=1 的左侧，由二次函数的性质可求解；

（3）分两种情况讨论，列出不等式组可求解.

【详解】解：（1）∵抛物线 y＝ax^2+bx+c 经过 A（2，0），

∴0＝4a+2b+c①，

∵对称轴是直线 x＝1，

∴$-\dfrac{b}{2a}=1$②，

∵关于 x 的方程 ax^2+bx+c＝x 有两个相等的实数根，

∴△＝（b﹣1）^{2}﹣4ac＝0③，

由①②③可得：$\begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=1 \\ c=0 \end{cases}$，

∴抛物线的解析式为 $y=-\ -x^2+x$；

（2）∵n<﹣5，

∴3n﹣4<﹣19，5n+6<﹣19

∴点 B，点 C 在对称轴直线 x＝1 的左侧，

∵抛物线 y＝﹣－x^2+x，

∴﹣－<0，即在对称轴的左侧 y 随 x 的增大而增大，

∵（3n－4）－（5n+6）＝－2n－10＝－2（n+5）＞0，

∴3n－4＞5n+6，

∴y_1＞y_2；

（3）若点 B 在对称轴直线 x＝1 的左侧，点 C 在对称轴直线 x＝1 的右侧时，

由题意可得$\begin{cases} 3n-4<1 \\ 5n+6>1 \\ 1-(3n-4)<5n+6-1 \end{cases}$，

∴0＜n＜$\dfrac{5}{3}$，

若点 C 在对称轴直线 x＝1 的左侧，点 B 在对称轴直线 x＝1 的右侧时，

由题意可得：$\begin{cases} 3n-4>1 \\ 5n+6<1 \\ 3n-4-1<1-(5n+6) \end{cases}$，

∴不等式组无解，

综上所述：0＜n＜$\dfrac{5}{3}$.

【点睛】本题考查了抛物线与 x 轴的交点，二次函数的性质，根的判别式，待定系数法求解析式，一元一次不等式组的应用，利用分类讨论思想解决问题是本题的关键.

27. 【答案】（1）$\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

（2）$BG=CG+\sqrt{2}AG$，证明见解析

（3）$-$

【解析】

【分析】（1）作 $DE\perp BC$ 于 E，则解 RtΔBDE 和 RtΔCDE，即可解决问题；

（2）首先利用 SAS 证明 $\Delta BDF\cong\Delta EDC$，得 $\angle BGE=\angle BDE=90^\circ$，作 $AH\perp AG$，交 BG 于 H，再利用 ASA 证明 $\Delta ABH\cong\Delta ACG$，得 $CG=BH$， $AH=AG$，从而得出结论；

（3）以 为边作等边三角形 ABP，连接 BE， PE，利用 SAS 证明 $\Delta EBP\cong\Delta DBA$，则 $\angle BPE=\angle BAD=90^\circ$，可知点 E 在射线 PE 上运动，从而解决问题.

【小问 1 详解】

解：作 $DE\perp BC$ 于 E，

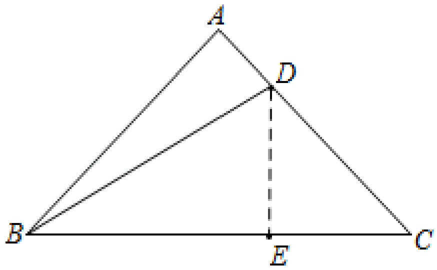


图1

$\because \Delta ABC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle ABC = \angle C = 45°$，

$\because \angle ABD = 15°$，

$\therefore \angle DBC = 30°$，

$\therefore DE = \frac{1}{2}BD = 1$， $BE = \sqrt{3}$，

$\therefore CE = DE = 1$，

$\therefore CD = \sqrt{2}$，

$\because BC = BE + CE = \sqrt{3} + 1$，

$\therefore AC = \frac{\sqrt{2}}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3}+1) = \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore AD = AC - CD = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$；

【小问 2 详解】

$BG = CG + \sqrt{2}AG$，

$\because$将线段 DB 绕点 顺时针旋转 得到线段 DE，

$\therefore BD = DE$， $\angle BDE = 90°$，

$\because$将线段 DC 绕点 逆时针旋转 得到线段 DF，

$\therefore CD = DF$， $\angle CDF = 90°$，

$\therefore \angle BDF = \angle CDE$，

$\therefore \Delta BDF \cong \Delta EDC(SAS)$，

$\therefore \angle DBF = \angle DEG$，

$\therefore \angle BGE = \angle BDE = 90°$，

作 $AH \perp AG$，交 BG 于 H，

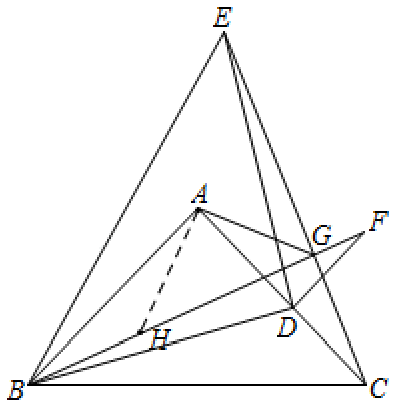


图2

$\because \angle BAC=\angle HAG=90^\circ$，

$\therefore \angle BAH=\angle CAG$，

$\because \angle BAC=\angle BGC=90^\circ$，

$\therefore \angle ABH=\angle ACG$，

又$\because$ AB = AC，

$\therefore \Delta ABH\cong\Delta ACG(ASA)$，

$\therefore CG=BH$， $AH=AG$，

$\therefore \Delta AHG$ 是等腰直角三角形，

$\therefore HG=\sqrt{2}AG$，

$\therefore BG=CG+\sqrt{2}AG$；

【小问 3 详解】

如图，以　　为边作等边三角形 ABP，连接 BE， PE，

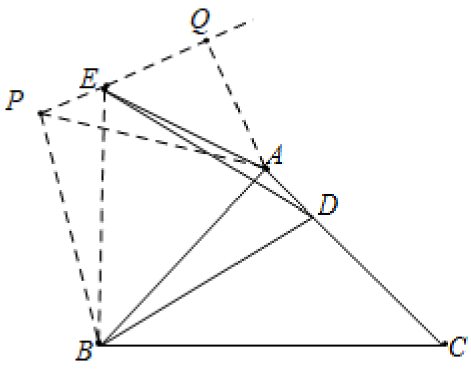


图3

$\because \Delta BAP$ 和 ΔBDE 是等边三角形，

$\therefore BE=BD$， $BA=BP$， $\angle EBP=\angle DBA$，

$\therefore \Delta EBP\cong\Delta DBA(SAS)$，

$\therefore \angle BPE=\angle BAD=90^\circ$，

$\therefore \angle APE=30^\circ$，

点 E 在射线 PE 上运动，

作 $AQ \perp PE$，交 PE 的延长线于　，

当点 E 与　重合时，AE 最小，

—— 的最小值为 $\dfrac{AQ}{AP}=\dfrac{1}{2}$．

【点睛】本题是几何变换综合题，主要考查了旋转的性质，全等三角形的判定与性质，等腰直角三角形的判定与性质，等边三角形的判定与性质，构造全等三角形是解题的关键．

28. 【答案】（1）点 C 和点 E；（2）见解析；　；（3）$-2\le b\le -1$ 或 $1\le b\le 2$．

【解析】

【分析】（1）先设　为线段　上一点，再根据图可知，OQ 的取值范围，由题意可得 $OQ=2OP$，可求出　的取值范围，即可求出满足条件的点；

（2）由（1）知，线段　的所有　倍等距点形成的图形，再根据图形求得面积；

（3）直线 $y=-x+b$ 中的 b 是变量，-1 是常量，直线 $y=-x$ 平移的位置由 b 决定，也决定了与（2）中的阴影部分是否有公共点；还要注意这里的线段 FG 只是直线 $y=-x+b$ 的一部分；还要进行分类讨论，避免丢解．

【详解】（1）设　为线段　上一点，

则由图可知，OQ 的取值范围是 $2\le OQ\le 2\sqrt{2}$，

$\because C(1,0)$，$D(0,-2)$，$E(1,1)$，

$OC=1$，$OD=2$，$OE=\sqrt{2}$，

设线段　的　倍等距点为　，

则 $OQ=2OP$，

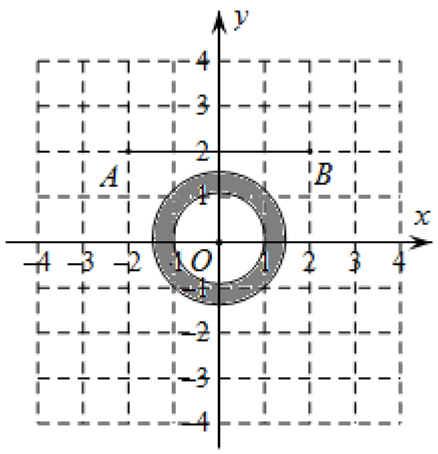
$\therefore 1\le OP\le \sqrt{2}$，

点　和点 E 为线段　的　倍等距点；

故答案为：点　和点 E；

（2）由（1）知，$1\le OP\le \sqrt{2}$，

线段　的所有　倍等距点形成的图形如图所示，



由图可知，该图形是环形，

由等距点围成图形的面积$S=\left(\sqrt{2}\right)^2\pi-\pi=\pi$；

（3）直线$y=-x+b$由直线$y=-x$平移得到，与坐标轴成45°角.

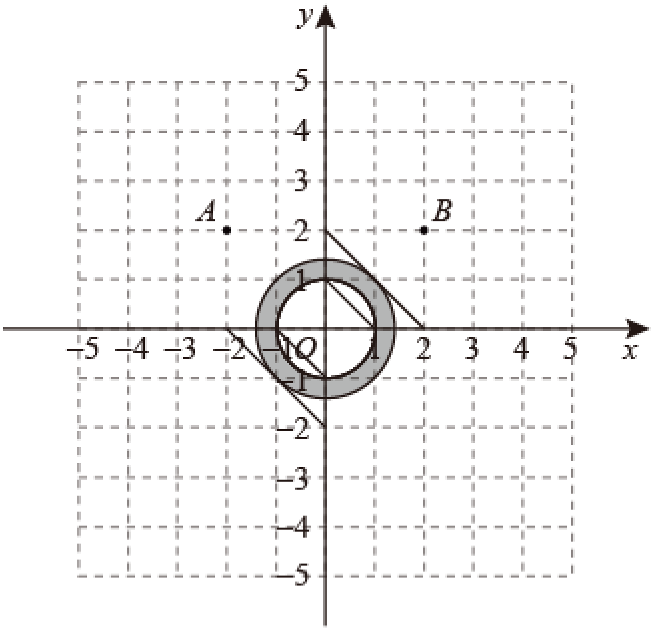
如图，当$b<0$时，直线过点（-1，-1）时，b的值最小，由$-1=-(-1)+b$得，$b=-2$；当直线过点（0，-1）时，$b=-1$，

$\therefore -2\leqslant b\leqslant -1$.

当$b>0$时，直线过 点（0，1）时，$b=1$；直线过点（1，1）时，b的值最大，由$1=-1+b$得，$b=2$.

综上所述，$-2\leqslant b\leqslant -1$或$1\leqslant b\leqslant 2$.

b的取值范围是$-2\le b\le -1$或$1\le b\le 2$.



【点睛】本题主要考查了一次函数图象的性质，此题属于阅读理解类型题目，首先读懂“等距点”的定义，而后根据概念解决问题，难度较大，需要有扎实的基础，培养了阅读理解、迁移运用的能力.