九月数学学科学业水平调研

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1．汉字是迄今为止持续使用时间最长的文字，是传承中华文化的重要载体．汉字在发展过程中演变出多种字体，给人以美的享受．下面是“首师附中”四个字的篆书，其中能看作中心对称图形的是（　　）

A　　B　　C　　D

2．一元二次方程$-3x^2+2x-4=0$的一次项系数是(　　)

A．-3　　B．2　　C．3　　D．0

3．抛物线$y=(x-1)^2+2$的顶点坐标为(　　)

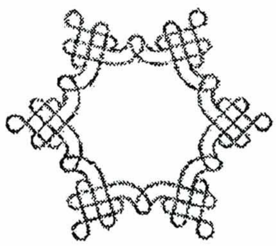
A．$(-1,2)$　　B．$(-1,-2)$　　C．$(1,2)$　　D．$(2,1)$

4．将抛物线$y=3x^2$向上平移 2 个单位长度后，得到的新抛物线解析式是(　　)

A．$y=3(x-2)^2$　　B．$y=3(x+2)^2$

C．$y=3x^2-2$　　D．$y=3x^2+2$

5．小华将图案绕某点连续旋转若干次，每次旋转相同角度α，设计出一个如图所示的雪花图案，则α可以为(　　)



A．30°　　B．60°

C．90°　　D．120°

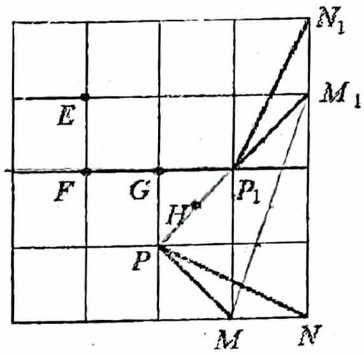
6．用配方法将一元二次方程$x^2-6x-4=0$变形为$(x+m)^2=n$的形式是(　　)

A．$(x+3)^2=13$　　$x^2-6x+9=4+9$　　B．$(x-3)^2=4$

$(x-3)^2=13$

C．$(x-3)^2=5$　　D．$(x-3)^2=13$

7．如图，在4×4的正方形网格中，$\triangle MNP$绕某点旋转$90°$，得到$\triangle M_1N_1P_1$，则其旋转中心是(　　)



A．点E　　　　B．点F

C．点G　　　　D．点H

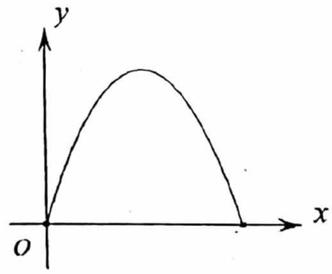
8．下面的三个问题中都有两个变量：

① 将一根长为l的铁丝刚好围成一个矩形，矩形的面积y与矩形一条边长x；

② 赵老师爬香山所花的时间y和平均速度x；

③ 中秋节后，某超市月饼卖不出去，决定促销，月饼原价为30元/kg，成本价为10元/kg，单价每降价1元，可以多卖出10kg，月饼利润y与降价x；

其中，变量y与变量x之间的函数关系可以用如图所示的图象表示的是(　　)



A．①　　　　B．①③

C．②③　　　　D．①②③

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9．点$P(-3,-4)$关于原点对称的点的坐标是____________.

10．已知y是x的函数，且当$x>0$时，y随x的增大而减小．则这个函数的表达式可以是____________．（写出一个符合题意的答案即可）

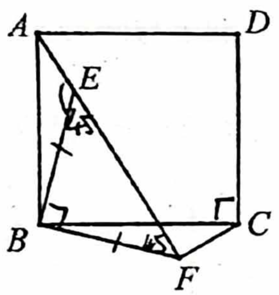
11．若二次函数$y=(x-1)^2+3$的图象上有两点$A(0,\ a)$，$B(5,\ b)$，则a______b．（填“$>$”，“$=$”或“$<$”）

12．在平面直角坐标系xOy中，若反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$的图象经过点$A(1,2)$和点$B(-1,\ m)$，则m的值为____________.

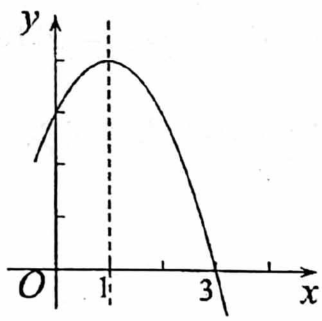
13．如图，E 为正方形 $ABCD$ 内的一点，$\triangle AEB$ 绕点 B 按顺时针旋转 $90°$ 后得到 $\triangle CFB$，连接 EF，若 A，E，F 三点在同一直线上，则 $\angle AEB$ 的度数为 ________.

14．抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的部分图象如图所示，其与 x 轴的一个交点坐标为 $(3,0)$，对称轴为 $x=1$，则抛物线与 x 轴的另一个交点坐标为 ________.

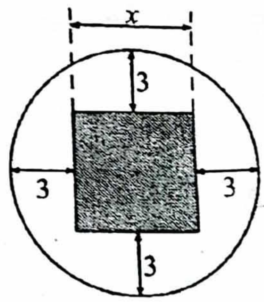
15．我国古代数学著作《增删算法统宗》记载"圆中方形"问题："今有圆田一段，中间有个方池．丈量田地待耕犁，恰好三分在记，池面至周有数，每边三步无疑．内方圆径若能知，堪作算中第一．"其大意为：有一块圆形的田，中间有一块正方形水池，测量出除水池外圆内可耕地的面积恰好 72 平方步，从水池边到圆周，每边相距 3 步远．如果你能求出正方形边长和圆的直径，那么你的计算水平就是第一了．如图，设正方形的边长是 x 步，则列出的方程是 ________.



第 13 题图



第 14 题图



第 15 题图

16.小明用 a_n 记录某地区去年 12 月份 31 天中每天是否下过雨，方法为：当第 k 天下过雨时，记 $a_k=1$，当第 k 天没下过雨时，记 $a_k=-1(1\leq k\leq 31)$；他用 b_n 记录该地区该月每天气象台预报是否有雨，方法为：当预报第 k 天有雨时，记 $b_k=1$，当预报第 k 天没有雨时，记 $b_k=-1(1\leq k\leq 31)$；记录完毕后，小明计算出

b

$a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_{31}b_{31}=25$，那么该月气象台预报准确的总天数为 ______；若 $a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_kb_k=m\ (k\geq m)$，则气象台预报准确的天数为 ______.（用 m，k 表示）

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

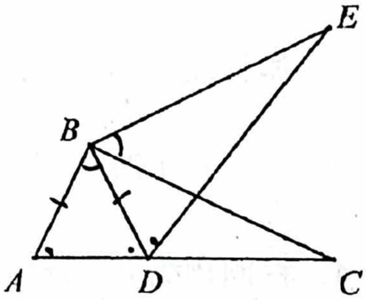
17. 解方程：$x^2-6x=16$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}4(x-1)\ge x+2\\ \dfrac{2x+1}{3}>x-1\end{cases}$

19. 已知a是方程$x^2-2x-1=0$的一个根，求代数式$(a-2)^2+(a+1)(a-1)$的值.

20. 如图，将$\triangle ABC$绕点B旋转得到$\triangle DBE$，且A，D，C三点在同一条直线上.

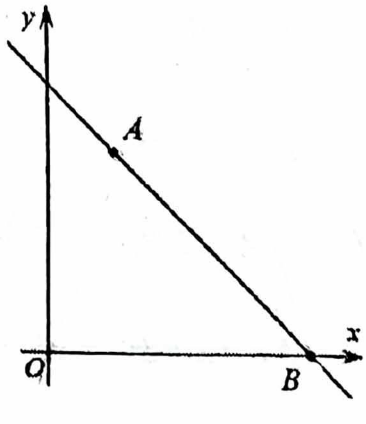
求证：DB平分$\angle ADE$.



21. 如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=-x+m$的图象过点$A(1,3)$，且与x轴交于点B.

（1）求m的值和点B的坐标；

（2）若二次函数$y=ax^2+bx$图象过A，B两点，直接写出关于x的不等式$ax^2+bx>-x+m$的解集。



22．关于 x 的一元二次方程 $x^2+(k-2)x+k-3=0$．

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根大于 0，求 k 的取值范围．

23．掷实心球是北京市高中阶段学校招生体育考试的选考项目．如图 1 是小杰投掷实心球训练，他尝试利用数学模型来研究实心球的运动情况．他以水平方向为 x 轴方向，1m 为单位长度，建立了如图 2 所示的平面直角坐标系，实心球从 y 轴上的 A 点出手，运动路径可看作抛物线，在 B 点处达到最高位置，落在 x 轴上的点 C 处．小杰某次试投时的数据如图 2 所示．

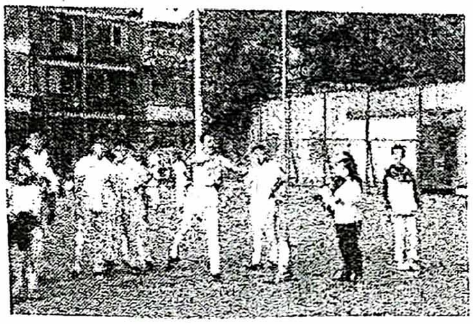


图 1

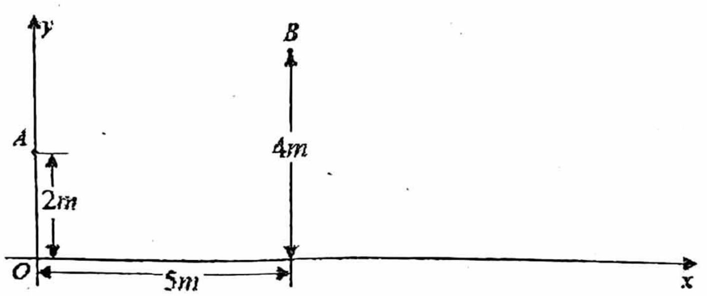


图 2

（1）在图中画出实心球运动路径的示意图；

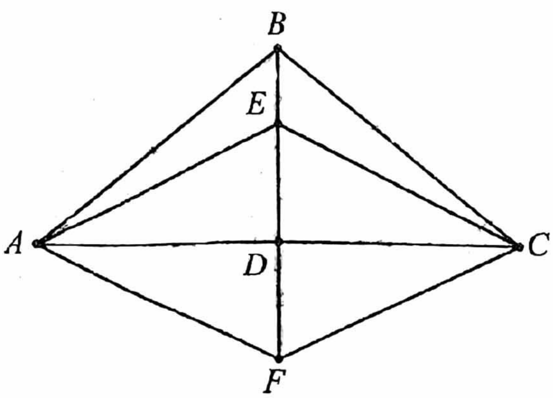
（2）根据图中信息，求出实心球路径所在抛物线的表达式；

（3）根据北京市高中阶段学校招生体育考试评分标准（男生），若实心球投掷距离(实心球落地点 C 与出手点 A 的水平距离 OC 的长度)不小于 10 m，成绩为满分 10 分．请通过计算，判断小杰此次试投的成绩是否能达到满分．

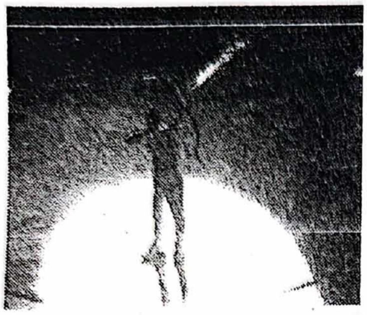
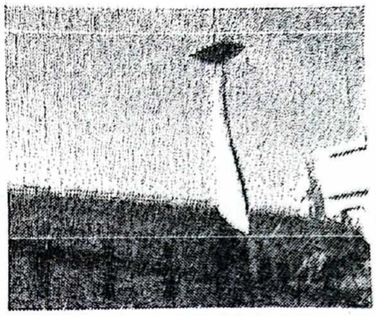
24．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BA=BC$，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D，点 E 在线段 BD 上，点 F 在 BD 的延长线上，且 $DE=DF$，连接 AE，CE，AF，CF．

（1）求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

（2）若 $BF=BA$，$AD=4$，$DF=2$，求 BF 的长．



25. 1992 年巴塞罗那奥运会上，由 1984、1988 年两届残疾人奥运会射箭奖牌获得者，37 岁的巴塞罗那选手雷波洛射箭点火.只见他从轮椅上站起来，用火种点燃箭头，然后准确地射向 70 米远、20 米高的火炬塔，圣火随之而起.火炬塔上面的圣火台的点火区域是一个边长为 4 米的正方形.这只箭飞行的轨迹可以看作是抛物线的一部分，记这只箭飞行的水平距离为 d（单位：m），距地面的竖直高度为 h（单位：m），获得数据如表：

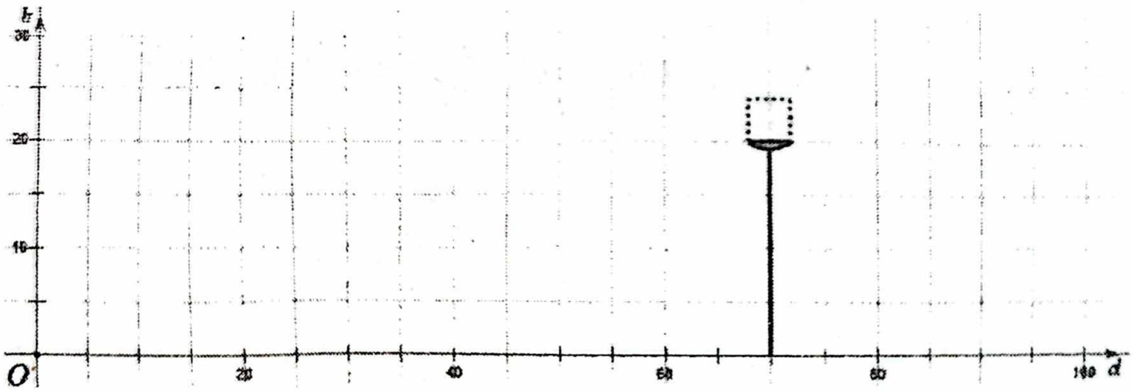



d（单位：m）	0	10	20	30	40	50	60	70
h（单位：m）	2	10.5	17.0	21.7	24.5	25.5	24.5	k

小欣根据学习函数的经验，对函数 h 随自变量 d 的变化而变化的规律进行了研究.下面是小欣的探究过程，请补充完整；

（1）k 的值为____________；

（2）在平面直角坐标系中，描出以表中各对对应值为坐标的点，并用平滑的曲线连接；



（3）据说，为了成功点燃主火炬，雷波洛练了不下 2000 次.练习中，他的命中率超过了令人欣喜的 90%.但是，由于开幕式是在晚间进行，而点火之前，体育场内的所有灯光熄灭，射手只能凭借月光和体育场外围微弱的灯光来判断火炬塔的位置.**请结合函数图象分析**，雷波洛射出的箭是否掉进了圣火台里？答：__________（“是”或者“否”）.

（4）据组织者透露说，圣火台的上空充满可燃气体，只要雷波洛射出的箭能够进入圣火台上方高 4 米的范围内，都可以顺利点燃主火炬.小欣在研究这个问题的过程中还发现，如果射箭的初始角度和力量不变的情况下，射手还可以通过调整与火炬塔的距离来改变这只箭的飞行轨迹，如果保证圣火被点燃，**请结合函数图象分析**，射手向前移动的最大距离与向后移动的最大距离之和是____________米.（精确到 1 米）

26.在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2-2a^2x+2a^3$.

（1）求抛物线的对称轴（用含 a 的式子表示）；

（2）点 $P(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$ 在抛物线上，其中 $a-2\le x_1\le a+3$，$x_2=-a+1$.

① 当 $a=1$ 时，求 y_1 的取值范围和 y_2 的值；

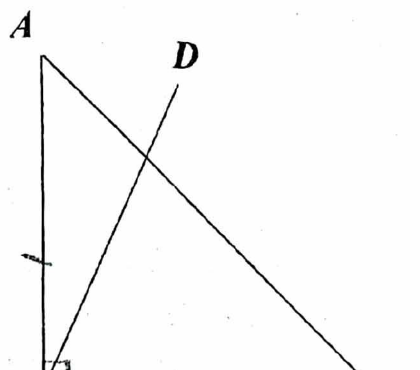
② 若存在 x_1，使得 $y_1\ge y_2$，直接写出 a 的取值范围.

27.在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$CA=CB$，将线段 CA 绕点 C 顺时针旋转到如图所示的位置，得到线段 CD，连接 AD，BD. CF 平分 $\angle BCD$ 交 BD 于点 G，交 AD 的延长线于点 F，连接 BF.

（1）依题意补全图形；

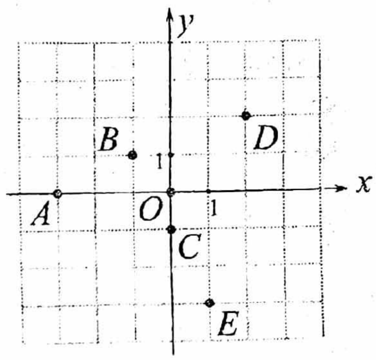
（2）① 求 $\angle DFC$ 的度数；

② 用等式表示线段 AD，FB，FC 之间的数量关系，并证明.



28.将平面直角坐标系 xOy 中的一些点分为两类，满足每类至少包含两个点.对于同一类中的任意两点 $P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$，称 $|x_1-x_2|$ 与 $|y_1-y_2|$ 中的最大值为点 P 和点 Q 的“联络量”，记作 $\|P,\ Q\|$.将每类能得到的最大联络量作为该类的“代表量”，定义代表量中的最大值为这种分类的“类筹”.

如图，点 A，B，C，D，E 的横、纵坐标都是整数.



（1）① 点 A，C，D，E，O 中，与点 B 的“联络量”是2的有________；

② 点 M 在平面上运动，已知将点 D，E，M 分在同一类时“代表量”是5，则动点 M 所在区域的面积为________；

（2）对于平面上的任意一点 N，将点 A，B，C，N 分为两类，试说明：无论如何分类，“类筹”总不小于2；

（3）已知二次函数 $y=4(x-h)^2-3$ 上的任一点 K 均满足将点 A，B，C，D，E，K 分为两类的最小“类筹”大于4，直接写出 h 的取值范围.