

数 学

试卷满分：100 分 考试时间：100 分钟



一、选择题（每题 3 分，共 30 分）请将正确答案填涂在机读卡上

1. 我国民间，流传着许多含有吉祥意义的文字图案，表示对幸福生活的向往，良辰佳节的祝贺。比如下列图案分别表示“福”、“禄”、“寿”、“喜”，其中是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）



2. $\square ABCD$ 中， $\angle A=50^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为（ ）

- A. 40° B. 50° C. 100° D. 130°

3. 把 $\sqrt{\frac{1}{18}}$ 化为最简二次根式得（ ）

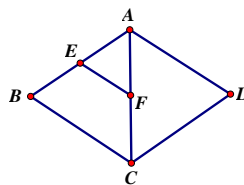
- A. $\frac{1}{6}\sqrt{2}$ B. $\frac{1}{18}\sqrt{18}$ C. $18\sqrt{18}$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}$

4. 以下列各组数为边长，能构成直角三角形的是（ ）

- A. 2,3,4 B. 3,4,6 C. 5,12,13 D. 6,7,11

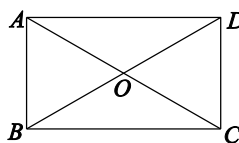
5. 下列命题中，真命题是（ ）

- A. 两条对角线相等的四边形是矩形
 B. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形
 C. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
 D. 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形



6. 如图，在菱形 ABCD 中，E、F 是 AB，AC 的中点，如果 EF=1，那么 CD 的长为（ ）

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

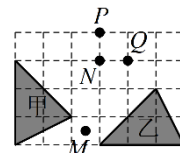


7. 如图，矩形 ABCD 的对角线 AC，BD 交于点 O， $AB=4\text{cm}$ ，

$\angle AOD=120^\circ$ ，则 BC 的长为（ ）

- A. $4\sqrt{3}$ B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. 2

8. 如图所示，在 6×4 方格纸中，格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙，则其旋转中心是（ ）

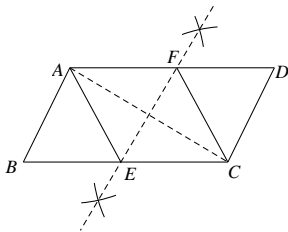


(1) 连接 AC ;

(2) 作 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC, AD 于 E, F ;

(3) 连接 AE, CF .

所以四边形 $AECF$ 是菱形.



老师说：“小凯的作法正确。”

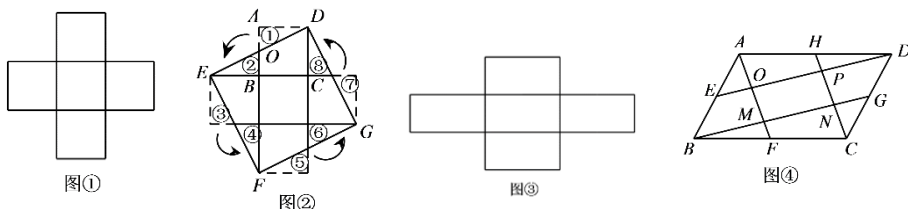
请回答：在小凯的作法中，判定四边形 $AECF$ 是菱形的依据是_____

_____.

16. 在菱形 $ABCD$ 中， $AB=5\text{cm}$ ， BC 边上的高 $AH=3\text{cm}$ ，那么对角线 AC 的长为_____ cm .

17. 阅读下列材料：

小明遇到一个问题：5 个同样大小的正方形纸片排列形式如图①所示，将它们分割后拼接成一个新的正方形。他的做法是：按图②所示的方法分割后，将三角形纸片①绕 AB 的中点 O 旋转至三角形纸片②处，依此方法继续操作，即可拼成一个新的正方形 $DEFG$ 。

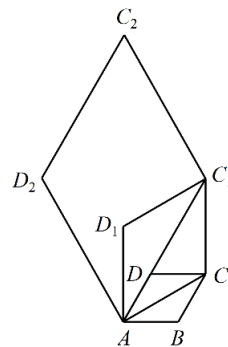


请你参考小明的做法解决下列问题：

(1) 现有 5 个形状、大小相同的矩形纸片，排列形式如图③所示。请将其分割后拼接成一个平行四边形，要求：在图③中画出并指明拼接成的平行四边形（画出一个符合条件的平行四边形即可）；

(2) 如图④，在面积为 2 的平行四边形 $ABCD$ 中，点 E, F, G, H 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点，分别连接 AF, BG, CH, DE ，所得平行四边形 $MNPO$ 面积为_____。

18. 如图，边长为 1 的菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ，则菱形 $ABCD$ 的面积是_____，连接对角线 AC ，以 AC 为边作第二个菱形 ACC_1D_1 ，使 $\angle D_1AC = 60^\circ$ ；连接 AC_1 ，再以 AC_1 为边作第三个菱形 $AC_1C_2D_2$ ，使 $\angle D_2AC_1 = 60^\circ$ ；……，按此规律所作的第 n 个菱形的面积为_____。

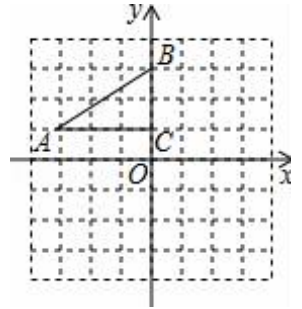


三、解答题（19 题 10 分，20-23 每题 7 分，共 38 分）

19. 计算：

(1) $(3 - \sqrt{7}) \times (3 + \sqrt{7}) + \sqrt{2} \times (2 - \sqrt{2})$; (2) $\sqrt{48} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} + \sqrt{24}$.

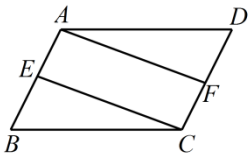
20. 如图，在平面直角坐标系中，直角 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(-3, 1)$ ， $B(0, 3)$ ， $C(0, 1)$



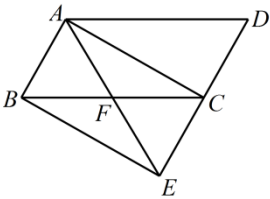
- (1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° ，画出旋转后对应的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
 (2) 分别连结 AB_1 、 BA_1 后，求四边形 AB_1A_1B 的面积.

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E, F 分别在 AB, CD 上，且 $AE = CF$.

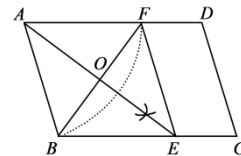
求证： $AF = CE$.



22. 如图，将平行四边形 $ABCD$ 的边 DC 延长到点 E ，使 $CE = DC$ ，连接 AE ，交 BC 于点 F 。若 $\angle AFC = 2\angle D$ ，连接 AC, BE 。求证：四边形 $ABEC$ 是矩形。



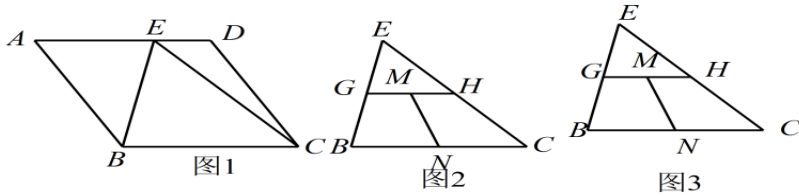
23. 在平行四边形 $ABCD$ 中，用直尺和圆规作 $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E （尺规作图的痕迹保留在图中了，点 F 是尺规作图痕迹与 AD 交点），连接 EF 。



- (1) 求证：四边形 $ABEF$ 为菱形；
 (2) AE, BF 相交于点 O ，若 $BF=6, AB=5$ ，求 AE 的长.

四. 解答题（每题 8 分，共 16 分）

24 如图，在菱形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 4 \text{ cm}$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ，按下列步骤进行裁剪和拼图：



第一步：如图 1，在线段 AD 上任意取一点 E ，沿 EB ， EC 剪下一个三角形纸片 EBC （余下部分不再使用）；

第二步：如图 2，沿三角形 EBC 的中位线 GH 将纸片剪成两部分，并在线段 GH 上任意取一点 M ，线段 BC 上任意取一点 N ，沿 MN 将梯形纸片 $GBCH$ 剪成两部分；

第三步：如图 3，将 MN 左侧纸片绕 G 点按顺时针方向旋转 180° ，使线段 GB 与 GE 重合，将 MN 右侧纸片绕 H 点按逆时针方向旋转 180° ，使线段 HC 与 HE 重合，再与三角形纸片 EGH 拼成一个与三角形纸片 EBC 面积相等的四边形纸片。

（注：裁剪和拼图过程均无缝且不重叠）

（1）请你在图 3 中画出拼接成的四边形；（2）直接写出拼成的四边形纸片周长的最小值为 _____ cm，最大值为 _____ cm.

25. 图 1 和图 2 中的四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 都是正方形.

（1）如图 1，连接 DE ， BG ， M 为线段 BG 的中点，连接 AM ，探究 AM 与 DE 的数量关系和位置关系，并证明你的结论；

（2）在图 1 的基础上，将正方形 $AEFG$ 绕点 A 逆时针方向旋转到图 2 的位置，连接 DE ， BG ， M 为线段 BG 的中点，连接 AM ，探究 AM 与 DE 的数量关系和位置关系，并证明你的结论.

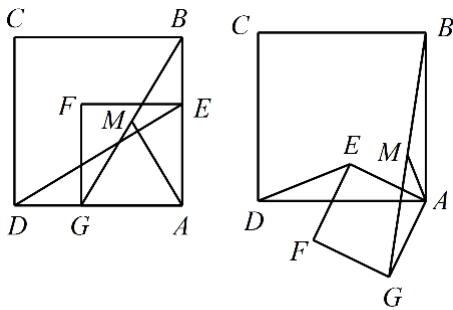


图1

图2

五. 选做题（20分）

26. 在正方形 $ABCD$ 中，连接 BD .

（1）如图 1， $AE \perp BD$ 于 E 。直接写出 $\angle BAE$ 的度数.

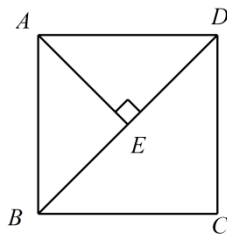


图1

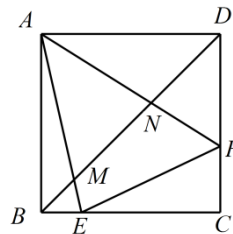


图2

（2）如图 1，在（1）的条件下，将 $\triangle AEB$ 以 A 旋转中心，沿逆时针方向旋转 30° 后得到 $\triangle AB'E'$ ， AB' 与 BD 交于 M ， AE' 的延长线与 BD 交于 N 。① 依题意补全图 1；② 用等式表示线段 BM 、 DN 和 MN 之间的数量关系，并证明.

(3) 如图 2, E 、 F 是边 BC 、 CD 上的点, $\triangle CEF$ 周长是正方形 $ABCD$ 周长的一半, AE 、 AF 分别与 BD 交于 M 、 N , 写出判断线段 BM 、 DN 、 MN 之间数量关系的思路. (不必写出完整推理过程)

解: (1) $\angle BAE$ 的度数为_____;

(2)

(3)

数学试题答案



CBAC DAA BCD

第二部分

11. -2, 4

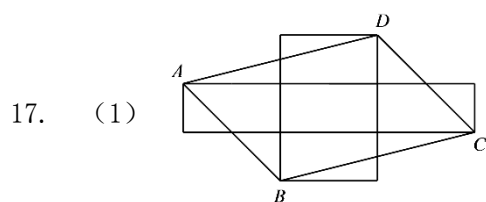
12. $\geq \frac{1}{4}$

13. $(x-4)^2+100=x^2$

14. 3

15. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形. (或有一组邻边相等的平行四边形是菱形. 或四条边都相等的四边形是菱形.)

16. $\sqrt{10}$ 或 $3\sqrt{10}$



平行四边形 $ABCD$ 即为所求;

(2) $\frac{2}{5}$

18. $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{(\sqrt{3})^{2n-1}}{2}$

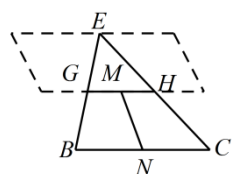
19 (1) 原式 $= 9 - 7 + 2\sqrt{2} - 2$
 $= 2\sqrt{2}.$

(2) 原式 $= 4 - \sqrt{6} + 2\sqrt{6}$
 $= 4 + \sqrt{6}.$

20 (1) 图略 (2) 12

21. 22. 23. 略

24. (1) 拼接成的四边形如图虚线所示.



(2) $8 + 2\sqrt{3}; 8 + 4\sqrt{7}$

25. (1) $AM = \frac{1}{2}DE$, $AM \perp DE$, 理由是: 略

如图 1,

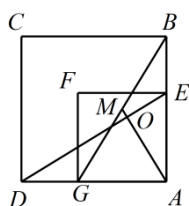


图1

(2) $AM = \frac{1}{2}DE$, $AM \perp DE$, 理由是:

如图 2, 延长 AM 到 N , 使 $MN = AM$, 连接 NG ,

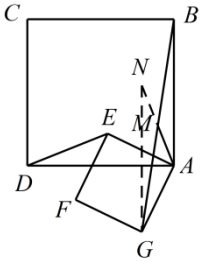
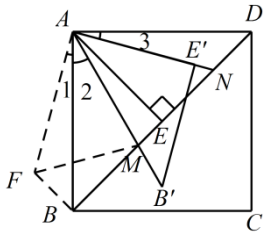


图2

选做题

26. (1) $\angle BAE = 45^\circ$. -----2 分

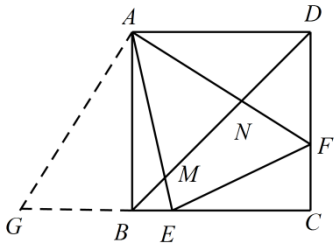
(2) ① 依题意补全图形 (如图) -----4 分



② BM 、 DN 和 MN 之间的数量关系是 $BM^2 + DN^2 = MN^2$.

证明 略 -----10 分

(3) 判断线段 BM 、 DN 、 MN 之间数量关系的思路如下:



- a. 如图, 将 $\triangle ADF$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得 $\triangle ABG$, 推出 $DF = GB$;
- b. 由 $\triangle CEF$ 的周长等于正方形 $ABCD$ 周长的一半, 得 $EF = DF + BE$;
- c. 由 $DF = GB$ 和 $EF = DF + BE$ 推出 $EF = GE$, 进而得 $\triangle AEG \cong \triangle AEF$;
- d. 由 $\triangle AEG \cong \triangle AEF$ 推出 $\angle EAF = \angle EAG = 45^\circ$;
- e. 与 ② 同理, 可证 $MN^2 = BM^2 + DN^2$. -----20 分

