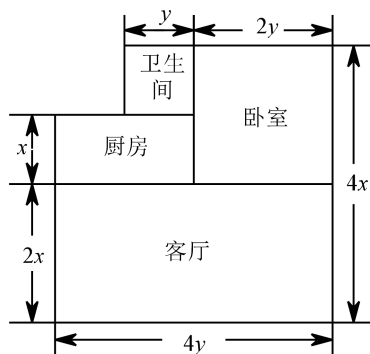


2015 北京人大附中初一上期中数学试卷

一、选择题

- $-\frac{1}{5}$ 的倒数的值是 ().
A. $-\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. 5 D. -5
- 火星和地球的距离约为 34 000 000 千米, 用科学记数法表示 34 000 000, 应记作 ().
A. 0.34×10^8 B. 3.4×10^6 C. 34×10^6 D. 3.4×10^7
- 多项式 $3x^2 - 2x - 1$ 的各项分别是 ().
A. $3x^2$, $2x$, 1 B. $3x^2$, $-2x$, -1 C. $-3x^2$, $2x$, -1 D. $3x^2$, $-2x$, 1
- 下列说法正确的是 ().
A. 整数和负数统称为有理数 B. 绝对值等于它本身的数一定是正数
C. 负数就是有负号的数 D. 互为相反数的两数之和为零
- 下列各式 $-\frac{3}{10}x^2y$, 0 , $\frac{x+1}{2}$, $-\frac{abc^2}{\pi}$, x , $-\frac{1}{y}+y^2$, $-\frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{2}$ 中单项式的个数有 ().
A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个
- 下列各说法中, 错误的是 ().
A. x 的 5 倍与 y 的和的一半, 用代数式表示为 $5x + \frac{y}{2}$
B. 代数式 $5(x+y)$ 的意义是 5 与 $(x+y)$ 的积
C. 代数式 $x^2 + y^2$ 的意义是 x 和 y 的平方和
D. 比 x 的 2 倍多 3 的数, 用代数式表示为 $2x + 3$
- 右图为小明家住房的结构 (单位: m), 他打算铺上木地板, 请你帮他算一算, 他至少应买 () m^2 的木地板.
A. $13xy$ B. $14xy$ C. $15xy$ D. $16xy$
- 下列各组数中, 不是同类项的是 ().



A. 5^2 与 2^5

B. $-ab$ 与 ba

C. πa^2b 与 $-\frac{1}{5}a^2b$

D. a^2b^3 与 $-a^3b^2$



9. 如图, 四个有理数在数轴上的对应点 M, P, N, Q , 若点 M, N 表示的有理数互为相反数, 则图中表示绝对值最小的数的点是 ().

- A. 点 M
B. 点 N
C. 点 P
D. 点 Q



10. 下列去括号正确的是 ().

- A. $a + (-2b + c) = a + 2b + c$
B. $a - 2(-2b + c) = a + 4b - c$
C. $a - 2(-2b + c) = a + 4b + 2c$
D. $a - (-2b + c) = a + 2b - c$

11. 下列计算正确的是 ().

- A. $2a - a = 1$
B. $2x^2y - 3xy^2 = -xy^2$
C. $4a^2 + 5a^2 = 9a^4$
D. $3ax - 2xa = ax$

12. 已知整数 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 满足下列条件: $a_1 = 0, a_2 = -|a_1 + 1|, a_3 = -|a_2 + 2|, a_4 = -|a_3 + 3|, \dots$, 依次类推, 则 a_{2015} 的值为 ().

- A. -1007
B. -1008
C. -1009
D. -2015

二、填空题

13. 比较大小: $-\frac{7}{6}$ _____ $-\frac{8}{7}$.

14. 近似数 3.50 万精确到 _____ 位, 3.649 用四舍五入法精确到十分位的近似数应为 _____.

15. 单项式 $-\frac{2\pi xy^2}{3}$ 的系数是 _____, 次数是 _____.

16. 若 $|a + 2| + (b - 3)^2 = 0$, 则 a 的值为 _____, $a^b =$ _____.

17. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 则 $(a + b)^{2015} + (-cd)^{2016}$ 的值为 _____, 数轴上数 x 所对应点到数 $(a + b)^{2015} + (-cd)^{2016}$ 所对应点距离为 2, 则 x 为 _____.

18. 把多项式 $x^2 - 1 + 4x^3 - 2x$ 按 x 的降幂排列为 _____.

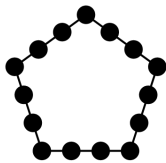
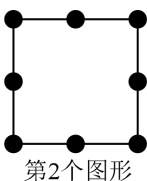
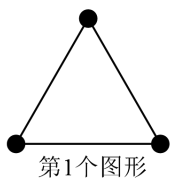
19. 数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 化简 $|2b + a| - |b - a| =$ _____.



20. 如果代数式 $2x + y$ 的值是 5，那么代数式 $7 - 6x - 3y$ 的值是_____.



21. 如图所示,把同样大小的黑色棋子摆放在正多边形的边上,按照这样的规律摆下去,则第 n 个图形需要黑色棋子的个数是_____.



三、计算题

22. 计算: $-37 + (-12) - (-18) - 13$.

23. 计算: $(-1\frac{1}{9}) \div \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} + (-1)^5 \times 0$.

24. 计算: $-|- \frac{8}{15}| \times |-0.25| - (-5\frac{1}{4}) \div (+1\frac{7}{8})$.

25. 计算: $-1^4 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$.

四、作图题

26. 已知一组数: -2^2 , $(-2)^2$, -0.5 , $-1\frac{1}{2}$, $|-2\frac{1}{2}|$, 在数轴上画出这些数所对应的点, 并在这些点的上方标出这些数.

五、解答题

27. 先化简后求值: $\frac{1}{2}x - 2(x - \frac{1}{3}y^2) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2)$, 其中 $x = -2$, $y = \frac{2}{3}$.

28. 关于 x 的三次多项式 $a(x^4 - x^3 + 7x) + b(\frac{3}{8}x^3 - x) + x^4 - 5$, 当 x 取 2 时多项式的值为 -8 , 求当 x 取 -2 时该多项式的值.

29. 某服装厂生产一款西装和领带, 西装备套定价 200 元, 领带每条定价 40 元. 厂家在开展促销活动期间, 向客户提供两种优惠方案: ① 买一套西装送一条领带; ② 西装和领带都按定价的 90% 付款. 现某客户要到该服装厂购买西装 20 套, 领带 x 条 ($x > 20$). 回答以下问题:

(1) 若该客户按方案①购买, 需付款_____元. (用含 x 的代数式表示)

若该客户按方案②购买, 需付款_____元. (用含 x 的代数式表示)

(2) 通过计算说明, 按哪种方案购买较为合算?



六、解答题

30. 定义正整数 m, n 的运算: $m \triangleleft n = \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^3} + \frac{1}{m^4} + \cdots + \frac{1}{m^n}$.

(1) 计算 $3 \triangleleft 2$ 的值为_____; 运算“ $\triangleleft$ ”满足交换规律吗? 回答:_____. (填“是”或“否”)

(2) 探究: 计算 $2 \triangleleft 10 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^{10}}$ 的值.

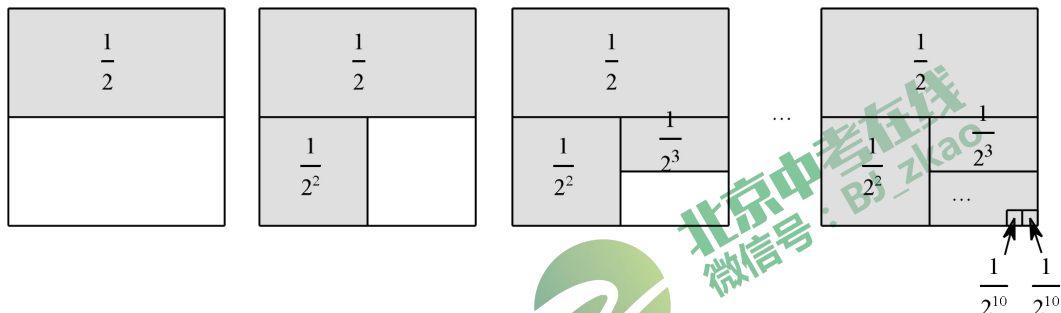
为解决上面的问题, 我们运用数形结合的思想方法, 通过不断地分割一个面积为1的正方形, 把数量关系和几何图形结合起来, 最终解决问题.

如下图所示, 第1次分割, 把正方形的面积二等分, 其中阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}$;

第2次分割, 把上次分割图中空白部分的面积继续二等分, 阴影部分的面积之和为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}$;

第3次分割, 把上次分割图中空白部分的面积继续二等分, …… 依此类推, ……

第10次分割, 把上次分割图中空白部分的面积最后二等分, 所有阴影部分的面积之和为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{10}}$ 的值, 最后空白部分的面积是 $\frac{1}{2^{10}}$; 根据第10次分割图可以得出计算结果:



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^{10}} = 1 - \frac{1}{2^{10}}.$$

进一步分析可得出, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^n} =$ _____.

(3) 已知 n 是正整数, 计算 $4 \triangleleft n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \cdots + \frac{1}{4^n}$ 的结果.

按指定方法解决问题: 请仿照以上做法, 只需画出第 n 次分割图并作标注, 写出最终结果的推理步骤, 或借用以上结论进行推理, 写出必要的步骤.



一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	B	D	B	A	C	D	C	D	D	A

二、填空题

13. $<$

14. 百、3.6

15. $-\frac{2\pi}{3}$ 、3

16. -2 、 -8

17. 1、3 或 -1

18. $4x^3 + x^2 - 2x - 1$

19. $-b - 2a$

20. -8

21. $n(n+2)$

三、解答题

22. 解: 原式 $= -37 - 12 + 18 - 13$
 $= -(37 + 13) + (18 - 12)$
 $= -50 + 6$
 $= -44.$

23. 解: 原式 $= -\frac{10}{9} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} + 0$
 $= -\frac{10}{16}$
 $= -\frac{5}{8}.$

24. 解: 原式 = $-\frac{8}{15} \times \frac{1}{4} + \frac{21}{4} \times \frac{8}{15}$

$= \frac{8}{15} \times (-\frac{1}{4} + \frac{21}{4})$

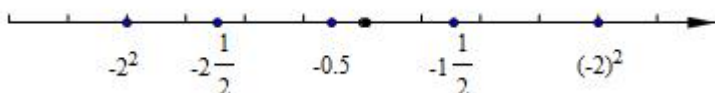
$= \frac{8}{15} \times 5$

$= \frac{8}{3}.$

25. 解: 原式 $= -1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times [2 - 9]$

$$\begin{aligned}
 &= -1 - \frac{1}{6} \times (-7) \\
 &= -1 + \frac{7}{6} \\
 &= \frac{1}{6}.
 \end{aligned}$$

26. 解：如图所示



27. 解：化简，

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2}x - 2(x - \frac{1}{3}y^2) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2) \\
 &= \frac{1}{2}x - 2x + \frac{2}{3}y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2 \\
 &= -3x + y^2.
 \end{aligned}$$

把 $x = -2$, $y = \frac{2}{3}$ 代入上式，

$$-3x + y^2 = -3 \times (-2) + \frac{4}{9} = 6\frac{4}{9}.$$

28. 解：原式 $= (a-1)x^4 + (\frac{3}{8}b-a)x^3 + (7a-b)x - 5$,

原式是关于 x 的三次多项式，

即 $a-1=0$, $\therefore a=1$.

$$\text{原式} = (\frac{3}{8}b-1)x^3 + (7-b)x - 5$$

当 $x=2$ 时，原式 $= (\frac{3}{8}b-1) \times 8 + 2(7-b) - 5 = -8$, $(\frac{3}{8}b-1) \times 8 + 2(7-b) = -3$,

当 $x=-2$ 时，原式 $= (\frac{3}{8}b-1) \times (-8) + (7-b) \times (-2) - 5 = 3-5 = -2$.

29. 解：(1) 若该客户按方案①购买，需付款 $20 \times 200 + 40(x-20) = 3200 + 40x$,

若该客户按方案②购买，需付款 $20 \times 200 \times 90\% + 40x \times 90\% = 3600 + 36x$.

(2) 令 $3200 + 40x - (3600 + 36x) = 4x - 400 \geq 0$,

解得 $x \geq 100$.

当领带大于100条时, 方案②合算,

当领带为100条时, 方案①和方案②一样合算,

当领带小于100条时, 方案①合算.

30. 解: (1) $3 < 2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$.

运算“ $<$ ”不满足交换律.

(2) 根据题意可知,

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}.$$

(3) 如图所示,

$$4 < n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \cdots + \frac{1}{4^n} = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2n-1}} \right) - \frac{1}{4^n}.$$

$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2n-1}} = 2 \times \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^{2n}} \right),$$

$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^{2n}}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2n-1}} \right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^{2n}} \right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2n-1}} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2^{2n}}.$$

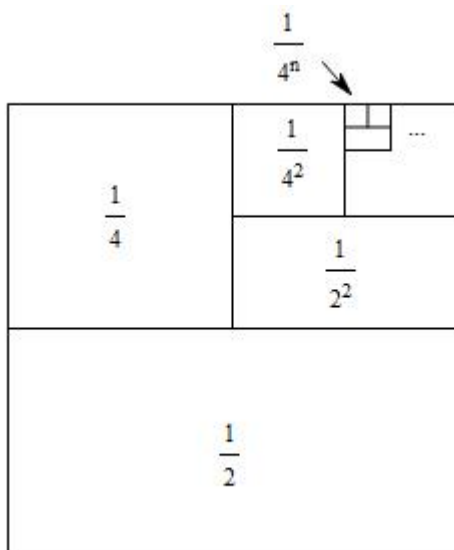
$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2n-1}} = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{2^{2n}} \right).$$

$$\therefore 4 < n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \cdots + \frac{1}{4^n}$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2n-1}} \right) - \frac{1}{4^n}$$

$$= 1 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{2^{2n}} \right) - \frac{1}{4^n}$$

$$= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^n} \right).$$



2015 北京人大附中初一上期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1. 【答案】D

【解析】倒数是指数学上设一个数 x 与其相乘的积为1的数，记为 $\frac{1}{x}$ 或 x^{-1} ，过程为“乘法逆”，除了0以外的复数都存在倒数。两个乘积是1的数互为倒数，0没有倒数。 $-\frac{1}{5}$ 的倒数是-5。

故选：D.

2. 【答案】D

【解析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值大于1时， n 是正数。当原数的绝对值小于1时， n 是负数。34 000 000用科学法表示为 3.4×10^7 。

故选：D.

3. 【答案】B

【解析】多项式 $3x^2 - 2x - 1$ 的各项分别为 $3x^2$ ， $-2x$ ， -1 。

故选：B.

4. 【答案】D

【解析】数值相反的两个数，我们就说其中一个数是另一个数的相反数。用字母表示 a 与 $-a$ 是相反数，0的相反数是0。这里 a 便是任意一个数，可以是正数、负数，也可以是0。所以互为相反数的两数之和 $a + (-a) = 0$ 。

故选：D.

5. 【答案】B

【解析】由数与字母的积组成的代数式叫做单项式，单独的一个数或一个字母也叫做单项式。是单项式的有 $-\frac{3}{10}x^2y$ ，0， $-\frac{abc^2}{\pi}$ ， x 四个。

故选：B.

6. 【答案】A

【解析】 x 的 5 倍与 y 的和的一半，用代数式表示为 $\frac{1}{2}(5x+y)$.

故选：A.

7. 【答案】C

【解析】小明家住房可看成一个大矩形减去一个小矩形，

大矩形的面积为： $4x \times 4y = 16xy$.

小矩形的面积为： xy ，

所以小明家住房面积为 $16xy - xy = 15xy$.

故选：C.

8. 【答案】D

【解析】如果两个单项式，它们所含的字母相同，并且各字母的指数也分别相同，那么就称这两个单项式为同类项. a^2b^3 与 $-a^3b^2$ 中，各字母的指数不同，所以不是同类项.

故选：D.

9. 【答案】C

【解析】点 M ， N 表示的有理数互为相反数，则原点在 MP 之间，且靠近 P 点.

$\therefore$ 绝对值最小的数的点是 P .

故选：C.

10. 【答案】D

【解析】A. $a + (-2b + c) = a - 2b + c$ ，错误，

B. $a - 2(-2b + c) = a + 4b - 2c$ ，错误，

C. $a - 2(-2b + c) = a + 4b - 2c$ ，错误，

D. $a - (-2b + c) = a + 2b - c$ ，正确.

故选：D.

11. 【答案】D

【解析】A. $2a - a = a$ ，错误，

B. $2x^2y - 3xy^2 = xy(2x - 3y)$ ，错误，

C. $4a^2 + 5a^2 = 9a^2$ ，错误，

D. $3ax - 2xa = ax$ ，正确.

故选：D.

12. 【答案】A

【解析】 $a_1 = 0$, $a_2 = -|a_1 + 1| = -1$, $a_3 = -|a_2 + 2| = -1$, $a_4 = -|a_3 + 3| = -2$, $a_5 = -2$ L ,

那么 $a_{2015} = a_{2014} = \frac{2014}{2} = 1007$.

故选: A.

二、填空题

13. 【答案】<

【解析】 $-\frac{7}{6} - (-\frac{8}{7}) = \frac{8}{7} - \frac{7}{6} = \frac{1}{7} - \frac{1}{6} < 0$,

$\therefore -\frac{7}{6} < -\frac{8}{7}$.

故答案为: <.

14. 【答案】百、3.6

【解析】3.50 万精确到百位.

3.649 的百分位是 4, 所以 3.649 精确到十分位是 3.6.

故答案为: 百、3.6.

15. 【答案】 $-\frac{2\pi}{3}$ 、3

【解析】单项式的系数由数与字母的积和字母与字母的积组成的代数式叫做单项式. 一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数. 单项式中的数字因数为单项式的系数. 单项式 $-\frac{2\pi xy^2}{3}$ 的系数是 $-\frac{2\pi}{3}$, 次数是 3.

故答案为: $-\frac{2\pi}{3}$ 、3.

16. 【答案】-2、-8

【解析】 $\because |a+2| + (b-3)^2 = 0$,

$\therefore |a+2| = 0$, $(b-3)^2 = 0$,

解得 $a = -2$, $b = 3$,

那么 $a^b = (-2)^3 = -8$.

故答案为：-2、-8.

17. 【答案】1、3 或 -1

【解析】 $\because a$ 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数，

$\therefore a+b=0$ ， $cd=1$ ，

$\therefore (a+b)^{2015} + (-cd)^{2016} = 0 + (-1)^{2016} = 1$.

与1对应的点的距离为2的数是 $1+2=3$ 或 $1-2=-1$.

故答案为：1、3 或 -1.

18. 【答案】 $4x^3 + x^2 - 2x - 1$

【解析】多项式 $x^2 - 1 + 4x^3 - 2x$ 按 x 的降幂排列为 $4x^3 + x^2 - 2x - 1$.

故答案为： $4x^3 + x^2 - 2x - 1$.

19. 【答案】 $-b - 2a$

【解析】依题可知， $2b+a < 0$ ， $b-a < 0$ ，

$|2b+a| - |b-a| = -2b-a + b-a = -b-2a$.

20. 【答案】-8

【解析】 $\because 2x+y=5$ ，

$\therefore 7-6x-3y=7-3(2x+y)=7-3 \times 5=-8$.

故答案为：-8.

21. 【答案】 $n(n+2)$

【解析】第1个图形有3条边，每条边有1个棋子，总共有 $1 \times 3 = 3$ 个棋子，

第2个图形有4条边，每条边有2个棋子，总共有 $2 \times 4 = 8$ 个棋子，

第3个图形有5条边，每条边有3个棋子，总共有 $3 \times 5 = 15$ 个棋子，

L

第 n 个图形有 $n+2$ 条边，每条边有 n 个棋子，总共有 $n(n+2)$ 个棋子.

故答案为： $n(n+2)$.