



数 学

一、选择题：（每道小题 2 分，共 20 分）

1. 能使分式 $\frac{|x|-4}{x+4}$ 的值为 0 的条件是 ()

- A. $x=4$ B. $x=-4$ C. $x=\pm 4$ D. $x=0$

2. 下列等式从左到右 变形正确的是 ()

- A. $\frac{b}{a} = \frac{b+1}{a+1}$ B. $\frac{ab}{a^2} = \frac{b}{a}$ C. $\frac{b}{a} = \frac{bm}{am}$ D. $\frac{b}{a} = \frac{b^2}{a^2}$

3. 下列是最简分式的是 ()

- A. $\frac{ab}{a^2}$ B. $\frac{4x-1}{4x}$ C. $\frac{1+a}{1-a^2}$ D. $\frac{4y}{6x}$

4. 4 的平方根是 ()

- A. 4 B. ± 4 C. ± 2 D. 2

5. 下列二次根式中，是最简二次根式的是 ()。

- A. $\sqrt{15}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ D. $\sqrt{9}$

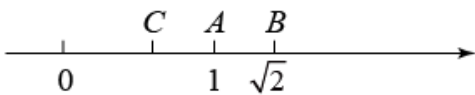
6. 下列各式中， 正确的是 ()

- A. $\sqrt{16} = \pm 4$ B. $(-\sqrt{3})^2 = 9$ C. $\sqrt[3]{-9} = -3$ D. $\sqrt{(-2)^2} = 2$

7. 无理数 $2\sqrt{3}$ 的值在 ()

- A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

8. 如图，数轴上表示 1， $\sqrt{2}$ 的对应点分别为点 A，B，点 B 关于点 A 对称后的点为 C，则点 C 所表示的数是 ()

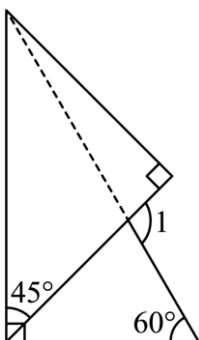


- A. $1-\sqrt{2}$ B. $2-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}-1$ D. $\sqrt{2}-2$

9. 下列长度的三条线段，不能组成三角形的是【 】

- A. 3, 8, 4 B. 4, 9, 6
C. 15, 20, 8 D. 9, 15, 8

10. 如图， 将一副三角板按如图方式叠放， 那么 $\angle 1$ 等于 ()



- A. 120° B. 105° C. 75° D. 45°

二、填空题：（每道小题 2 分，共 20 分）

11. 通分先要确定公分母，如果各分母的系数是整数，通常取各分母系数的_____与字母因式的最_____次幂的积作为公分母。这样的公分母叫做最简公分母。

12. 计算： $(\frac{-2x}{y})^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. -8 的立方根是_____，81 的算术平方根是_____.

14. 在实数①-7，② $\sqrt{5}$ ，③ $\sqrt[3]{27}$ ，④1.8，⑤ $\frac{7}{22}$ ，⑥0.1515515551...（两个 1 之间依次多一个 5）中无理数有_____（填序号）

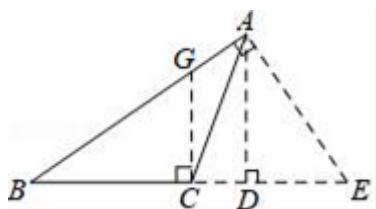
15. $2 - \sqrt{5}$ 的绝对值是_____，原数的相反数是_____.

16. 若 $(a+3)^2 + \sqrt{b-1} = 0$ ，则 $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 当 x _____ 时， $\sqrt{3x-1}$ 在实数范围内有意义

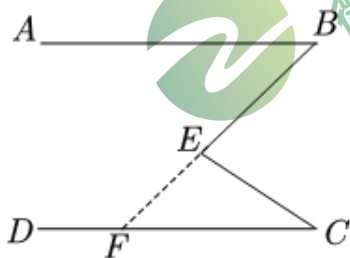
18. \sqrt{a} 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，则 \sqrt{a} 可能是 _____（a 不等于 2）.

19. 如图， $\triangle ABC$ 中，BC 边所在直线上的高是线段_____.



20. 下面是投影屏上出示的抢答题，需要回答横线上的推理依据.

已知：如图， $\angle BEC = \angle B + \angle C$



求证： $AB \parallel CD$.



证明：延长 BE 交 CD 于点 F ，

则 $\angle BEC = \angle EFC + \angle C$ _____.

又 $\angle BEC = \angle B + \angle C$ ，

得 $\angle B = \angle EFC$

故 $AB \parallel CD$ _____

三、解答题：（21-26 题各 4 分，27-28 题各 5 分，29-30 题各 6 分，31-32 各 7 分；共 60 分）

21. $\frac{4a^4b^2}{5c^3} \div \frac{8a^2b^2}{15c^2}$

22. 计算： $\frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2}$.

23. 计算： $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1}$

24. 计算： $\sqrt{18} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} - 2(\sqrt{2}-1)$.

25. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$.

26. $(\pi-3)^0 \times \sqrt{12} - (\frac{1}{8})^{-1} + \frac{1}{3}\sqrt{27}$.

27. 解方程 $\frac{3}{x} - \frac{2x}{x-1} = -2$

28. 解分式方程： $\frac{12}{x^2-9} - \frac{2}{x-3} = \frac{1}{x+3}$.

29. 先化简，再求值： $\frac{a-3}{3a^2-6a} \div (a+2 - \frac{5}{a-2})$ ，其中 $a^2+3a-1=0$.

30. 列方程或方程组解应用题：

小马自驾私家车从 A 地到 B 地，驾驶原来的燃油汽车所需油费 108 元，驾驶新购买的纯电动车所需电费 27 元，已知每行驶 1 千米，原来的燃油汽车所需的油费比新购买的纯电动汽车所需的电费多 0.54 元，求新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费。

31 阅读理解

欧拉是 18 世纪瑞士著名的数学家，他的贡献遍及高等数学的各个领域，同时，在初等数学中也到处留下了他的足迹。下面是关于分式的欧拉公式：

$$\frac{a^r}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^r}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^r}{(c-a)(c-b)} = \begin{cases} 0, & r=0 \text{ 或 } 1 \text{ 时,} \\ 1, & r=2 \text{ 时} \\ a+b+c, & r=3 \text{ 时} \end{cases}$$

这个公式我们可以分情况进行研究，

例如，当 $r=0$ 时的欧拉公式为：



$$\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0,$$

证明如下：

$$\begin{aligned} \text{左边} &= \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{1}{(a-b)(a-c)(b-c)} - \frac{1}{(a-b)(a-c)(b-c)} + \frac{1}{(a-b)(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{1}{(a-b)(a-c)(b-c)} - \frac{1}{(a-b)(a-c)(b-c)} + \frac{1}{(a-b)(a-c)(b-c)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

北京中考在线
微信号：BJ_zkao



(1) 请将材料中 $r=0$ 时欧拉公式的证明过程补充完整。

(2) 请从下面 A, B 两题中任选一题进行解答，我选择_____题。

A. 写出当 $r=2$ 时的欧拉公式，并任选一组 a, b, c 的值，对该公式当 $r=2$ 时的情形进行验证。

B. 写出当 $r=1$ 时的欧拉公式，并证明；

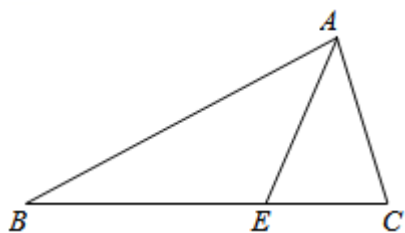
(3) 利用欧拉公式直接写出 $\frac{2020^3}{2} - 2019^3 + \frac{2018^3}{2}$ 的结果。

32. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AE 平分 $\angle BAC$ ， AD 是 BC 边上的高。

(1) 在图中将图形补充完整；

(2) 当 $\angle B=28^\circ$ ， $\angle C=72^\circ$ 时，求 $\angle DAE$ 的度数；

(3) $\angle DAE$ 与 $\angle C - \angle B$ 有怎样的数量关系？写出结论并加以证明。



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



参考答案

一、选择题：（每道小题 2 分，共 20 分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据分式为 0 的条件列出关于 x 的不等式组，求出 x 的值即可.

【详解】解：要使 $\frac{|x|-4}{x+4}$ 的值为 0，

$$\therefore \begin{cases} |x|-4=0 \\ x+4 \neq 0 \end{cases},$$

解得： $x=4$ ；

故选：A.

【点睛】本题考查的是分式的值为 0 的条件，熟知分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零是解答此题的关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】利用分式的基本性质：分式的分子与分母同乘（或除以）一个不等于 0 的整式，分式的值不变，分析求解即可求得答案，注意排除法在解选择题中的应用.

【详解】解：A、 $\frac{b}{a} \neq \frac{b+1}{a+1}$ ，故 A 错误；

B、 $\frac{ab}{a^2} = \frac{b}{a}$ ，故 B 正确；

C、 $\frac{b}{a} = \frac{bm}{am}$ ，不一定成立，当 $m=0$ 时，等式不成立，故 C 错误；

D、 $\frac{b}{a} \neq \frac{b^2}{a^2}$ ，故 D 错误；

故选择：B.

【点睛】此题考查了分式的基本性质，此题比较简单，注意熟练掌握性质是关键.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】直接根据最简分式的定义判断即可.

【详解】解：选项 A、 $\frac{ab}{a^2} = \frac{b}{a}$ ，该选项不符合题意.

选项 B 是最简分式. 该选项符合题意.



选项 C、 $\frac{1+a}{1-a^2} = \frac{1+a}{(1-a)(1+a)} = \frac{1}{1-a}$ ，该选项不符合题意。

选项 D、 $\frac{4y}{6x} = \frac{2y}{3x}$ ，该选项不符合题意。

选项 B.

【点睛】本题考查了最简分式的识别，与最简分数的意义类似，当一个分式的分子与分母，除 1 以外没有其它的公因式时，这样的分式叫做最简分式。

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据平方根的性质，正数有两个平方根且互为相反数，开方求解即可。

【详解】∵一个正数有两个平方根且互为相反数

∴4 的平方根是 $\pm\sqrt{4} = \pm 2$

故选：C.

【点睛】本题主要考查平方根的性质，熟知一个正数有两个平方根并互为相反数是解题的关键，区分平方根与算术平方根是易错点。

5. 【答案】A

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义逐项判断即可求解。

【详解】解：A. $\sqrt{15}$ 是最简二次根式，符合题意；

B. $\sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = 2\sqrt{3}$ ，故 $\sqrt{12}$ 不是最简二次根式，不合题意；

C. $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，故 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 不是最简二次根式，不合题意；

D. $\sqrt{9} = 3$ ，故 $\sqrt{9}$ 不是最简二次根式，不合题意。

故选：A

【点睛】本题考查了最简二次根式根式的定义，熟知最简二次根式的定义是解题关键，判断二次根式是最简二次根式要符合两个条件：①被开方数不含分母；②被开方数不含开的尽方的因数或因式。

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据立方根和算术平方根的定义即可得出答案。

【详解】解：A. $\sqrt{16} = 4$ ，故此选项错误；

B. $(-\sqrt{3})^2 = 3$ ，故此选项错误；

C. $\sqrt[3]{-9} = -\sqrt[3]{9}$ ，故此选项错误；

D. $\sqrt{(-2)^2} = 2$ ，故此选项正确；

故选：D.



【点睛】本题考查了立方根与算术平方根的性质，属于基础题型。

7. 【答案】B

【解析】

【分析】先确定 $\sqrt{3}$ 范围，然后再确定 $2\sqrt{3}$ 的取值范围即可。

【详解】 $\because 1.5^2=2.25, 2^2=4, 2.25<3<4,$

$$\therefore 1.5 < \sqrt{3} < 2,$$

$$\therefore 3 < 2\sqrt{3} < 4,$$

故选 B.

【点睛】本题考查了无理数的估算，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键。

8. 【答案】B

【解析】

【分析】首先根据表示 1、 $\sqrt{2}$ 的对应点分别为点 A、点 B 可以求出线段 AB 的长度，然后根据点 B 和点 C 关于点 A 对称，求出 AC 的长度，最后可以计算出点 C 的坐标。

【详解】解： \because 表示 1、 $\sqrt{2}$ 的对应点分别为点 A、点 B，

$$\therefore AB = \sqrt{2} - 1,$$

\because 点 B 关于点 A 的对称点为点 C，

$$\therefore CA = AB,$$

$$\therefore \text{设点 C 所表示的数为 } c, \text{ 则 } AC = \sqrt{2} - 1 = 1 - c, \text{ 解得 } c = 2 - \sqrt{2},$$

故选：B.

【点睛】本题考查的知识点为：求数轴上两点间的距离就让右边的数减去左边的数，知道两点间的距离，求较小的数，就用较大的数减去两点间的距离。

9. 【答案】A

【解析】

【详解】A， $\because 3+4<8 \therefore$ 不能构成三角形；

B， $\because 4+6>9 \therefore$ 能构成三角形；

C， $\because 8+15>20 \therefore$ 能构成三角形；

D， $\because 8+9>15 \therefore$ 能构成三角形。

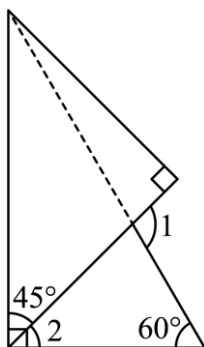
故选 A.

10. 【答案】B

【解析】

【分析】先求出 $\angle 2$ ，再根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和列式计算即可得解。

【详解】解：如图， $\angle 2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$



由三角形的外角性质得， $\angle 1 = \angle 2 + 60^\circ$ ，
 $= 45^\circ + 60^\circ$ ，
 $= 105^\circ$ 。

故选：B.

【点睛】本题考查了三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，解题的关键是熟记性质。

二、填空题：（每道小题 2 分，共 20 分）

11. 【答案】 ①. 最小公倍数 ②. 高

【解析】

【分析】根据最简公分母的定义，几个分式中各分母系数（都是整数）的最小公倍数与字母因式的最高次幂的积叫做这几个分式的最简公分母。

【详解】解：通分先要确定公分母，如果各分母的系数是整数，通常取各分母系数的最小公倍数与字母因式的最高次幂的积作为公分母。这样的公分母叫做最简公分母。

故答案为：最小公倍数，高

【点睛】本题考查了最简公分母的定义，解题的关键是熟练掌握最简公分母的定义。

12. 【答案】 $-\frac{8x^3}{y^3}$

【解析】

【分析】分式的乘方等于分子分母分别乘方，计算即可得到结果。

【详解】解：原式 $= \frac{(-2x)^3}{y^3}$

$$= -\frac{8x^3}{y^3}.$$

故答案为： $-\frac{8x^3}{y^3}$.

【点睛】本题考查了分式的乘方，解题的关键是熟练掌握乘方法则。

13. 【答案】 ①. -2 ②. 9

【解析】

【详解】-8 的立方根是 $\sqrt[3]{-8} = -2$ ；81 的算术平方根是 $\sqrt{81} = 9$ ，

故答案为-2；9



14. 【答案】②⑥##⑥②

【解析】

【分析】根据无理数、有理数的意义逐个判断就可.

【详解】无理数有： $\sqrt{5}$ 、 $0.1515515551\cdots$ （两个1之间依次多一个5），共有2个，

故答案为：②⑥.

【点睛】本题考查了无理数的定义：无限不循环小数，开方不尽的数等，熟记无理数定义是解题的关键.

15. 【答案】 ①. $\sqrt{5}-2$ ②. $\sqrt{5}-2$

【解析】

【分析】根据差的绝对值是大数减小数，可得答案，
根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【详解】 $2-\sqrt{5}$ 的绝对值是 $\sqrt{5}-2$ ，

$2-\sqrt{5}$ 的相反数 $\sqrt{5}-2$ ，

故答案为 $\sqrt{5}-2$ ， $\sqrt{5}-2$.

【点睛】本题考查了绝对值和相反数的定义，熟练掌握定义即可求解.

16. 【答案】-2

【解析】

【分析】根据算术平方根被开方数为非负数以及平方为非负数即可解答. 几个非负数相加和为0，则这几个非负数分别为0.

【详解】解： $\because (a+3)^2 + \sqrt{b-1} = 0$ ，

$\therefore a+3=0, b-1=0$ ，

$\therefore a=-3, b=1$ ，

$a+b=-3+1=-2$ ，

故答案为：-2.

【点睛】本题主要考查了平方的非负性和算术平方根的非负性，熟练的掌握几个非负数相加和为0，则这几个非负数分别为0，是解题的关键.

17. 【答案】 $\geq \frac{1}{3}$

【解析】

【分析】根据二次根式的被开方数为非负数进行求解即可.

【详解】由题意，得 $3x-1 \geq 0$ ，

解得： $x \geq \frac{1}{3}$ ，

故答案为： $\geq \frac{1}{3}$.



【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，熟练掌握二次根式的被开方数为非负数是解题的关键。

18. 【答案】8（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据同类二次根式的定义即可得出答案。

【详解】解： $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ ，

故答案为：8（答案不唯一）。

【点睛】本题考查了同类二次根式的定义，掌握一般地，把几个二次根式化为最简二次根式后，如果它们的被开方数相同，就把这几个二次根式叫做同类二次根式，熟记相关概念是解题的关键。

19. 【答案】AD

【解析】

【分析】根据三角形的高的概念解答即可。

【详解】解： $\triangle ABC$ 中，BC 边所在直线上的高是线段 AD，

故答案为 AD

【点睛】此题考查三角形高，关键是根据三角形的高的概念解答。

20. 【答案】①. 三角形外角的性质 ②. 内错角相等，两直线平行

【解析】

【分析】根据三角形的外角的性质，平行线的判定定理填空即可求解。

【详解】证明：延长 BE 交 CD 于点 F，

则 $\angle BEC = \angle EFC + \angle C$ ，三角形外角的性质，

又 $\angle BEC = \angle B + \angle C$ ，

得 $\angle B = \angle EFC$ ，

故 $AB \parallel CD$ 。内错角相等，两直线平行

故答案为：三角形外角的性质，内错角相等，两直线平行。

【点睛】本题考查了三角形外角的性质，内错角相等，两直线平行，掌握三角形的外角的性质，平行线的判定定理是解题的关键。

三、解答题：（21-26 题各 4 分，27-28 题各 5 分，29-30 题各 6 分，31-32 各 7 分；共 60 分）

21. 【答案】 $\frac{3a^2}{2c}$

【解析】

【详解】试题分析：进行约分即可。

试题解析：原式 $= \frac{4a^4b^2}{5c^3} \cdot \frac{15c^2}{8a^2b^2} = \frac{3a^2}{2c}$ 。

22. 【答案】 $\frac{1}{a+2}$

【解析】



【分析】先寻找2个分式分母的最小公倍式(最小公倍是用因式分解的方法去寻找),将最小公倍式作为结果的分母;然后在进行减法计算最后进行化简

【详解】解: 原式 = $\frac{2a}{(a+2)(a-2)} - \frac{1}{a-2}$

$$= \frac{2a}{(a+2)(a-2)} - \frac{a+2}{(a+2)(a-2)}$$

$$= \frac{2a-(a+2)}{(a+2)(a-2)}$$

$$= \frac{a-2}{(a+2)(a-2)} = \frac{1}{a+2}$$

【点睛】本题是对分式计算的考察,正确化简是关键

23. 【答案】 $\frac{1}{x}$

【解析】

【分析】先把分子与分母进行因式分解,再把除法转换成乘法进行约分,最后再进行分式的加法运算.

【详解】解: $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1}$

$$= \frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x-1)^2}{x}$$

$$= \frac{2}{x+1} - \frac{x-1}{x(x+1)}$$

$$= \frac{2x-(x-1)}{x(x+1)}$$

$$= \frac{1}{x}$$

24. 【答案】 2

【解析】

【分析】按二次根式的加减法运算法则进行计算即可.

【详解】原式 = $3\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{4} - 2\sqrt{2} + 2$,

$$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 2,$$

$$= 2.$$

25. 【答案】 $8 - 3\sqrt{6}$.

【解析】

【分析】先用完全平方公式展开,然后合并即可.





【详解】解： $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2-\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$$=3-2\sqrt{6}+2-(\sqrt{6}-3)$$

$$=5-2\sqrt{6}-\sqrt{6}+3$$

$$=8-3\sqrt{6}.$$

【点睛】本题考查了二次根式的计算，先把二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后再合并同类二次根式，熟练掌握相关运算法则是解题的关键。

26. 【答案】 $3\sqrt{3}-8$.

【解析】

【分析】先计算零指数幂、负整数指数幂、开方，然后计算乘法，最后从左向右依次计算，求出算式的值即可。

详解】解： $(\pi-3)^0 \times \sqrt{12} - (\frac{1}{8})^{-1} + \frac{1}{3}\sqrt{27}$

$$=1 \times 2\sqrt{3} - 8 + \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3}$$

$$=2\sqrt{3} - 8 + \sqrt{3}$$

$$=3\sqrt{3} - 8.$$

【点睛】此题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键。

27. 【答案】 $x=3$

【解析】

【分析】分式方程两边乘以 $x(x-1)$ ，去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解。

【详解】解：分式方程两边乘以 $x(x-1)$ ，得

$$3(x-1)-2x^2=-2x(x-1)$$

$$3x-3-2x^2=-2x^2+2x$$

解得： $x=3$ ，

经检验， $x=3$ 是原方程的解。

$\therefore x=3$ 。

【点睛】本题考查了解分式方程，掌握解分式方程的步骤是解题的关键，注意最后要检验。

28. 【答案】 无解

【解析】

【分析】根据分式方程的解法即可求出答案。

详解】解：去分母得： $12-2(x+3)=x-3$ ，

去括号得： $12-2x-6=x-3$ ，



移项合并得： $3x = 9$ ，

系数化成 1 得： $x = 3$ ，

经检验： $x=3$ 是增根，

\therefore 原分式方程无解.

【点睛】 本题考查学生的运算能力，解题的关键是熟练运用运算法则，本题属于基础题型.

29. 【答案】 $\frac{1}{3(a^2+3a)}$, $\frac{1}{3}$.

【解析】

【详解】 试题分析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，已知方程变形后整体代入计算即可求出值.

试题解析：解：原式 = $\frac{a-3}{3a(a-2)} \div \frac{a^2-4-5}{a-2} = \frac{a-3}{3a(a-2)} \cdot \frac{a-2}{(a+3)(a-3)} = \frac{1}{3(a^2+3a)}$.

当 $a^2+3a-1=0$ ，即 $a^2+3a=1$ 时，原式 = $\frac{1}{3 \times 1} = \frac{1}{3}$.

考点：1. 分式的化简求值；2. 整体思想的应用.

30. 【答案】 纯电动车行驶一公里所需电费为 0.18 元

【解析】

【详解】 试题分析：此题的等量关系是：A 地到 B 地的路程是不变的，

即： $\frac{108}{\text{燃油汽车每公里所需的油费}} = \frac{27}{\text{纯电动汽车每公里所需的电费}}$

试题解析：设新购买的纯电动汽车每行驶一公里所需电费为 x 元.

由题意得： $\frac{108}{x+0.54} = \frac{27}{x}$

解得： $x=0.18$

经检验 0.18 为原方程的解

答：纯电动车行驶一公里所需电费为 0.18 元.

考点：分式方程的应用

31. 【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) 6057

【解析】

【分析】 (1) 根据公式进行计算，先通分，再化简运算即可；

(2) A. 选 $a = -1, b = 1, c = 2$ ，代入公式进行计算即可求解；

B. 当 $r = 1$ 时，根据公式进行计算，先通分，再化简运算即可；

(3) 令 $a = 2020, b = 2019, c = 2018$ ，根据公式直接计算即可求解.

【小问 1 详解】



当 $r=0$ 时, 证明过程如下:

$$\begin{aligned} \text{左边} &= \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{1}{(a-b)(a-c)} - \frac{1}{(b-c)(a-b)} + \frac{1}{(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{(b-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)} - \frac{(a-c)}{(b-c)(a-b)(a-c)} + \frac{(a-b)}{(a-c)(b-c)(a-b)} \\ &= \frac{(b-c) - (a-c) + (a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{0}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 0. \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

A. 若 $a=-1, b=1, c=2$.

$$\begin{aligned} \text{则左边} &= \frac{(-1)^2}{(-1-1) \times (-1-2)} + \frac{1}{(1-2) \times [1-(-1)]} + \frac{2^2}{[2-(-1)] \times (2-1)} \\ &= \frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{4}{3} = 1 = \text{右边}. \end{aligned}$$

B. 证明: 当 $r=1$ 时, 左边 $= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$

$$\begin{aligned} &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} - \frac{b}{(b-c)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{a(b-c) - b(a-c) + c(a-b)}{(a-b)(a-c)} \\ &= \frac{ab - ac - ab + bc + ac - bc}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 0; \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

令 $a=2020, b=2019, c=2018, r=3$, 由公式可得,

$$\begin{aligned} &\frac{a^r}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^r}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^r}{(c-a)(c-b)} = a+b+c \\ \therefore &\frac{2020^3}{2} - \frac{2019^3}{2} + \frac{2018^3}{2} \\ &= 2020 + 2019 + 2018 \\ &= 6057. \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查分式的混合运算, 解题的关键是熟练掌握分式的混合运算法则, 平方差公式.

32. 【答案】 (1) 见解析; (2) 22° ; (3) $\angle DAE = \frac{1}{2}(\angle C - \angle B)$, 证明见解析



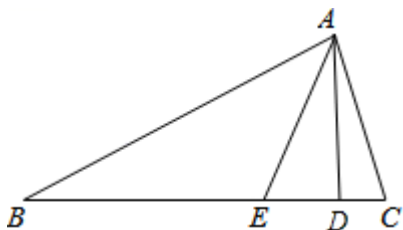
【解析】

【分析】(1) 根据题意画出图形即可；

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，利用三角形内角和定理可求出 $\angle BAC$ 的度数，结合角平分线的定义可求出 $\angle CAE$ 的度数，由 AD 是 BC 边上的高，可求出 $\angle CAD$ 的度数，再结合 $\angle DAE = \angle CAE - \angle CAD$ 即可求出结论；

(3) 根据题意可以用 $\angle B$ 和 $\angle C$ 表示出 $\angle CAD$ 和 $\angle CAE$ ，从而可以得到 $\angle DAE$ 与 $\angle C - \angle B$ 的关系。

【详解】解：(1) 如图，



(2) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 28^\circ$ ， $\angle C = 72^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 80^\circ,$$

$\therefore AE$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 40^\circ,$$

$\therefore AD$ 是 BC 边上的高，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle C = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 40^\circ - 18^\circ = 22^\circ.$$

$$(3) \angle DAE = \frac{1}{2}(\angle C - \angle B),$$

理由： \because 在 $\triangle ABC$ 中， AD ， AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线，

$$\therefore \angle CAB = 180^\circ - \angle B - \angle C, \angle CAD = 90^\circ - \angle C, \angle CAE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B - \angle C),$$

$$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B - \angle C) - (90^\circ - \angle C) = \frac{1}{2}(\angle C - \angle B).$$

【点睛】本题考查三角形内角和定理，熟练掌握角的平分线的性质、直角三角形的性质是解题的关键。