2022 北京广渠门中学初二 3 月月考

数　　学

一、选择题（本题共 7 题，每题 5 分，共 35 分）

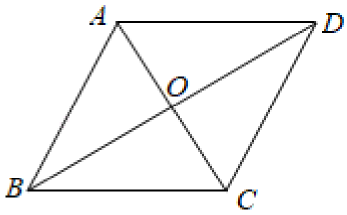
1. 下列各式中是最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{8}$　　C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D. $\sqrt{10^2}$

2. $\square ABCD$ 中，如果 $\angle A=2\angle B$， 那么 $\angle D$ 等于（　　）

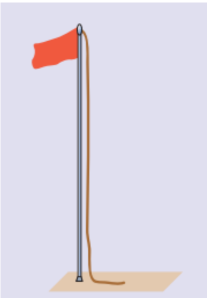
A. $30°$　　B. $60°$　　C. $90°$　　D. $120°$

3. 如图，$\square ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，且 $AC+BD=16$，若△BCO 的周长为 14，则 AD 的长为（　　）



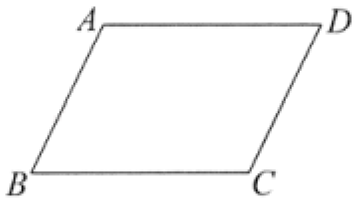
A　12　　B. 9　　C. 8　　D. 6

4. 如图，在实践活动课上，小华打算测量学校旗杆的高度，她发现旗杆顶端的绳子垂到地面后还多出 1 m，当她把绳子斜拉直，且使绳子的底端刚好接触地面时，测得绳子底端距离旗杆底部 5 m，由此可计算出学校旗杆的高度是（　　）



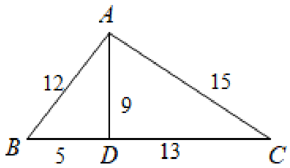
A. 8m　　B. 10m　　C. 12m　　D. 15m

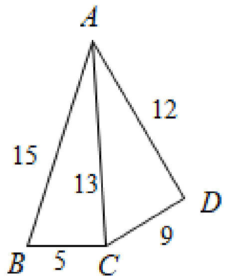
5. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\,//\,CD$．下列条件不能判定此四边形为平行四边形的是（　　）

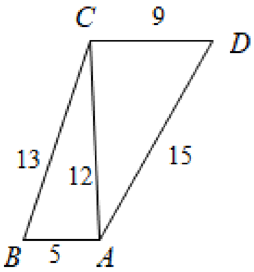


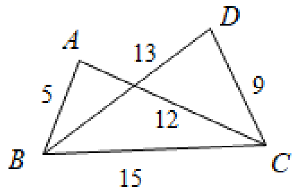
A. $AB=CD$　　B. $AD\,//\,BC$　　C. $\angle B=\angle D$　　D. $AD=BC$

6. 如图，五根小木棒，其长度分别为 5，9，12，13，15，现将它们摆成两个直角三角形，其中正确的是（　　）

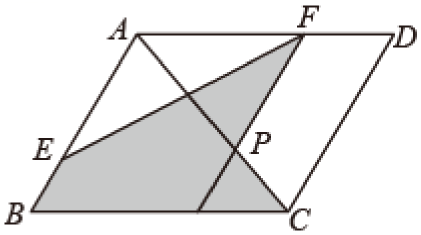
A. 

B. 

C. 

D. 

7. 如图，$\square ABCD$ 中，$\angle B=60°$ ，$AB=4$ ，$BC=5$ ，P 是对角线 AC 上任一点（点 P 不与点 A、C 重合），且 $PE//BC$ 交 AB 于 E，且 $PF//CD$ 交 AD 于 F，则阴影部分的面积为（　　）

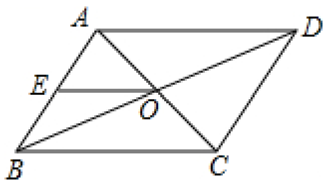


A. 5　　B. $5\sqrt{3}$　　C. 10　　D. $10\sqrt{3}$

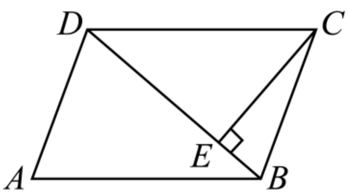
二、填空题（本题共 7 题，每题 5 分，共 35 分）

8. 已知正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 的长为 $3\sqrt{2}$，则正方形 $ABCD$ 的边长为____.

9. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 是 AB 中点，$OE=5\text{cm}$，则 AD 的长为_____cm.

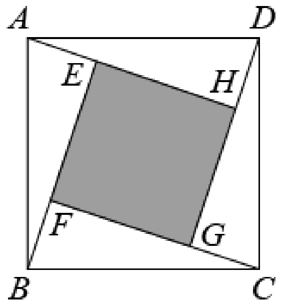


10. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=70°$ ，$DB=DC$，$CE\perp BD$ 于 E，则 $\angle BCE=$_______.

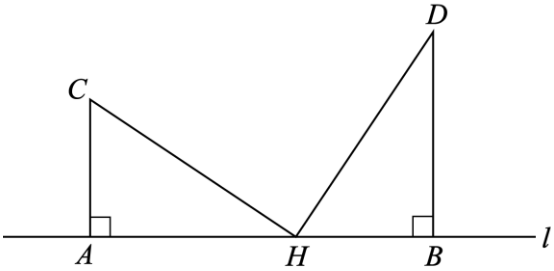


11. 已知 n 是正整数，且 $\sqrt{18-n}$ 也是正整数，写出一个满足条件的 n 的值：$n=$___.

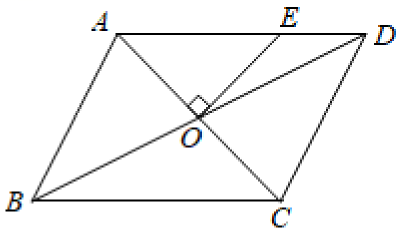
12. 用 4 张全等的直角三角形纸片拼接成如图所示的图案，得到两个大小不同的正方形．若正方形 $ABCD$ 的面积为 10，$AH=3$，则正方形 $EFGH$ 的面积为____.



13. 如图，A，B，H是直线l的三个点，$AC\perp l$于点A，$BD\perp l$于点B，且$HC=HD, AB=5, AC=2, BD=3$，则AH的长为________.

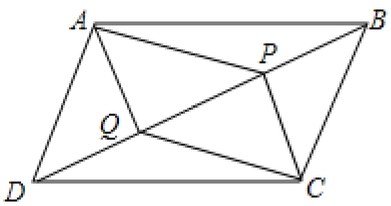


14. 如图，在▱$ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，过点O作$OE\perp AC$交AD于E，如果$AE=4, DE=2, DC=2\sqrt{5}$，则AC长 ________.



三、解答题（本题共 10 分）

15. 如图，已知点P、Q是平行四边形$ABCD$对角线BD上的两个点，且$BP=DQ$．求证：四边形$APCQ$是平行四边形.



四、综合题（本题共 2 题，每题 10 分，共 20 分）

16. 下面是小明设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

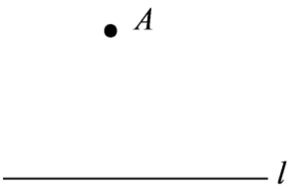


图1

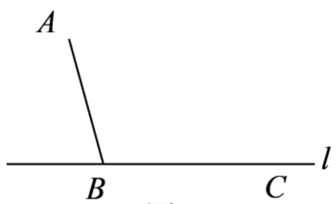


图2

已知：如图 1，直线 l 及直线 l 外一点 A．

求作：直线 AD，使得 $AD // l$．

作法：如图 2，

①在直线 l 上任取两点 B，C，连接 AB；

②分别以点 A，C 为圆心，线段 BC，AB 长为半径画弧，两弧在直线 l 上方相交于点 D；

③作直线 AD．

直线 AD 就是所求作的直线．

根据小明设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连接 CD．

∵ AB ＝________，BC ＝________，

∴ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形（_________）（填推理的依据）．

∴ $AD // l$．

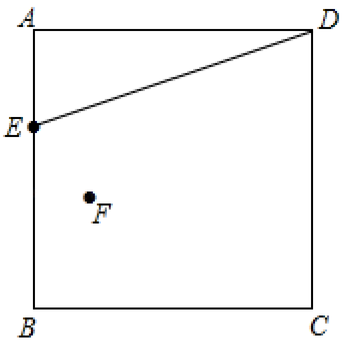
17．如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是边 AB 上的一动点（不与点 A，B 重合），连接 DE，点 A 关于直线 DE 的对称点为 F，连接 EF 并延长交 BC 边于点 G，连接 DF，DG．

（1）依题意补全图形，并证明$\angle FDG=\angle CDG$；

（2）过点 E 作 $EM\perp DE$ 于点 E，交 DG 的延长线于点 M，连接 BM．

①直接写出图中和 DE 相等　线段；

②用等式表示线段 AE，BM 的数量关系，并证明．



参考答案

一、选择题（本题共 7 题，每题 5 分，共 35 分）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义逐项判断即可.

【详解】A、$\sqrt{5}$ 是最简二次根式，此项符合题意；

B、$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，不是最简二次根式，此项不符题意；

C、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，不是最简二次根式，此项不符题意；

D、$\sqrt{10^2}=10$，不是最简二次根式，此项不符题意.

故选：A.

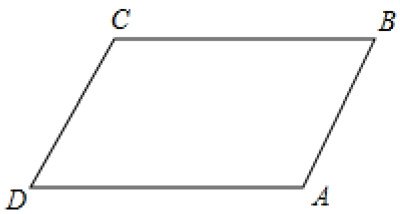
【点睛】本题考查了最简二次根式的定义，熟记最简二次根式的定义，通过化简进行验证是解题关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质可得 $AD// BC$，进而可得 $\angle A+\angle B=180°$，而 $\angle A=2\angle B$，从而求出 $\angle A=120°$，最后根据平行四边形的性质从而可得答案.

【详解】解：如图，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD// BC$，$AB// CD$

$\therefore \angle A+\angle B=180°$，$\angle A+\angle D=180°$

$\because \angle A=2\angle B$，

$\therefore \angle A=120°$，

$\therefore \angle B=\angle D=60°$

故选：B.

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质，关键是掌握平行四边形两组对边分别平行.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】由平行四边形的性质可得 $AO=CO=\frac{1}{2}AC$，$BO=DO=\frac{1}{2}BD$，由 ΔBCO 的周长为 14，可求

$BC = AD = 6$.

【详解】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AO = CO = \frac{1}{2}AC$， $BO = DO = \frac{1}{2}BD$，

$\because AC + BD = 16$，

$\therefore BO + CO = 8$，

$\because \Delta BCO$ 的周长为 14，

$\therefore BC = 6 = AD$，

故选：D.

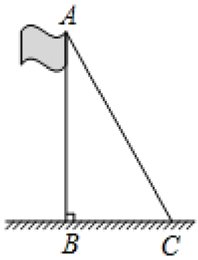
【点睛】本题考查了平行四边形的性质，解题的关键是掌握平行四边形的对角线互相平分．

4. 【答案】C

【解析】

【分析】由题可知，旗杆，绳子与地面构成直角三角形，根据题中数据，用勾股定理即可解答．

【详解】解：设旗杆　长度为 xm，则绳子的长度为：（x+1）m，如图，



在 $Rt\triangle ABC$ 中，由勾股定理得：$x^2+5^2=(x+1)^2$，

解得：x=12，

∴旗杆　高度为 12m.

故选：C.

【点睛】本题考查的是勾股定理的应用，根据题意得出直角三角形是解答此题的关键．

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定条件可直接进行排除选项．

【详解】解：A、由“一组对边平行且相等的四边形是平行四边形”可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故不符合题意；

B、由“两组对边分别平行的四边形是平行四边形”可得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故不符合题意；

C、∵$AB\parallel CD$，∴$\angle B+\angle C=180°$，∵$\angle B=\angle D$，∴$\angle D+\angle C=180°$，∴$AD\parallel BC$，∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故不符合题意；

D、$AD=BC$，$AB\parallel CD$ 无法得出四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故符合题意；

故选 D.

【点睛】本题主要考查平行四边形的判定，熟练掌握平行四边形的判定条件是解题的关键．

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理逐一判断即可.

【详解】A、对于△*ABD*，由于$5^2+9^2=106\neq12^2$，则此三角形不是直角三角形，同理△*ADC*也不是直角三角形，故不合题意；

B、对于△*ABC*，由于$5^2+13^2=194\neq12^2$，则此三角形不是直角三角形，同理△*ADC*也不是直角三角形，故不合题意；

C、对于△*ABC*，由于$5^2+12^2=169=13^2$，则此三角形是直角三角形，同理△*BDC*也是直角三角形，故符合题意；

D、对于△*ABC*，由于$5^2+12^2=169\neq15^2$，则此三角形不是直角三角形，同理△*BDC*也不是直角三角形，故不合题意.

故选：C

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，其内容是：两条短边的平方和等于长边的平方，则此三角形是直角三角形，为便于利用平方差公式计算，常常计算两条长边的平方差即两条长边的和与这两条长边的差的积，若等于最短边的平方，则此三角形是直角三角形.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】利用平行四边形的性质及判定定理可判断四边形*AEPF*为平行四边形，*EF*、*AP*为平行四边形*AEPF*的对角线，设交点为*O*，则*EF*、*AP*相互平分，从而证得△*POF*≌△*AOE*，则阴影部分的面积等于△*ABC*的面积.

【详解】解：∵四边形*ABCD*为平行四边形，

∴$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$

∵$PE\parallel BC$，

∴$PE\parallel AD$

∵$PF\parallel CD$，

∴$PF\parallel AB$，

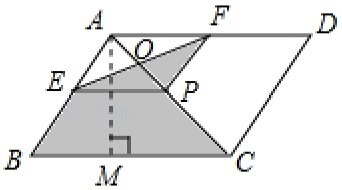
∴四边形*AEPF*为平行四边形.

设平行四边形*AEPF*的对角线*AP*、*EF*相交于*O*，则*AO*＝*PO*，*EO*＝*FO*，∠*AOE*＝∠*POF*

∴△*POF*≌△*AOE*，

∴图中阴影部分的面积等于△*ABC*的面积，

过*A*作$AM\perp BC$交*BC*于*M*，



∵ $\angle B=60°$，$AB=4$，

∴ $BM=2$

∴ $AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=2\sqrt{3}$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 5\times 2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$，即阴影部分的面积等于 $5\sqrt{3}$.

故答案选：B.

【点睛】本题考查的是平行四边形的性质及判定定理，勾股定理以及全等三角形及三角形面积的求法，范围较广.

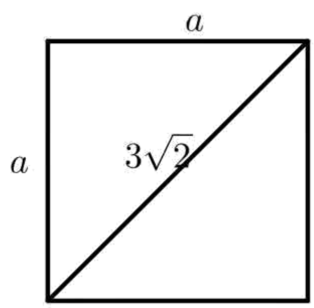
二、填空题（本题共 7 题，每题 5 分，共 35 分）

8. 【答案】3

【解析】

【分析】设正方形 $ABCD$ 的边长为 a，利用勾股定理即可求得结果.

【详解】解：如图，设正方形 $ABCD$ 的边长为 a，由勾股定理得：



$a^2+a^2=(3\sqrt{2})^2$，

解得 $a=3$.

故答案为：3.

【点睛】本题主要考查了勾股定理，熟练掌握勾股定理的应用条件及方法是解题的关键.

9. 【答案】10

【解析】

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴ $BO=DO$，

∵点 E 是 AB 的中点，

∴ OE 为 $\triangle ABD$ 的中位线，

∴ $AD=2OE$，

∵ $OE=5$cm，

∴ $AD=10$cm.

故答案为：10.

【点睛】本题考查平行四边形的性质，三角形中位线定理．掌握三角形中位线平行第三边且等于第三边的

一半是解题关键.

10. 【答案】20°

【解析】

【分析】由平行四边形的性质可得∠BCD=∠A=70°，又由于 DB=DC，所以∠DBC=∠DCB=70°；再根据 $CE\perp BD$，最后根据三角形内角和即可解答.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴∠BCD=∠A=70°

∵DB=DC，

∴∠DBC=∠DCB=70°

∵$CE\perp BD$

∴∠CEB=90°

∴∠BCE=90°-∠DBC=20°．

故填 20°．

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，等腰三角形的性质等知识点，灵活运用相关知识成为解答本题的关键.

11. 【答案】2（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据二次根式的意义，结合题意，求出一个符合题意的值，即可.

【详解】解：∵当 n=2 时，$\sqrt{18-n}=\sqrt{18-2}=\sqrt{16}=4$，

∴n=2 符合题意，

故答案是：2.

【点睛】本题主要考查二次根式，掌握二次根式的被开方数是非负数以及二次根式的意义，是解题的关键.

12. 【答案】4

【解析】

【分析】根据正方形的面积，可得 AD^2=10，再根据勾股定理求出 DH 的值，从而得四个直角三角形的面积之和，进而即可求解.

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ 的面积为 10，AH＝3，

∴AD^2=10，

∴在 $Rt\triangle ADH$ 中，$DH=\sqrt{AD^2-AH^2}=\sqrt{10-9}=1$，

∴$S_{\triangle ADH}=\frac{1}{2}AH\times DH=\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{3}{2}$，

∵四个直角三角形全等，

∴正方形 $EFGH$ 的面积=$10-4\times\frac{3}{2}$=4，

故答案是：4．

【点睛】本题主要考查勾股定理和勾股弦图，掌握勾股定理，是解题的关键．

13. 【答案】3

【解析】

【分析】设 $AH=x(x>0)$，从而可得 $BH=5-x$，再分别在 Rt△ACH 和 Rt△BDH 中，利用勾股定理求出 HC^2,HD^2 的值，然后根据 $HC=HD$ 建立方程，解方程即可得．

【详解】解：设 $AH=x(x>0)$，则 $BH=AB-AH=5-x$，

$\because AC\perp l$ 于点 A， $BD\perp l$ 于点 B，

$\therefore\triangle ACH$ 和 $\triangle BDH$ 都是直角三角形，

Rt△ACH 中， $HC^2=AC^2+AH^2=4+x^2$，

在 Rt△BDH 中， $HD^2=BD^2+BH^2=9+(5-x)^2=34-10x+x^2$，

$\because HC=HD$，

$\therefore HC^2=HD^2$，即 $4+x^2=34-10x+x^2$，

解得 $x=3$，

即 AH 的长为 3．

故答案为：3

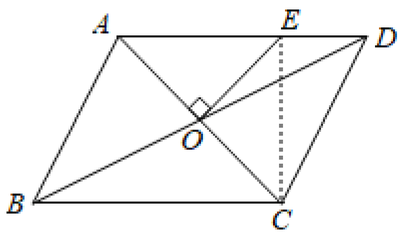
【点睛】本题考查了勾股定理、一元一次方程的几何应用，熟练掌握勾股定理是解题关键．

14. 【答案】$4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】连接 *CE*，根据平行四边形的性质可得 *AO*=*CO*，*CD*=*AB*=$2\sqrt{5}$，然后判断出 *OE* 垂直平分 *AC*，再根据线段垂直平分线上的点到两端点的距离相等可得 *CE*=*AE*=4，利用勾股定理的逆定理得到∠*CED*=90°，得到△*AEC* 是等腰直角三角形，根据勾股定理即可求得结论．

【详解】解：连接 EC， 如图



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AO=OC$，

$\because OE\perp AC$，

$\therefore OE$ 是线段 AC 的垂直平分线，

$\therefore EC=AE=4$，

在△DEC 中，

$\because EC^2+ED^2=4^2+2^2=20$，

$DC^2=(2\sqrt{5})^2=20$

$\therefore EC^2+ED^2=DC^2$，

$\therefore \angle DEC=90°$，

$\therefore \angle AEC=90°$

$\therefore AC^2=AE^2+EC^2=4^2+4^2=32$，

$\therefore AC=4\sqrt{2}$（舍负）.

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，线段垂直平分线的性质，勾股定理及逆定理，正确作出辅助线证得$\angle CED$=90°是解决问题的关键.

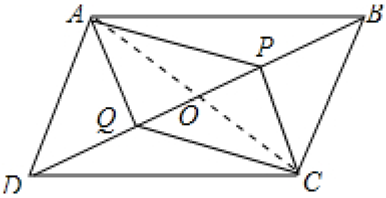
三、解答题（本题共10分）

15. 【答案】证明见解析

【解析】

【分析】连接AC，交BD于O，由平行四边形的性质得出$OA=OC$，$OB=OD$，由$BP=DQ$，得出$OP=OQ$，即可得出四边形$APCQ$为平行四边形.

【详解】证明：连接AC，交BD于O，如图所示：



$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore OA=OC$，$OB=OD$，

$\because BP=DQ$，

$\therefore OP=OQ$，

$\therefore$四边形$APCQ$为平行四边形.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质；熟练掌握平行四边形的性质，熟记对角线互相平分的四边形是平行四边形是解决问题的关键.

四、综合题（本题共2题，每题10分，共20分）

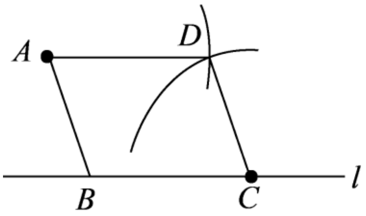
16. 【答案】（1）见解析；（2）DC，AD，两组对边分别相等的四边形是平行四边形

【解析】

【分析】（1）根据作法画出图形即可；

（2）根据“两组对边分别相等的四边形是平行四边形”进行证明即可.

【详解】（1）如图所示，



（2）证明：连接 CD.

∵ AB ＝<u>CD</u>，BC ＝<u>AD</u>，

∴ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形（<u>两组对边分别相等的四边形是平行四边形</u>）（填推理的依据）.

∴ $AD// l$.

故答案为：DC，AD，两组对边分别相等　四边形是平行四边形.

【点睛】本题考查了作图-复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了平行四边形的判定.

17. 【答案】（1）见解析；（2）①$DE=EM$；②$BM=\sqrt{2}AE$，证明见解析

【解析】

【分析】（1）如图 1，连接 DF，根据对称得：$\triangle ADE\cong\triangle FDE$，再由 HL 证明 $Rt\triangle DFG\cong Rt\triangle DCG$，可得结论；

（2）①证得 $\angle EDG=\frac{1}{2}\angle ADC=45^\circ$，则可得出结论 $DE=EM$；

②过点 M 作 $MN\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 N，连接 BM，证明$\triangle DAE\cong\triangle ENM$（$AAS$），由全等三角形的性质得出 $AE=MN$，$AD=EN$，则得出 $AE=BN=MN$，证得$\triangle BNM$ 是等腰直角三角形，则可得出结论.

【详解】解：（1）依题意补全图形如图 1，

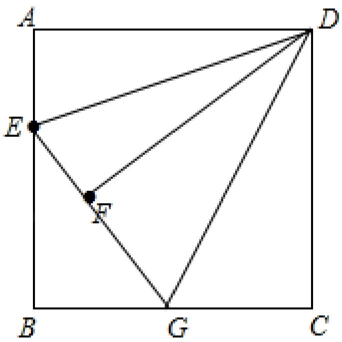


图1

证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$DA=DC$，$\angle A=\angle C=90^\circ$，

∵点 A 关于直线 DE 的对称点为 F，

∴$\triangle ADE\cong\triangle FDE$，

∴$DA=DF=DC$，$\angle DFE=\angle A=90^\circ$，

∴$\angle DFG=90^\circ$，

在 $Rt\triangle DFG$ 和 $Rt\triangle DCG$ 中，

$\because \begin{cases} DF=DC \\ DG=DG \end{cases}$,

∴Rt△DFG≌Rt△DCG（HL），

∴∠FDG＝∠CDG；

（2）①DE＝EM.

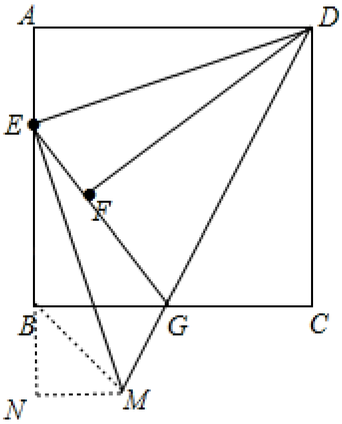


图2

∵∠ADE＝∠FDE，∠FDG＝∠CDG，

∴∠EDG＝$\frac{1}{2}$∠ADC＝45°，

∵$EM\perp DE$，

∴∠MED＝90°，

∴∠EMD＝∠EDM＝45°，

∴DE＝EM；

②$BM=\sqrt{2}AE$.

证明如下：

如图2，过点M作$MN\perp AB$交AB的延长线于点N，连接BM，

∵∠AED+∠NEM＝90°，∠AED+∠ADE＝90°，

∴∠NEM＝∠ADE，

又∵∠EAD＝∠MNE＝90°，DE＝EM，

∴△DAE≌△ENM（AAS），

∴AE＝MN，AD＝EN，

∵AD＝AB，

∴AB＝EN＝AE+BE＝BE+BN，

∴AE＝BN＝MN，

∴△BNM是等腰直角三角形，

∴$BM=\sqrt{2}MN=\sqrt{2}AE$.

【点睛】本题主要考查正方形的性质，全等三角形的判定及性质，掌握正方形的性质及全等三角形的判定及性质是解题的关键.