

# 九年级数学

2023.11

考生须知

1. 本练习卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题, 满分 100 分. 考试时间 120 分钟.
2. 在练习卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和教育 ID 号.
3. 练习题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在练习卷上作答无效.
4. 在答题卡上, 选择题和作图题用 2B 铅笔作答, 其他题用黑色字迹签字笔作答.
5. 练习结束, 将本试卷和答题卡一并交回.



## 一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 下列四个品牌图标中, 是中心对称图形的是



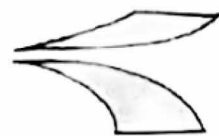
A.



B.



C.



D.

2. 用配方法解一元二次方程  $x^2 + 8x + 3 = 0$  时, 原方程可变形为

A.  $(x+4)^2 = 19$

B.  $(x-4)^2 = 19$

C.  $(x-4)^2 = 13$

D.  $(x+4)^2 = 13$

3. 图中的五角星图案, 绕着它的中心  $O$  旋转  $n^\circ$  后, 能与自身重合, 则  $n$  的值至少是

A. 60

B. 72

C. 120

D. 144



4. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 将抛物线  $y = 2x^2$  先向左平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位, 所得抛物线为

A.  $y = 2(x-2)^2 + 3$

B.  $y = 2(x-2)^2 - 3$

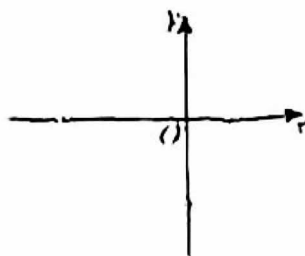
C.  $y = 2(x+2)^2 - 3$

D.  $y = 2(x+2)^2 + 3$

5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

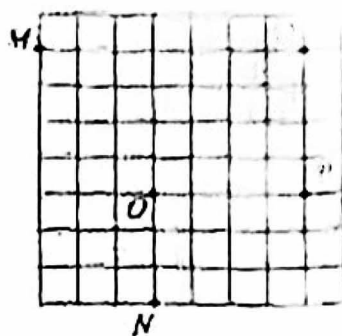
的图象如图所示，关于  $a, c$  的符号判断正确的是

- A.  $a > 0, c > 0$                       B.  $a > 0, c < 0$   
 C.  $a < 0, c > 0$                       D.  $a < 0, c < 0$



6. 雷达通过无线电的方法发现目标并测定它们的空间位置，因此雷达被称为“无线电定位”。现有 3 颗间隔半径为  $3\text{km}$  的雷达，监测点的分布情况如图，如果将雷达装置设在  $O$  点，每一个小格的边长为  $1\text{km}$ ，那么能被该雷达监测到的最远点为

- A.  $M$  点    B.  $N$  点    C.  $P$  点    D.  $Q$  点



7. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象是抛物线  $G$ ，自变量  $x$  与函数  $y$  的部分对应值如下表：

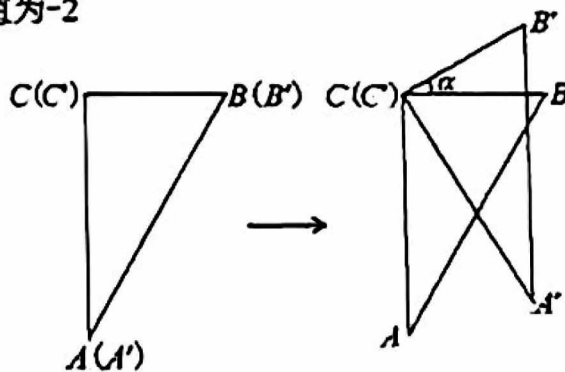
$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...	4	0	-2	-2	0	4	...

下列说法错误的是

- A. 抛物线  $G$  的开口向上  
 B. 抛物线  $G$  的对称轴是  $x = -\frac{1}{2}$   
 C. 抛物线  $G$  与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, -2)$   
 D. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的最小值为  $-2$



8. 两块完全相同的含  $30^\circ$  角的直角三角板  $ABC$  和  $A'B'C'$  重合在一起，将三角板  $A'B'C'$  绕直角顶点  $C'$  按逆时针方向旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ )，如图所示。



以下结论错误的是

- A. 当  $\alpha = 30^\circ$  时， $A'C$  与  $AB$  的交点恰好为  $AB$  中点  
 B. 当  $\alpha = 60^\circ$  时， $A'B'$  恰好经过点  $B$   
 C. 在旋转过程中，存在某一时刻，使得  $AA' = BB'$   
 D. 在旋转过程中，始终存在  $AA' \perp BB'$

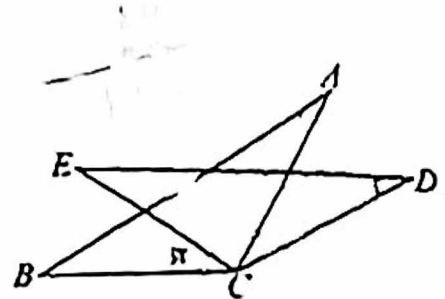
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 方程  $x^2=1$  的解是\_\_\_\_\_.

10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $(1, -3)$  关于原点对称的点的坐标为\_\_\_\_\_.

11. 请写出一个图象开口向上，且与  $y$  轴交于点  $(0, 2)$  的二次函数的解析式\_\_\_\_\_.

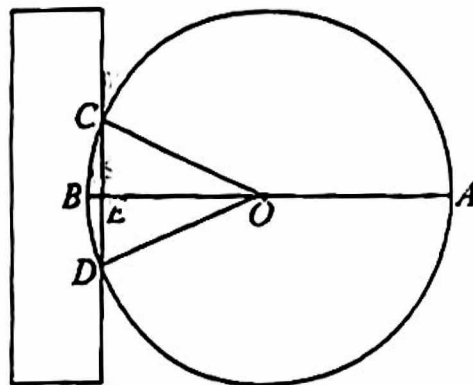
12. 如图，将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $35^\circ$  得到  $\triangle DEC$ ，边  $ED$ ， $AC$  相交于点  $F$ ，若  $\angle A=30^\circ$ ，则  $\angle EFC=$ \_\_\_\_\_.



13. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y=2(x-1)^2+k$  经过点  $A(2, m)$ ， $B(3, n)$ ，则  $m$  \_\_\_\_\_  $n$ （填“>”，“=”或“<”）.

14. 二次函数  $y=x^2-6x+c$  的图象与  $x$  轴只有一个公共点，则  $c$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作之一，其中第九卷《勾股》中记载了一个“圆材埋壁”的问题：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”用几何语言表达为：如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ ， $EB=1$  寸， $CD=10$  寸，则直径  $AB$  长为\_\_\_\_\_寸.





16. 我国三国时期的数学家赵爽在其所著的《勾股圆方图注》中记载了求一元二次方程正数解的几何解法. 例如求方程  $x^2 + 2x - 35 = 0$  的正数解的步骤为:

(1) 将方程变形为  $x(x+2) = 35$ ;

(2) 构造如图 1 所示的大正方形, 其面积是  $(x+x+2)^2$ , 其中四个全等的矩形面积分别为  $x(x+2)$ , 中间的小正方形面积为  $2^2$ ;

(3) 大正方形的面积也可表示为四个矩形和一个小正方形的面积之和, 即  $4 \times 35 + 2^2 = 144$ ;

(4) 由此可得方程:  $(x+x+2)^2 = 144$ , 则方程的正数解为  $x = 5$ .

根据赵爽记载的方法, 在图 2 中的三个构图 (矩形的顶点均落在边长为 1 的小正方形网格格点上) ①②③中, 能够得到方程  $x^2 - 3x - 10 = 0$  的正数解的构图是 \_\_\_\_\_ (只填序号).

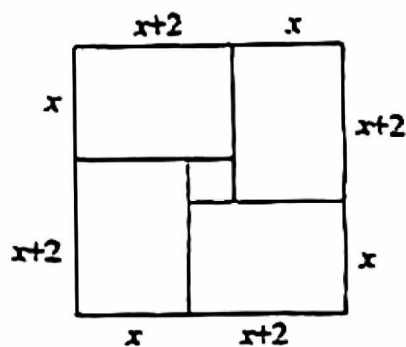
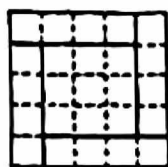
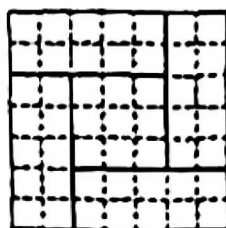


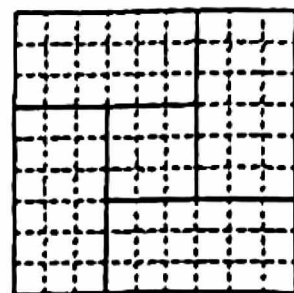
图 1



①



②



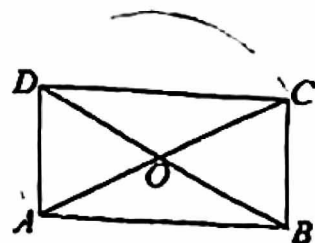
③

图 2

三、解答题 (共 68 分, 第 17-19 题, 每题 5 分, 第 20 题 6 分, 第 21-22 题, 每题 5 分, 第 23 题 6 分, 第 24 题 5 分, 第 25-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

17. 解方程:  $x^2 + 2x - 3 = 0$ .

18. 已知: 矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ .  
求证:  $A, B, C, D$  四点在以点  $O$  为圆心的同一个圆上.



19. 已知: 关于  $x$  的方程  $x^2 + 4x + 2m = 0$  有两个不相等的实数根.

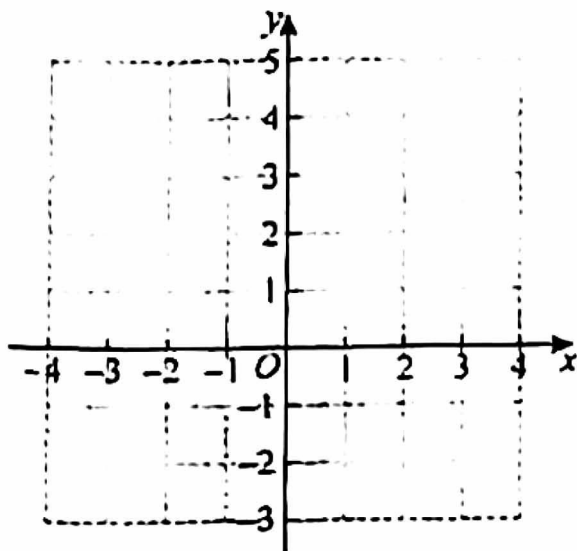
(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 若  $m$  为正整数, 求此时方程的根.

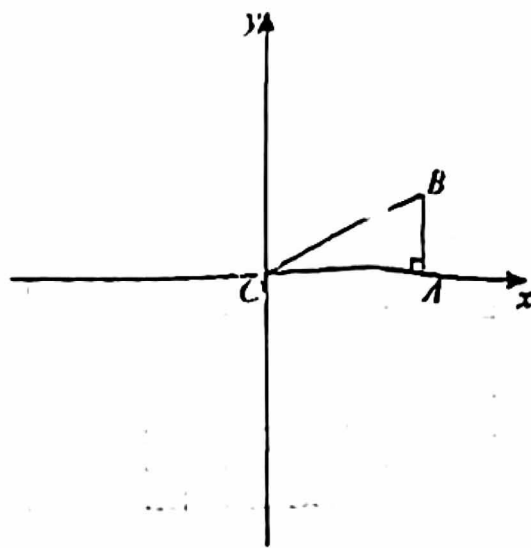


20. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 二次函数  $y = ax^2 + bx + 3$  ( $a \neq 0$ ) 的图象经过点  $A(-1, 4)$ ,  $B(1, 0)$ .

- (1) 求二次函数的解析式;
- (2) 画出二次函数的图象;
- (3) 当  $y > 0$  时, 直接写出  $x$  的取值范围.



(第 20 题图)

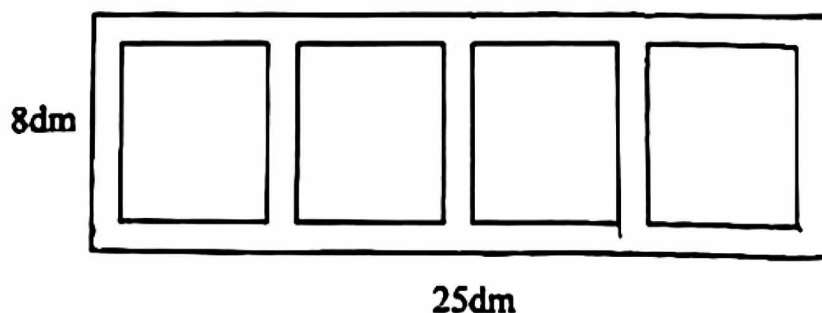


(第 21 题图)

21. 如图, 在  $Rt\triangle OAB$  中,  $\angle OAB = 90^\circ$ , 且点  $B$  的坐标为  $(4, 2)$ .

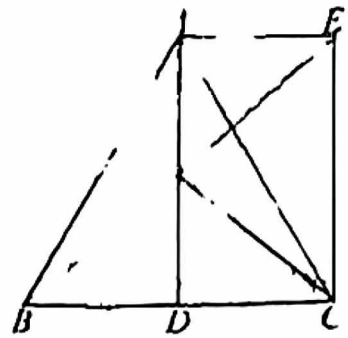
- (1) 画出  $\triangle OAB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  后的  $\triangle OA_1B_1$ ;
- (2) 求点  $B$  旋转到点  $B_1$  的路径长 (结果保留  $\pi$ ).

22. 某学校要设计校园“数学嘉年华”活动的介绍展板. 如图, 现有一块长  $25\text{dm}$ , 宽  $8\text{dm}$  的矩形展板, 展示区域为全等的四个矩形, 其中相邻的两个矩形展示区域之间及四周都留有宽度相同的空白区域. 如果四个矩形展示区域的面积之和为  $120\text{dm}^2$ , 求空白区域的宽度.



23. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中,  $D$ 是 $BC$ 的中点, 过点 $A$ 作 $AE \parallel BC$ , 且 $AE = DC$ , 连接 $CE$ .

- (1) 求证: 四边形 $ADCE$ 是矩形;  
 (2) 连接 $BE$ 交 $AD$ 于点 $F$ , 连接 $CF$ .  
 若 $AB = 4$ , 求 $CF$ 的长.



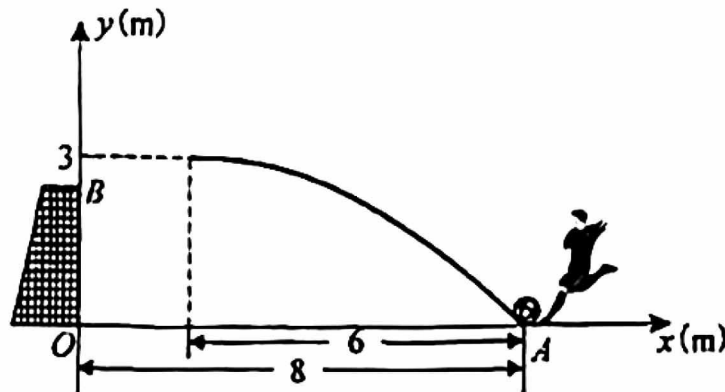
24. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 一次函数 $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ )的图象由函数 $y = x$ 的图象平移得到, 且经过点 $(1, 2)$ .

- (1) 求一次函数的解析式;  
 (2) 当 $x > 1$ 时, 对于 $x$ 的每一个值, 函数 $y = mx$  ( $m \neq 0$ )的值大于一次函数 $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ )的值, 直接写出 $m$ 的取值范围.

25. 如图, 一位足球运动员在一次训练中, 从球门正前方 $8\text{m}$ 的 $A$ 处射门, 已知球门高 $OB$ 为 $2.44\text{m}$ , 球射向球门的路线可以看作是抛物线的一部分. 当球飞行的水平距离为 $6\text{m}$ 时, 球达到最高点, 此时球的竖直高度为 $3\text{m}$ .

现以 $O$ 为原点, 如图建立平面直角坐标系.

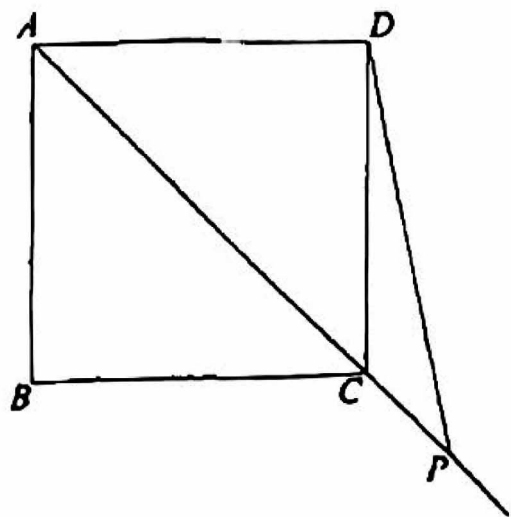
- (1) 求抛物线表示的二次函数解析式;  
 (2) 通过计算判断球能否射进球门 (忽略其他因素);  
 (3) 若运动员射门路线的形状、最大高度均保持不变, 则他应该带球向正后方移动\_\_\_\_\_米射门, 才能让足球经过点 $O$ 正上方 $2.25\text{m}$ 处.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $M(2, m)$ ,  $N(4, n)$  在抛物线  $y = -ax^2 + bx$  ( $a > 0$ ) 上, 设该抛物线的对称轴为  $x = t$ .
- (1) 若  $m = n$ , 求  $t$  的值;
  - (2) 若  $mn < 0$ , 求  $t$  的取值范围.



27. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $P$  是线段  $AC$  延长线上一点, 连接  $DP$ , 将线段  $DP$  绕点  $D$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $DQ$ , 连接  $PQ$ ,  $BQ$ , 作直线  $BQ$  交  $AC$  于点  $E$ .
- (1) 依题意补全图形;
  - (2) 求证:  $\angle PBQ = \angle PQB$ ;
  - (3) 用等式表示线段  $EP$ ,  $EQ$ ,  $EB$  之间的数量关系, 并证明.

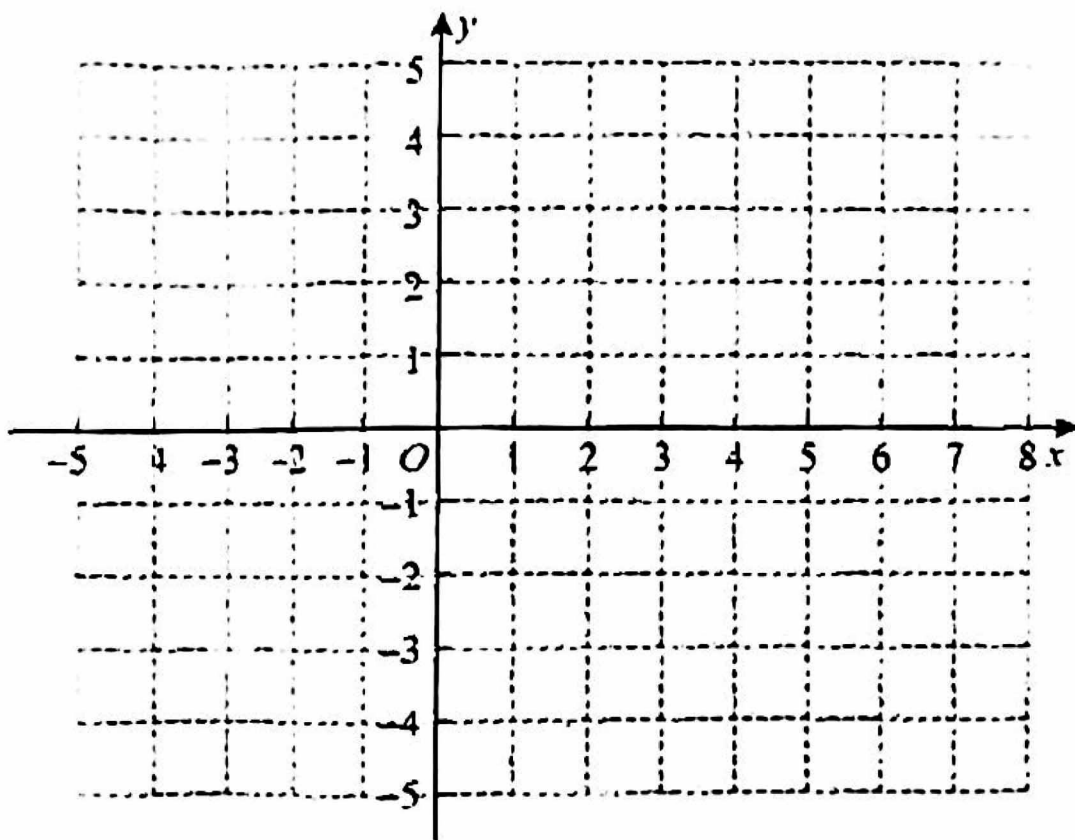




28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 给出如下定义: 将图形  $M$  绕直线  $x=3$  上某一点  $P$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 得到图形  $M'$ , 再将图形  $M'$  关于直线  $x=3$  对称, 得到图形  $N$ . 此时称图形  $N$  为图形  $M$  关于点  $P$  的“二次变换图形”.

已知点  $A(0, 1)$ .

- (1) 若点  $P(3, 0)$ , 直接写出点  $A$  关于点  $P$  的“二次变换图形”的坐标;
- (2) 若点  $A$  关于点  $P$  的“二次变换图形”与点  $A$  重合, 求点  $P$  的坐标;
- (3) 若点  $P(3, -3)$ ,  $\odot O$  半径为 1. 已知长度为 1 的线段  $AB$ , 其关于点  $P$  的“二次变换图形”上的任意一点都在  $\odot O$  上或  $\odot O$  内, 直接写出点  $B$  的纵坐标  $y_B$  的取值范围.



备用图

