

班级:

分层班

级:

姓

名:

学号:

2017—2018 学年度第一学期 北师大二附中西城实验学校八年级数学期中检测试题

2017年11月

一、选择 (每题3分,共30分)

1、以下式子 $\frac{1}{a}, \frac{2xy}{\pi}, \frac{3a^2b^3c}{4}, \frac{5}{6+x}, \frac{x}{7} + \frac{y}{8}, 9x + \frac{10}{y}$ 中,分式的个数是()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 计算 3^{-2} 的结果是 () .

- A. -9 B. 9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

3. 下列各式从左到右变形是因式分解且正确的是 () .

- A. $(x+2y)(x-2y) = x^2 - 4y^2$ B. $x^2y - xy^2 - 1 = xy(x-y) - 1$
C. $a^2 - 4ab + 4b^2 = (a-2b)^2$ D. $ax + ay + a = a(x+y)$

4. 如图, OP 平分 $\angle MON$, $PA \perp ON$ 于点 A, 若 $PA=2$, 则 P 到 OM 的距离为 () .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 如果分式 $\frac{x-5}{x+2}$ 的值是零, 那么 x 的值是 ()

- A. $x=-2$ B. $x=5$ C. $x=-5$ D. $x=2$

6. 若 $x^2+px+q = (x-3)(x+4)$, 那么 p、q 的值是()

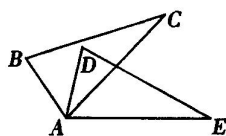
- A. $p=1, q=-12$ B. $p=-1, q=12$
C. $p=7, q=12$ D. $p=7, q=-12$

7. 已知三角形的两边长分别为 5 和 7, 则第三边的中线长 x 的范围是 () .

- A. $2 < x < 12$ B. $5 < x < 7$ C. $1 < x < 6$ D. 无法确定

8. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 若 $\angle B=80^\circ$, $\angle C=30^\circ$, $\angle DAC=35^\circ$, 则 $\angle EAC$ 的度数为 ()

- A. 40° B. 35° C. 30° D. 25°

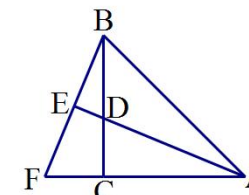


9. 当 m 为何值时, $x^2+mx+25$ 是完全平方式 ()

- A. 5 或 -5 B. 10 C. -10 D. 10 或 -10

10. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $BE \perp AD$ 交 AC 的延长线于 F, E 为垂足. 则结论: (1) $AD=BF$; (2) $CF=CD$; (3) $AC+CD=AB$; (4) $BE=CF$; (5) $BF=2BE$, 其中正确的结论个数是 () .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



(第10题图)

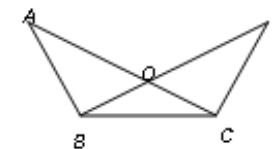
二、填空题 (11-14 每题3分, 15-18 每题2分, 共20分)

11. 对于分式 $\frac{2}{x+3}$ 有意义, 则 x 应满足的条件是: _____

12. $PM_{2.5}$ 是指大气中直径小于或等于 $0.0000025m$ 的颗粒物. 将 0.0000025 用科学记数法表示为 _____

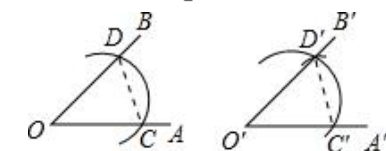
13. 分式 $\frac{1}{2x}, \frac{1}{2y^2}, -\frac{1}{5xy}$ 的最简公分母为 _____;

14. 已知: 如图, AC、BD 相交于点 O, $\angle A = \angle D$, 请你再补充一个条件, 使 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 你补充的条件是 _____ . 全等理由是 _____



15. $x \div \frac{x}{y} \cdot \frac{1}{x}$ _____

16. 用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图如下, 则说明 $\angle A' O' B' = \angle A O B$ 的依据是 _____



(第16题图)

17. 若把分式 $\frac{x+3y}{2x}$ 的 x、y 同时扩大 10 倍, 则分式的值 _____ (填变大, 变小, 不变)

18. 如图, 已知 $AB=AC$, D 为 $\angle BAC$ 的角平分线上面一点, 连接 BD, CD; 如图 2, 已知 $AB=AC$, D、E 为 $\angle BAC$ 的角平分线上面两点, 连接 BD, CD, BE, CE; 如图 3, 已知 $AB=AC$, D、E、F 为 $\angle BAC$ 的角平分线上面三点, 连接 BD, CD, BE, CE, BF, CF; ... 第 2 个图形中有全等三角形的对数是 _____ 依次规律, 第 n 个图形中有全等三角形的对数是 _____.

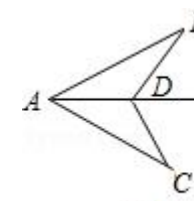


图1

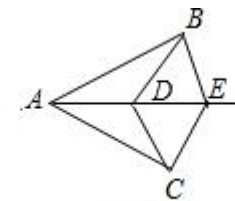


图2

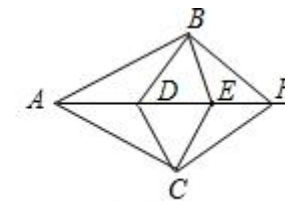


图3

三、解答题（19-20 每题 3 分；21-23 每题 5 分；24 题 6 分；25 题 5 分；26 题 7 分，共 50 分）

19、因式分解

(1) $ax^2 - 2ax + a$

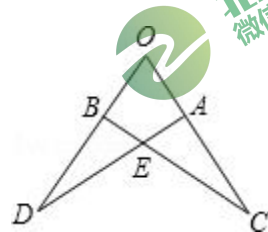
(2) $3a^3b - 12ab^3$

20、计算

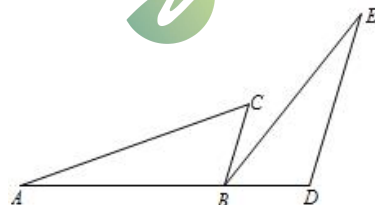
(1) $\frac{2x}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3}$

(2) $(\frac{b}{2a})^2 \cdot 2a \div \frac{b}{c^2}$

21、如图：已知 $\angle D = \angle C$ ， $OD = OC$ ，求证： $AD = BC$



22、已知：如图，点 B 在线段 AD 上， $BC \parallel DE$ ， $AB = ED$ ， $BC = DB$ 。
求证： $\angle A = \angle E$ 。



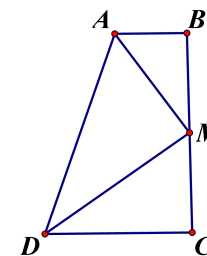
23. 先化简再求值

(1) $\frac{3x-3}{x^2-1} \div \frac{3x}{x+1} - \frac{1}{x-1}$ ，其中 $x=2$ 。

(2) $(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}) \div \frac{2m}{m^2-6m+9}$ ，选一个你喜欢的值代入并求值。

24. 已知，如图 $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， M 是 BC 的中点， DM 平分 $\angle ADC$ 。

- (1) 求证： AM 平分 $\angle DAB$ ；
 - (2) 猜想 AM 与 DM 的位置关系如何，并证明你的结论。
- 解：(1)



(2)

25、我们知道，假分数可以化为带分数。例如： $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ 。在分式中，对于只含有一个字母的分式，当分子的次数大于或等于分母的次数时，我们称之为“假分式”；当分子的次数小于分母的次数时，我们称之为“真分式”。例如： $\frac{x-1}{x+1}$ ， $\frac{x^2}{x-1}$ 这样的分式就是假分式； $\frac{3}{x+1}$ ， $\frac{2x}{x^2+1}$ 这样的分式就是真分式。类似的，假分式也可以化为带分式（即：整式与真分式和的形式）。

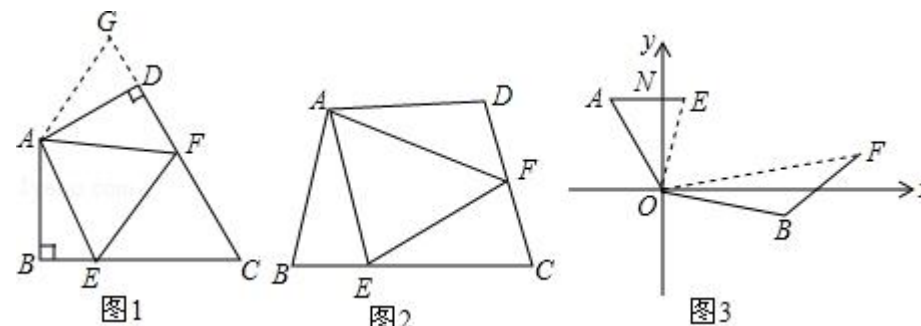
例如： $\frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ ；

$$\frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2-1+1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+1}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$$

(1) 判断 $\frac{2x}{x^2-9}$ 为_____（填真分式或假分式）

(2) 仿照例子，将分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 化为带分式为_____；

(3) 若分式 $\frac{2x-1}{x+1}$ 的值为整数，则 x 的整数值为（写出求解过程）



探索延伸：

2、如图2，若在四边形 $ABCD$ 中， $AB=AD$ ， $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 。 E, F 分别是 BC, CD 上的点，且 $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD$ ，上述结论是否仍然成立，并说明理由；

3、如图3，在某次军事演习中，舰艇甲在指挥中心（ O 处）北偏西 30° 的 A 处，舰艇乙在指挥中心南偏东 70° 的 B 处，并且两舰艇到指挥中心的距离相等，接到行动指令后，舰艇甲向正东方向以 60 海里/小时的速度前进，舰艇乙沿北偏东 50° 的方向以 80 海里/小时的速度前进。 1.5 小时后，指挥中心观测到甲、乙两舰艇分别到达 E, F 处，且两舰艇之间的夹角为 70° ，试求此时两舰艇之间的距离。（提示：先结合图3，求证是否满足上问的条件，并利用结论求解）

26、问题背景：

如图1：在四边形 $ABCD$ 中， $AB=AD$ ， $\angle BAD=120^\circ$ ， $\angle B=\angle ADC=90^\circ$ 。 E, F 分别是 BC, CD 上的点。且 $\angle EAF=60^\circ$ 。探究图中线段 BE, EF, FD 之间的数量关系。

小王同学探究此问题的方法是，延长 FD 到点 G ，使 $DG=BE$ 。连结 AG ，先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$ ，再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ ，可得出结论，他的结论应是_____；

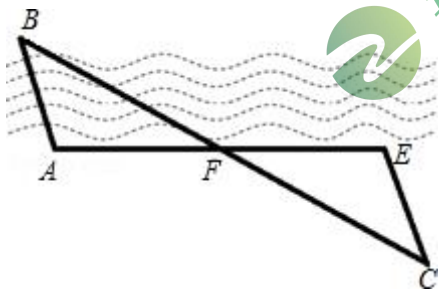
附加卷

1、(6分) 在日常生活中, 如取款、上网等都需要密码. 有一种用“因式分解”法产生的密码, 方便记忆. 原理是: 如对于多项式 $x^4 - y^4$, 因式分解的结果是 $(x-y)(x+y) \cdot (x^2 + y^2)$, 若取 $x=9, y=9$ 时, 则各个因式的值是: $(x-y)=0, (x+y)=18, x^2 + y^2=162$, 于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码. 对于多项式 $4x^3 - xy^2$, 取 $x=10, y=10$ 时, 请你写出用上述方法产生的密码.

2、(6分) 如图, 小明和小月两家位于 A, B 两处隔河相望, 要测得两家之间的距离, 小明设计方案如下: (12分)

- ①从点 A 出发沿河画一条射线 AE ;
- ②在 AE 上截取 $AF=FE$;
- ③过 E 作 $EC \parallel AB$, 使得 B, F, C 点在同一直线上;
- ④则 CE 的长就是 AB 之间的距离.

- (1) 请你说明小明的设计原理;
- (2) 如果不借助测量仪, 小明的设计中哪一步难以实现;
- (3) 你能设计出更好的方案吗?



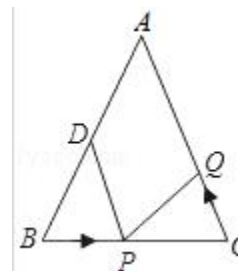
3、(8分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=10\text{cm}, BC=8\text{cm}$, 点 D 为 AB 的中点.

(1) 如果点 P 在线段 BC 上以 3cm/s 的速度由 B 点向 C 点运动, 同时, 点 Q 在线段 CA 上由 C 点向 A 点运动.

①若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等, 经过 1s 后, $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 是否全等, 请说明理由;

②若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等, 当点 Q 的运动速度为多少时, 能够使 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等?

(2) 若点 Q 以②中的运动速度从点 C 出发, 点 P 以原来的运动速度从点 B 同时出发, 都逆时针沿 $\triangle ABC$ 三边运动, 求经过多长时间点 P 与点 Q 第一次在 $\triangle ABC$ 的哪条边上相遇?



一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	C	B	B	A	C	B	D	D

二、填空题

11. $x \neq 3$;	12. 2.5×10^{-6} ;	13. $10xy^2$;	14. 答案不唯一;	15. $\frac{y}{x}$;	16. SSS
17. 不变;	18. (1) 3	(2) $\frac{n(n+1)}{2}$			

19. 因式分解

(1) $ax^2 - 2ax + a$

解: $ax^2 - 2ax + a$

$= a(x^2 - 2x + 1)$ 分

$= a(x-1)^2$ 分

(2) $3a^3b - 12ab^3$

解: $3a^3b - 12ab^3$

$= 3ab(a^2 - 4b^2)$ 分

$= -3ab(a+2b)(a-2b)$ 分

20. (1) 计算: $\frac{2x}{x^2-9} - \frac{1}{x-3}$

解: $\frac{2x}{x^2-9} - \frac{1}{x-3}$

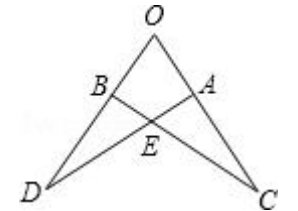
$= \frac{2x}{(x+3)(x-3)} - \frac{x+3}{(x-3)(x+3)}$ 分

$= \frac{x-3}{(x+3)(x-3)}$ 分

$= \frac{1}{x+3}$ 分

(2) $(\frac{b}{2a})^2 \cdot 2a \div \frac{b}{c^2}$
 $= \frac{b^2}{4a^2} \cdot 2a \cdot \frac{c^2}{b}$ 分
 $= \frac{bc}{2a}$ 分

21、如图：已知 $\angle D = \angle C$, $OD = OC$, 求证: $AD = BC$



在 $\triangle OAC$ 和 $\triangle OBD$ 中

$\angle D = \angle C$

$OD = OC$

$\angle O = \angle O$

$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OBC$ (ASA)

$\therefore AD = BC$

22、已知：如图，点 B 在线段 AD 上， $BC \parallel DE$ ， $AB = ED$ ， $BC = DB$ 。

求证: $\angle A = \angle E$ 。

$\because BC \parallel DE$

$\therefore \angle ABC = \angle D$

在 $\triangle CAB$ 和 $\triangle BED$ 中，

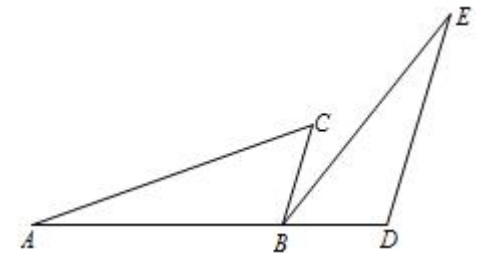
$AB = ED$

$\angle ABC = \angle D$

$BC = DB$

$\therefore \triangle CAB \cong \triangle BED$ (SAS)，

$\therefore \angle A = \angle E$ 。



23、 $\frac{3x-3}{x^2-1} \div \frac{3x}{x+1} - \frac{1}{x-1}$

$= \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{3x} - \frac{1}{x-1}$

$= \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$

$= \frac{-1}{x^2-x}$

当 $x = 2$ 时，

原式 $= -\frac{1}{2}$



24. $(\frac{1}{m-3} + \frac{1}{m+3}) \div \frac{2m}{m^2-6m+9}$

化简结果 $\frac{m-3}{m+3}$

m取除正负3以外的任何数均可

25 已知，如图 $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ，M 是 BC 的中点，DM 平分 $\angle ADC$ 。

(3) 求证：AM 平分 $\angle DAB$ ；

猜想 AM 与 DM 的位置关系如何，并证明你的结论。

(1) AM 平分 $\angle DAB$ 。

证明：过点 M 作 $ME \perp AD$ ，垂足为 E，

\because DM 平分 $\angle ADC$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

\because MC \perp CD，ME \perp AD，

\therefore ME = MC (角平分线上的点到角两边的距离相等)，

又 \because MC = MB，

\therefore ME = MB，

\because MB \perp AB，ME \perp AD，

\therefore AM 平分 $\angle DAB$ (到角的两边距离相等的点在这个角的平分线上)。

(2) DM \perp AM. 证明： $\because \angle B + \angle C = 90^\circ$ ，

\therefore CD \parallel AB，

$\therefore \angle CDA + \angle DAB = 180^\circ$ (两直线平行，同旁内角互补)

又 $\because \angle 1 = \frac{1}{2} \angle CDA$ ， $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle DAB$ (角平分线定义)

$\therefore 2\angle 1 + 2\angle 3 = 180^\circ$ ， $\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ， $\therefore \angle AMD = 90^\circ$. 即 DM \perp AM.

26. (1) 真分式

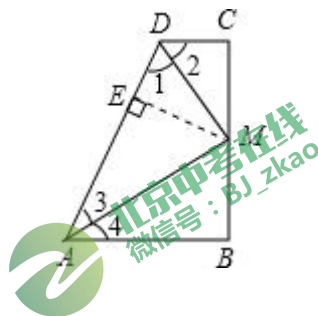
(2) $1 - \frac{3}{x+2}$

(3) 先化为带分式 $2 - \frac{3}{x+1}$ ， $x+1$ 可为 ± 1 ， ± 3 . x 的值为 -4、-2、0、2

27 问题背景：

如图 1：在四边形 ABCD 中，AB=AD， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $\angle B = \angle ADC = 90^\circ$ 。E、F 分别是 BC、

CD 上的点。且 $\angle EAF = 60^\circ$ 。探究图中线段 BE，EF，FD 之间的数量关系。



小王同学探究此问题的方法是，延长 FD 到点 G，使 DG=BE。连结 AG，先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$ ，再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ ，可得出结论，他的结论应是 $EF = BE + DF$ ；

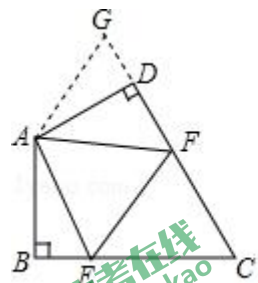


图1 图2

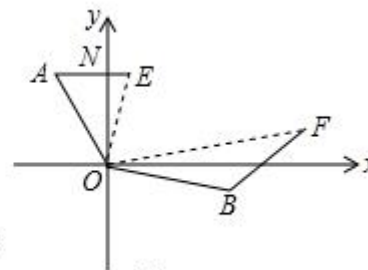


图3

探索延伸： $EF = BE + DF$ 仍然成立。

证明如下：如图，延长 FD 到 G，使 DG=BE，连接 AG，

$\because \angle B + \angle ADC = 180^\circ$ ， $\angle ADC + \angle ADG = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle ADG$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中，

DG = BE

$\angle B = \angle ADG$

AB = AD

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADG$ (SAS)，

\therefore AE = AG， $\angle BAE = \angle DAG$ ，

$\therefore \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD$ ，

$\therefore \angle GAF = \angle DAG + \angle DAF = \angle BAE + \angle DAF = \angle BAD - \angle EAF = \angle EAF$ ，

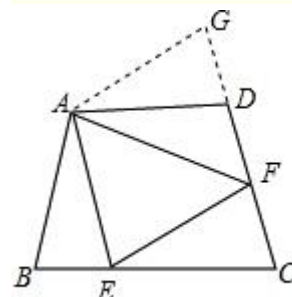


图2

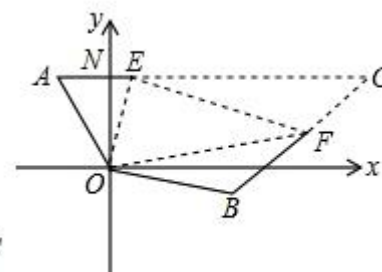


图3

$\therefore \angle EAF = \angle GAF$ ，

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AGF$ 中，

AE = AG

$\angle EAF = \angle GAF$

$$AF=AF$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle GAF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore EF=FG,$$

$$\therefore FG=DG+DF=BE+DF,$$

$$\therefore EF=BE+DF;$$

实际应用：如图，连接 EF，延长 AE、BF 相交于点 C，

$$\therefore \angle AOB=30^\circ + 90^\circ + (90^\circ - 70^\circ) = 140^\circ, \angle EOF=70^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOB,$$

$$\text{又} \because OA=OB, \angle OAC + \angle OBC = (90^\circ - 30^\circ) + (70^\circ + 50^\circ) = 180^\circ,$$

\therefore 符合探索延伸中的条件，

\therefore 结论 $EF=AE+BF$ 成立，

$$\text{即 } EF=1.5 \times (60+80) = 210 \text{ 海里.}$$

答：此时两舰艇之间的距离是 210 海里.

附加卷

1、101030 或 103010 或 301010.

2、① AAS 或 ASA 证全等

② 平行无法证明

③ 不唯一

3、(1) ① $\because t=1$ 秒，

$$\therefore BP=CQ=3 \times 1=3 \text{ 厘米,}$$

$\because AB=10$ 厘米，点 D 为 AB 的中点，

$$\therefore BD=5 \text{ 厘米.}$$

又 $\because PC=BC-BP, BC=8$ 厘米，

$$\therefore PC=8-3=5 \text{ 厘米,}$$

$$\therefore PC=BD.$$

又 $\because AB=AC,$

$$\therefore \angle B=\angle C,$$

$$\therefore \triangle BPD \cong \triangle CPQ.$$

② $\because vP \neq vQ, \therefore BP \neq CQ,$

又 $\because \triangle BPD \cong \triangle CPQ, \angle B=\angle C,$ 则 $BP=PC=4, CQ=BD=5,$

\therefore 点 P、点 Q 运动的时间 $t=BP/3=4/3$ 秒，

$$\therefore vQ=CQ/t=5/(4/3)=15/4 \text{ 厘米/秒;}$$

(3) 设经过 x 秒后点 P 与点 Q 第一次相遇，

由题意，得 $15/4x=3x+2 \times 10$ ，解得 $x=80/3$ 秒.

\therefore 点 P 共运动了 $80/3 \times 3=80$ 厘米.

$$\therefore 80=56+24=2 \times 28+24,$$

\therefore 点 P、点 Q 在 AB 边上相遇，

\therefore 经过 $80/3$ 秒点 P 与点 Q 第一次在边 AB 上相遇.

