



陈经纶中学 2022-2023 第二学期 初二数学 期中检测

时间： 90 分钟 满分： 100 分

班级： _____ 学号： _____ 姓名： _____

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。）

1. 下列二次根式中，最简二次根式是（ ）

- (A) $\sqrt{12}$ (B) $\sqrt{15}$ (C) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ (D) $\sqrt{1.5}$

2. 以下列长度的三条线段为边，能组成直角三角形的是（ ）

- (A) 2, 3, 4 (B) $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2
(C) 6, 8, 10 (D) 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$

3. 下列计算正确的是（ ）

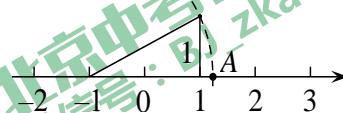
- (A) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ (B) $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$
(C) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ (D) $\sqrt{10} \div \sqrt{5} = 2$

4. 在 $\square ABCD$ 中， $\angle A : \angle B = 2 : 3$ ，则 $\angle C$ 的度数为（ ）

- (A) 36° (B) 72° (C) 108° (D) 144°

5. 如图所示，数轴上点 A 所表示的数为 a，则 a 的值是（ ）

- (A) $\sqrt{5} - 1$ (B) $-\sqrt{5} + 1$ (C) $\sqrt{5} + 1$ (D) $\sqrt{5}$



第 5 题图

6. 下列结论中，不正确的是（ ）

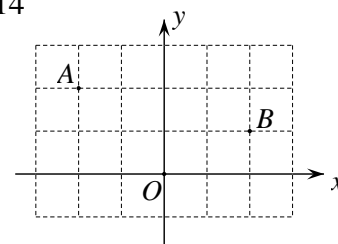
- (A) 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
(B) 对角线相等的平行四边形是矩形
(C) 正方形的一条对角线的长为 4，则此正方形的面积是 8
(D) 顺次连接四边形 $ABCD$ 四条边的中点所得的四边形为菱形，则四边形 $ABCD$ 一定满足 $AC \perp BD$

7. 已知 $m = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \times (-2\sqrt{30})$ ，若 a, b 为两个连续的整数，且 $a < m < b$ ，则 $a + b$ 的值为（ ）

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(-2, 2), B(2, 1)$ ，点 $P(x, 0)$ 是 x 轴上的一个动点。结合图形得出式子 $\sqrt{(x+2)^2 + 4} + \sqrt{(2-x)^2 + 1}$ 的最小值是（ ）

- (A) 3 (B) $\sqrt{17}$
(C) 5 (D) $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$

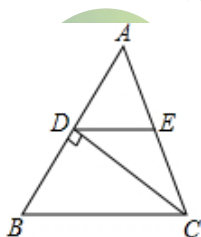


第 8 题图

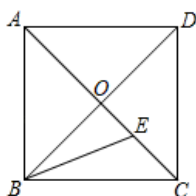


二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分。）

9. 若式子 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____。
10. 命题“如果 $m=n$ ，那么 $\sqrt{m^2}=\sqrt{n^2}$ ”的逆命题是_____命题(填“真”或“假”)，用一组 m, n 的值说明你的判断，这组 m, n 的值可以是 $m=_____$ ， $n=_____$ 。
11. 《九章算术》中的“折竹抵地”问题：今有竹高一丈，末折抵地，去根六尺，问折高者几何？意思是：一根竹子，原高一丈（一丈=10 尺），一阵风将竹子折断，其竹梢恰好抵地，抵地处离竹子底部 6 尺远，问折断处离地面的高度是多少？设折断处离地面的高度为 x 尺，则可列方程为_____。
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AB$ 于 D ， E 是 AC 的中点。若 $AD=6$ ， $DE=5$ ，则 CD 的长等于_____。
13. 在正方形 $ABCD$ 中， E 是对角线 AC 上一点，且 $AE=AB$ ，则 $\angle EBC$ 的度数是_____。
14. 图 1 中的直角三角形斜边长为 4，将四个图 1 中的直角三角形分别拼成如图 2 所示的正方形，其中阴影部分的面积分别记为 S_1, S_2 ，则 S_1+S_2 的值为_____。



第 12 题图



第 13 题图

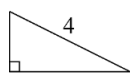


图 1

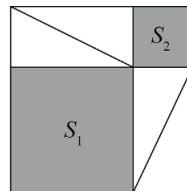
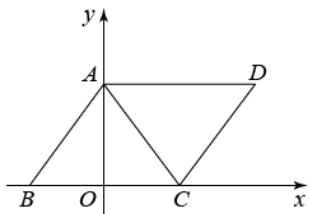


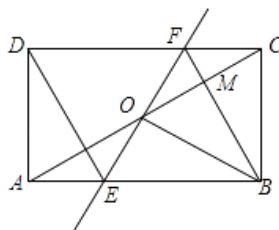
图 2

第 14 题图

15. 如图，平面直角坐标系中， $\square ABCD$ 的顶点 A, B, C 在坐标轴上， $AB=AC=5$ ， $B(-3, 0)$ ，点 D 在第一象限，则点 D 的坐标是_____。
16. 如图，矩形 $ABCD$ 中， O 为 AC 中点，过点 O 的直线分别与 AB, CD 交于点 E, F ，连结 BF 交 AC 于点 M ，连结 DE, BO 。若 $\angle COB=60^\circ$ ， $FO=FC$ ，则下列结论：
① FB 垂直平分 OC ；② $DE=EF$ ；③ $\triangle EOB \cong \triangle CMB$ ；④ $S_{\triangle AOE} : S_{\triangle BCM} = 2 : 3$ 。其中正确结论的有_____（填序号）。



第 15 题图



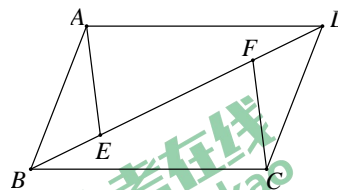
第 16 题图

三、解答题（本大题共 10 个小题，第 17 题，第 19-23 题，每题各 5 分，18 题 4 分，24-26 每题各 6 分，共 52 分。）

17. 计算： $|\sqrt{2}-2| + \sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} - (\sqrt{12}-1)^0$ 。



18. 如图，在 $\square ABCD$ 中， E, F 是对角线 BD 上的两点，且 $BE=DF$.
 求证： $AE=CF$.



19. 下面是小东设计的“作矩形”的尺规作图过程.

已知：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$.

求作：矩形 $ABCD$.

作法：如图，

- ①作线段 AC 的垂直平分线交 AC 于点 O ;
- ②连接 BO 并延长，在延长线上截取 $OD=OB$;
- ③连接 AD, CD .

所以四边形 $ABCD$ 即为所求作的矩形.

根据小东设计的尺规作图过程，

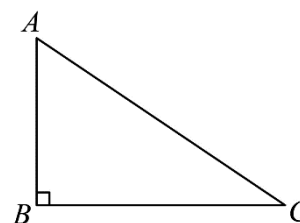
- (1) 使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)
- (2) 完成下面的证明.

证明： $\because OA = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $OD = OB$ ，

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ($\underline{\hspace{4cm}}$) (填推理的依据).

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ，

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形 ($\underline{\hspace{4cm}}$) (填推理的依据).



20. 如图，在正方形网格中，每个小方格的顶点叫做格点，设每个小正方形的边长为 1. 以格点为顶点分别按下列要求画图.

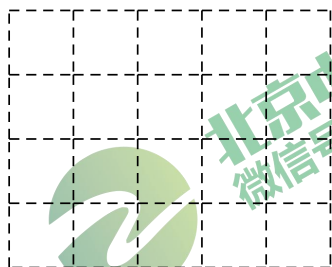


图 1

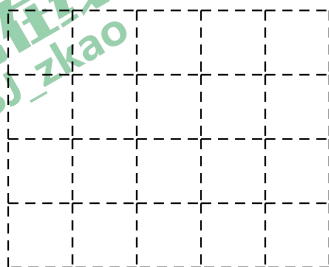


图 2

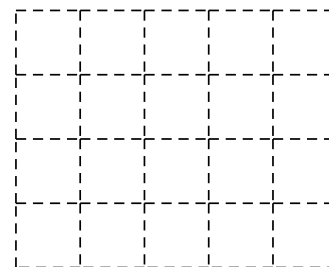
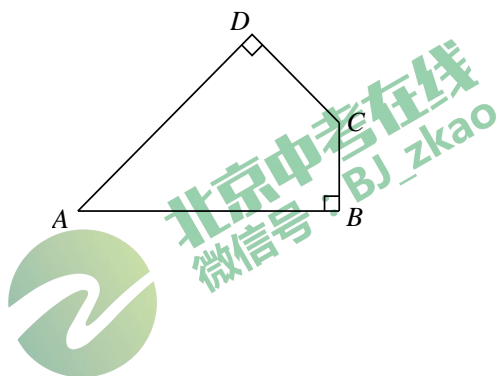


图 3

- (1) 在图 1 中，画一个直角 $\triangle ABC$ ，使它的斜边长为 $\sqrt{13}$;
- (2) 在图 2 中，画一个等腰 $\triangle ABC$ ，使它的底边长为 $\sqrt{2}$ ，腰长为 5;
- (3) 在图 3 中，画一个等腰直角 $\triangle ABC$ ，使它斜边长为 $2\sqrt{5}$.



21. 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle DCB=135^\circ$, $\angle B=\angle D=90^\circ$, $BC=1$, $CD=\sqrt{2}$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



22. 在学习了第 18 章特殊平行四边形之后, 老师给班级同学出了一道思考题.

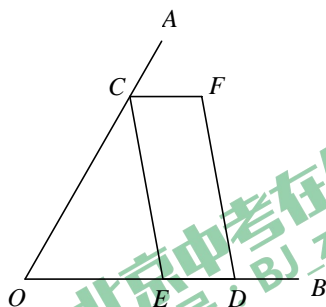
如图, 已知 $\angle AOB$, 点 C 在射线 OA 上, 点 D, E 在射线 OB 上, 其中 $OC=OD$, 四边形 $CEDF$ 是平行四边形, 请只用无刻度的直尺画出菱形 $CODN$, 并说明理由.

小明经过思考后, 给出了自己的作法:

- ①连接 CD, EF , 相交于点 M ;
- ②连接 OM 并延长交 CF 的延长线于点 N ;
- ③连接 DN , 四边形 $CODN$ 即为所求作的菱形.

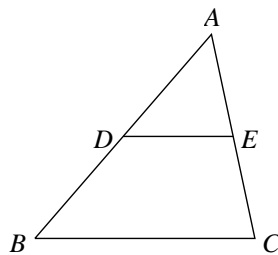
根据小明的设计, 完成下面问题:

- (1) 补全图形;
- (2) 证明四边形 $CODN$ 为菱形;
- (3) 若 $OC=2\sqrt{3}$, $\angle AOB=60^\circ$, 求 ON 的长.



23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在 AB, AC 上, 且点 E 是 AC 的中点, $DE \parallel BC$.

求证: 点 D 是 AB 的中点.





24. (1) 观察, 计算, 判断: (只填写符号: $>$, $<$, $=$)

① 当 $a=1, b=2$ 时, $\frac{a+b}{2}$ _____ \sqrt{ab} ;

② 当 $a=2, b=2$ 时, $\frac{a+b}{2}$ _____ \sqrt{ab} ;

③ 当 $a=3, b=2$ 时, $\frac{a+b}{2}$ _____ \sqrt{ab} ;

...

(2) 根据第 (1) 问, 当 $a \geq 0, b \geq 0$ 时, 判断 $\frac{a+b}{2}$ 与 \sqrt{ab} 的数量关系并证明.

(提示: $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$)

(3) 实践应用: 要制作面积为 2 平方米的长方形画框, 利用第 (2) 问证明得出的结论直接写出画框周长的最小值为_____.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 M 的坐标为 (x_1, y_1) , 点 N 的坐标为 (x_2, y_2) , 且 $x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$. 给出如下定义: 若一个矩形的边均与某条坐标轴平行, 且 MN 是它的一条对角线, 则称这个矩形是 MN 的“非常矩形”, 如图 1, 点 $M(1, 1)$ 和点 $N(4, 3)$, 它们的“非常矩形”是矩形 $MPNQ$.

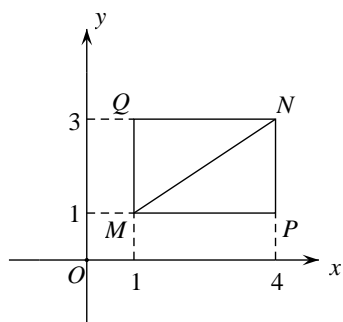


图 1

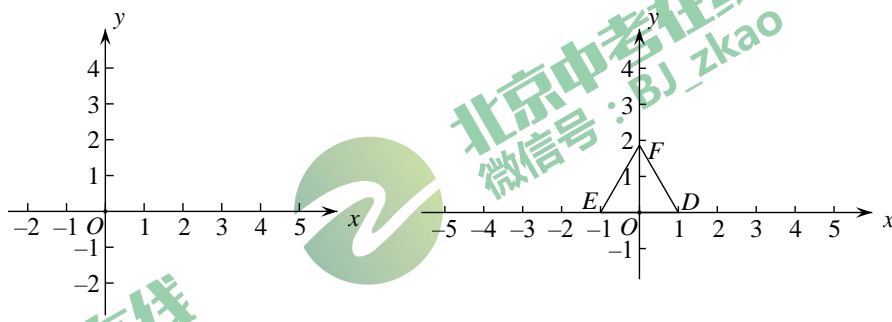


图 2

(1) 在点 $A(1, 2), B(1, -1), C(-2, 2)$ 中, 与点 O 构成的“非常矩形”的周长是 6 的点是_____;

(2) 若在第一象限有一点 $T(x, y)$ 与点 $(0, -1)$ 构成的“非常矩形”, 且它的周长是 8, 求 x, y 满足的数量关系;

(3) 如图 2, 等边 $\triangle DEF$ 的边 DE 在 x 轴上, 顶点 F 在 y 轴的正半轴上, 点 D 的坐标为 $(1, 0)$, 点 G 的坐标为 $(a, 3)$, 若在 $\triangle DEF$ 的边上存在一点 H , 使得点 G, H 的“非常矩形”为正方形, 请直接写出 a 的取值范围.



26. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 M 在 CD 边上，点 N 在正方形 $ABCD$ 外部，且满足 $\angle CMN=90^\circ$ ， $CM=MN$. 连接 AN ， CN ，取 AN 的中点 E ，连接 BE ， AC ，交于 F 点.

(1) 依题意补全图形 1，则 $\angle CBE$ 的度数为_____ (直接写出答案)；

(2) 请探究线段 BE ， AD ， CN 所满足的等量关系，并证明你的结论；

(3) 设 $AB=2$ ，若点 M 沿着线段 CD 从点 C 运动到点 D ，则在该运动过程中，线段 EN 所扫过的面积为_____ (直接写出答案).

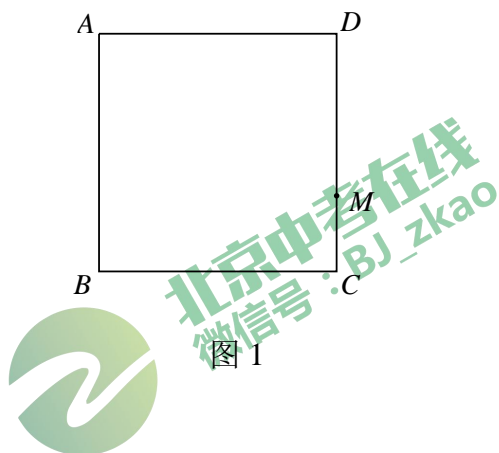
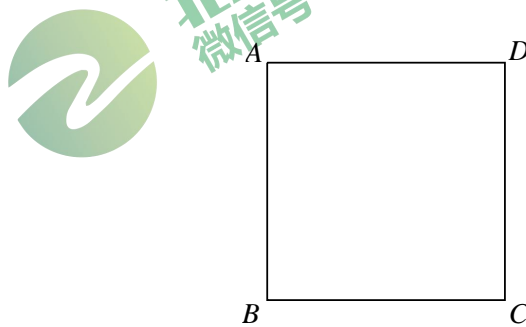


图 1



备用图





陈经纶中学 2022-2023 第二学期初二数学试卷参考答案

2023.4

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	B	A	D	C	C

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. $x \geq -1$

10. 假, 1, -1 (第一空 1 分; m, n 互为相反数得 2 分; 答案不唯一)

11. $x^2 + 6^2 = (10 - x)^2$

12. 8

13. 22.5°

14. 16

15. (6, 4)

16. ①②④ (每个正确答案得 1 分; 错选少选一个扣 1 分)

三、解答题（本题共 52 分，第 17 题，第 19~23 题 5 分，第 19—23 题，每题各 5 分，第 18 题 4 分，第 24—26 题，每题各 6 分）

17. 解：原式

$= 2 - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \dots\dots\dots 4$ 分

$= 1 - 2\sqrt{2} \dots\dots\dots 5$ 分

18. 方法①证明：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

∴ $AB = CD, AB \parallel CD \dots\dots\dots 1$ 分

∴ $\angle ABD = \angle CDB \dots\dots\dots 2$ 分



$\therefore BE = DF,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF.$ 3 分

$\therefore AE = CF$ 4 分

方法② \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AO = CO, BO = DO$ 1 分

$\therefore BE = DF,$

$\therefore BO - BE = DO - DF,$

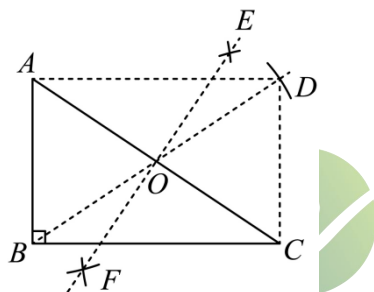
即 $OE = OF$ 2 分

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形. 3 分

$\therefore AE = CF$ 4 分

19.解:

(1) 解: 根据题意作图如下, 矩形 $ABCD$ 即为所求; 2 分



(2) OC, 3 分

对角线互相平分的四边形是平行四边形, 4 分

有一个角是直角的平行四边形是矩形. 5 分

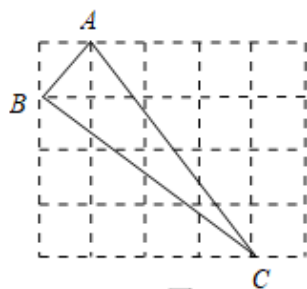
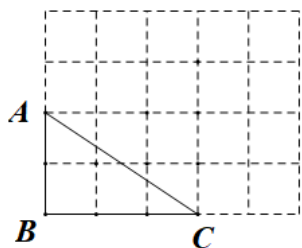


图2

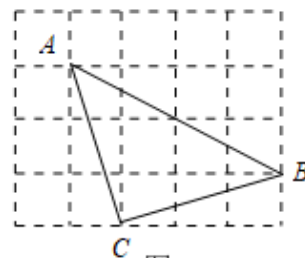


图3

20.

.....1分

.....3分

.....5分

21. 延长 AD, BC 交于点 E1分

$\because \angle A = 60^\circ,$

$\therefore \angle E = 30^\circ.$

$\therefore DE = CD = \sqrt{2}$ 2分

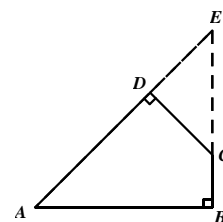
在 Rt $\triangle CDE$ 中, $\angle CDE = 90^\circ,$

$\therefore CE = \sqrt{2+2} = 2$ 3分

$\because BC = 1,$

$\therefore BE = AB = 3.$ 4分

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - 1 = \frac{7}{2}$ 5分



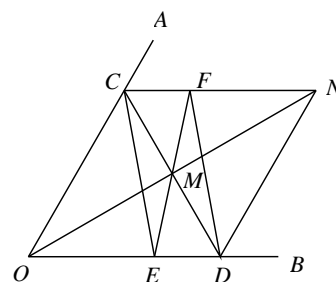
22. (1) 正确补全图形1分

(2) \because 四边形 CEDF 是平行四边形,

$\therefore CF \parallel DE, \quad CM = DM.$

$\therefore \angle NCM = \angle ODM \quad \angle CNM = \angle DOM.$

$\therefore \triangle CNM \cong \triangle DOM.$





∴ $CN=DO$.

∴ 四边形 $CODN$ 是平行四边形.2 分

∵ $OC=OD$,

∴ 四边形 $CODN$ 是菱形.3 分

(3) ∵ 四边形 $CODN$ 是菱形, $\angle AOB=60^\circ$;

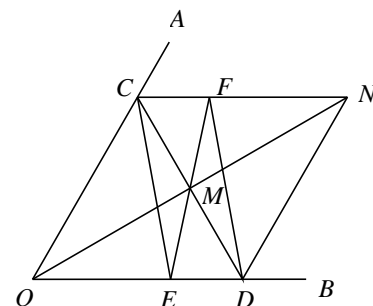
∴ $CD \perp ON$, $\angle COM=30^\circ$.

在 $Rt\triangle OCM$ 中, $\angle CMO=90^\circ$, $OC=2\sqrt{3}$,

∴ $CM = \frac{1}{2}OC = \sqrt{3}$.

∴ $OM = \sqrt{OC^2 - CM^2} = 3$ 4 分

∴ $ON=2OM=6$5 分



23. 证明: 如图, 延长 DE 至点 F , 使 $EF=DE$, 连接 CF1 分

∵ E 是 AC 的中点,

∴ $AE=CE$

在 $\triangle AED$ 与 $\triangle CEF$ 中, $\begin{cases} AE=CE, \\ \angle AED=\angle CEF, \\ DE=EF \end{cases}$

∴ $\triangle AED \cong \triangle CEF$,

∴ $\angle A=\angle ACF$, $AD=CF$,

∴ $AB \parallel CF$,

∴ $DE \parallel BC$

∴ 四边形 $DBCF$ 是平行四边形,

∴ $DB=CF$,

∴ $AD=DB$

即: D 是 AB 的中点

.....2 分

.....3 分

.....4 分

.....5 分

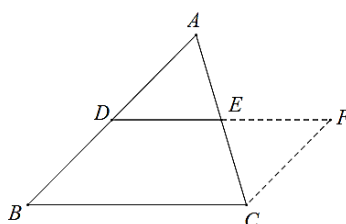
24. (1) $>$, $=$, $>$

.....3 分

(2) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

证明: ∵ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$

∴ $a-2\sqrt{ab}+b \geq 0$ 4 分





$$\therefore a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\therefore \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) $4\sqrt{2}$ $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

25. (1) A. $\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) 解: $2(y+1) + 2x = 8$, 化简得 $x + y = 3$ $\dots\dots 3 \text{ 分}$

(3) a 的取值范围是 $-4 \leq a \leq \sqrt{3}-3$ 或 $3-\sqrt{3} \leq a \leq 4$.

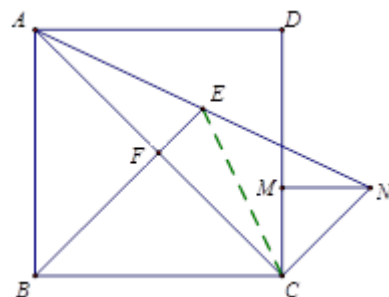
(只写对一种情况得 2 分) $\dots\dots 6 \text{ 分}$

26. (1) ①依题意补全图形. $\angle CBE = 45^\circ$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) $BE = \frac{\sqrt{2}}{2}AD + \frac{1}{2}CN$ (或 $2BE = \sqrt{2}AD + CN$).

证明: 连接 CE .

- \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,
- $\therefore \angle BCD = 90^\circ, AB = BC.$
- $\therefore \angle ACB = \angle ACD = \frac{1}{2} \angle BCD = 45^\circ.$
- $\because \angle CMN = 90^\circ, CM = MN,$
- $\therefore \angle MCN = 45^\circ.$
- $\therefore \angle ACN = \angle ACD + \angle MCN = 90^\circ.$
- \because 在 $\text{Rt}\triangle ACN$ 中, 点 E 是 AN 中点,
- $\therefore AE = CE = \frac{1}{2}AN.$
- $\because AE = CE, AB = CB,$
- \therefore 点 B, E 在 AC 的垂直平分线上.
- $\therefore BE$ 垂直平分 $AC.$





∵ BE, AC 交于 F 点.

∴ $AF=FC$. -----3 分

∵ 点 E 是 AN 中点,

∴ $AE=EN$.

∴ FE 是 $\triangle ACN$ 的中位线.

∴ $FE = \frac{1}{2} CN$.

∵ $BE \perp AC$,

∴ $\angle BFC = 90^\circ$.

∴ $\angle FBC + \angle FCB = 90^\circ$.

∵ $\angle FCB = 45^\circ$,

∴ $\angle FBC = 45^\circ$.

∴ $\angle FCB = \angle FBC$.

∴ $BF = CF$.

在 $Rt\triangle BCF$ 中, $BF^2 + CF^2 = BC^2$,

∴ $BF = \frac{\sqrt{2}}{2} BC$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $BC = AD$.

∴ $BF = \frac{\sqrt{2}}{2} AD$.

∵ $BE = BF + FE$,

∴ $BE = \frac{\sqrt{2}}{2} AD + \frac{1}{2} CN$.

(3) 3.

-----5 分

-----6 分

说明: 各解答题的其他正确解法请参照以上标准给分.