2017北京市朝阳区初三（上）期末

数　　学

一、选择题（本题共30分，每小题3分）第1-10题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．二次函数 $y=(x-1)^2-3$ 的最小值是（　　）

A．2　B．1　C．－2　D．－3

2．下列事件中，是必然事件的是（　　）

A．明天太阳从东方升起

B．射击运动员射击一次，命中靶心

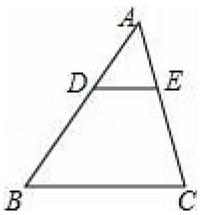
C．随意翻到一本书的某页，这页的页码是奇数

D．经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

3．一个不透明的盒子中装有6个大小相同的乒乓球，其中4个是黄球，2个是白球．从该盒子中任意摸出一个球，摸到黄球的概率是（　　）

A．$\frac{2}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{2}{5}$　D．$\frac{1}{3}$

4．如图，在△ABC中，DE∥BC，DE分别交AB，AC于点D，E，若AD：DB=1：2，则△ADE与△ABC的面积之比是（　　）



A．1：3 B．1：4 C．1：9 D．1：16

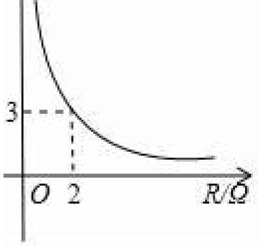
5．已知点A（1，a）与点B（3，b）都在反比例函数 $y=-\frac{12}{x}$ 的图象上，则a与b之间的关系是（　　）

A．a＞b B．a＜b C．a≥b D．a=b

6．已知圆锥的底面半径为2cm，母线长为3cm，则它的侧面展开图的面积为（　　）

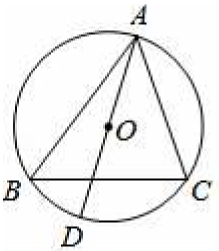
A．$18\pi cm^2$　B．$12\pi cm^2$　C．$6\pi cm^2$　D．$3\pi cm^2$

7．已知蓄电池的电压为定值，使用蓄电池时，电流I（单位：A）与电阻R（单位：Ω）是反比例函数关系，它的图象如图所示．则用电阻R表示电流I的函数表达式为（　　）



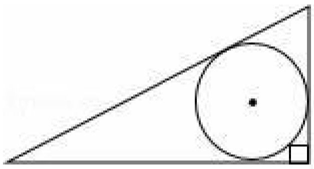
A. $I=\frac{3}{R}$ B. $I=-\frac{6}{R}$ C. $I=-\frac{3}{R}$ D. $I=\frac{6}{R}$

8. 如图，⊙O是△ABC的外接圆，AD是⊙O的直径，若⊙O的半径为5，AC=8. 则cosB的值是（　　）



A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

9. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有这样一个问题："今有勾八步，股十五步，问勾中容圆，径几何？"其意思是："如图，今有直角三角形，勾（短直角边）长为8步，股（长直角边）长为15步，问该直角三角形能容纳的圆形（内切圆）直径是多少？"此问题中，该内切圆的直径是（　　）



A. 5步 B. 6步 C. 8步 D. 10步

10. 已知二次函数$y_1=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）和一次函数$y_2=kx+n$（$k\neq0$）的图象如图所示，下面有四个推断：

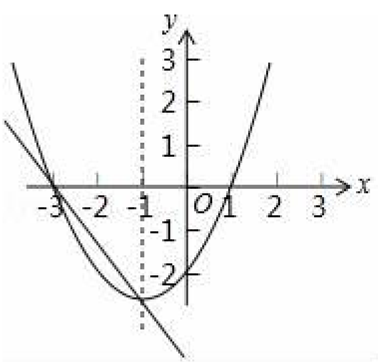
①二次函数y_1有最大值

②二次函数y_1的图象关于直线$x=-1$对称

③当$x=-2$时，二次函数y_1的值大于0

④过动点P（m，0）且垂直于x轴的直线与y_1，y_2的图象的交点分别为C，D，当点C位于点D上方时，m的取值范围是$m<-3$或$m>-1$.

其中正确的是（　　）



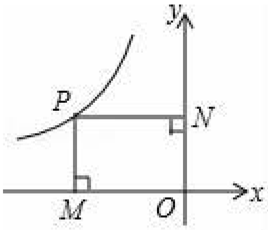
A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

二、填空题（本题共18分，每小题3分）

11. 将二次函数$y=x^2-2x-5$化为$y=a(x-h)^2+k$的形式为y=____.

12. 抛物线$y=x^2-2x+m$与x轴有两个公共点，请写出一个符合条件的表达式为____.

13．如图，若点 P 在反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$（$x<0$）的图象上，过点 P 作 PM⊥x 轴于点 M，PN⊥y 轴于点 N，则矩形 PMON 的面积为____．

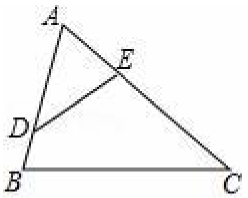


14．某农科所在相同条件下做某种作物种子发芽率的试验，结果如表所示：

种子个数 n	1000	1500	2500	4000	8000	15000	20000	30000
发芽种子个数 m	899	1365	2245	3644	7272	13680	18160	27300
发芽种子频率 $\frac{m}{n}$	0.899	0.910	0.898	0.911	0.909	0.912	0.908	0.910

则该作物种子发芽的概率约为____．

15．如图，△ABC 中，D、E 分别是 AB、AC 边上一点，连接 DE．请你添加一个条件，使△ADE∽△ABC，则你添加的这一个条件可以是____（写出一个即可）．



16．阅读下面材料：

①作线段 AB 的垂直平分线 m；

②作线段 BC 的垂直平分线 n，与直线 m 交于点 O；

③以点 O 为圆心，OA 为半径作△ABC 的外接圆；

④在弧 ACB 上取一点 P，连结 AP，BP．

所以∠APB=∠ACB．

老师说：“小明的作法正确．”

请回答：

（1）点 O 为△ABC 外接圆圆心（即 OA=OB=OC）的依据是____；

（2）∠APB=∠ACB 的依据是____．

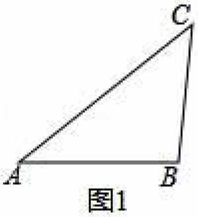


图1

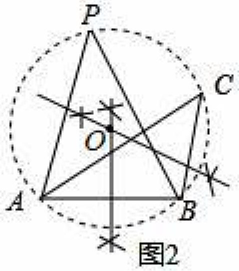
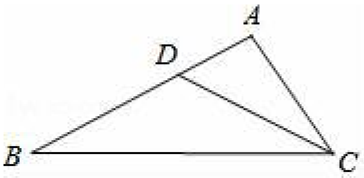


图2

、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. （5 分）计算：$2\sin45^\circ+\tan60^\circ+2\cos30^\circ-\sqrt{12}$.

18. （5 分）如图，△ABC 中，点 D 在边 AB 上，满足∠ACD=∠ABC，若 AC=$\sqrt{3}$，AD=1，求 DB 的长.



19. （5 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

x	…	-2	-1	0	2	…
y	…	-3	-4	-3	5	…

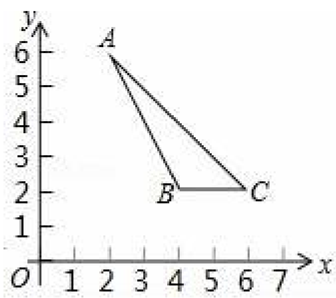
（1）求二次函数的表达式，并写出这个二次函数图象的顶点坐标；

（2）求出该函数图象与 x 轴的交点坐标.

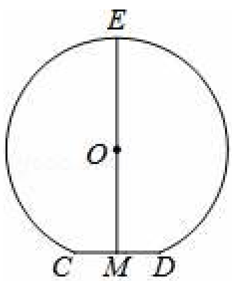
20. （5 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，△ABC 的三个顶点分别为 A（2，6），B（4，2），C（6，2）.

（1）以原点 O 为位似中心，将△ABC 缩小为原来的$\frac{1}{2}$，得到△DEF．请在第一象限内，画出△DEF.

（2）在（1）的条件下，点 A 的对应点 D 的坐标为____，点 B 的对应点 E 的坐标为____.



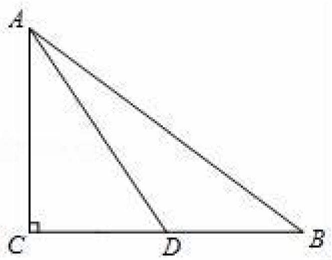
21. （5 分）如图是一个隧道的横截面，它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分．如果 M 是⊙O 中弦 CD 的中点，EM 经过圆心 O 交⊙O 于点 E，CD=10，EM=25．求⊙O 的半径.



22. （5 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，点 D 是 BC 边的中点，CD=2，$\tan B=\frac{3}{4}$.

（1）求 AD 和 AB 的长；

（2）求 $\sin\angle BAD$ 的值.



23. （5 分）已知一次函数 $y=-2x+1$ 的图象与 y 轴交于点 A，点 B（﹣1，n）是该函数图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）图象在第二象限内的交点.

（1）求点 B 的坐标及 k 的值；

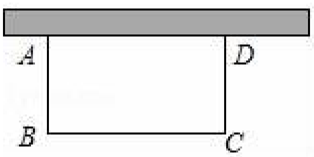
（2）试在 x 轴上确定点 C，使 AC=AB，直接写出点 C 的坐标.

24. （5 分）如图，用一段长为 40m 的篱笆围成一个一边靠墙的矩形花圃 ABCD，墙长 28m．设 AB 长为 x m，矩形的面积为 y m^2.

（1）写出 y 与 x 的函数关系式；

（2）当 AB 长为多少米时，所围成的花圃面积最大？最大值是多少？

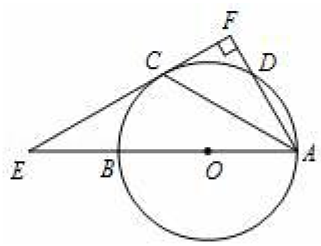
（3）当花圃的面积为 150m^2时，AB 长为多少米？



25. （5分）如图，AB是⊙O的直径，C，D是⊙O上两点，且$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，过点C的直线CF⊥AD于点F，交AB的延长线于点E，连接AC.

（1）求证：EF是⊙O的切线；

（2）连接FO，若$\sin E=\frac{1}{2}$，⊙O的半径为r，请写出求线段FO长的思路.



26. （5分）某“数学兴趣小组”根据学习函数的经验，对函数$y=-x^2+2|x|+1$的图象和性质进行了探究，探究过程如下，请补充完整：

（1）自变量x的取值范围是全体实数，x与y的几组对应数值如表：

x	…	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	…	-2	$-\frac{1}{4}$	m	2	1	2	1	$-\frac{1}{4}$	-2	…

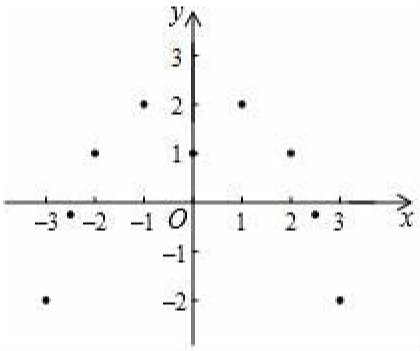
其中m=____；

（2）如图，在平面直角坐标系xOy中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；

（3）根据函数图象，写出：

①该函数的一条性质____；

②直线y=kx+b经过点（-1，2），若关于x的方程$-x^2+2|x|+1=kx+b$有4个互不相等的实数根，则b的取值范围是____.

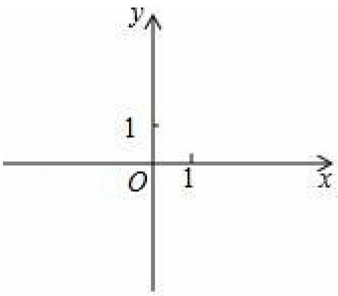


27．（7分）在平面直角坐标系xOy中，直线$y=-\frac{1}{4}x+n$经过点A（－4，2），分别与x，y轴交于点B，C，抛物线$y=x^2-2mx+m^2-n$的顶点为D.

（1）求点B，C的坐标；

（2）①直接写出抛物线顶点D的坐标（用含m的式子表示）；

②若抛物线$y=x^2-2mx+m^2-n$与线段BC有公共点，求m的取值范围.



28．（7分）在Rt△ABC中，∠ACB=90°，O为AB边上的一点，且$\tan B=\frac{1}{2}$，点D为AC边上的动点（不与点A，C重合），将线段OD绕点O顺时针旋转90°，交BC于点E.

（1）如图1，若O为AB边中点，D为AC边中点，则$\frac{OE}{OD}$的值为____；

（2）若O为AB边中点，D不是AC边的中点，

①请根据题意将图2补全；

②小军通过观察、实验，提出猜想：点D在AC边上运动的过程中，（1）中$\frac{OE}{OD}$的值不变．小军把这个猜想与同学们进行交流，通过讨论，形成了求$\frac{OE}{OD}$的值的几种想法：

想法1：过点O作OF⊥AB交BC于点F，要求$\frac{OE}{OD}$的值，需证明△OEF∽△ODA.

想法2：分别取AC，BC的中点H，G，连接OH，OG，要求$\frac{OE}{OD}$的值，需证明△OGE∽△OHD.

想法3：连接OC，DE，要求$\frac{OE}{OD}$的值，需证C，D，O，E四点共圆.

…

请你参考上面的想法，帮助小军写出求$\frac{OE}{OD}$的值的过程　（一种方法即可）；

（3）若$\frac{BO}{BA}=\frac{1}{n}$（n≥2且n为正整数），则$\frac{OE}{OD}$的值为____（用含n的式子表示）.

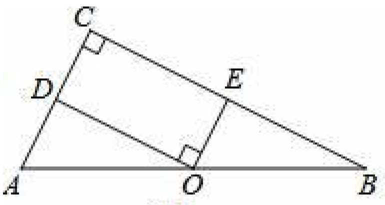


图1

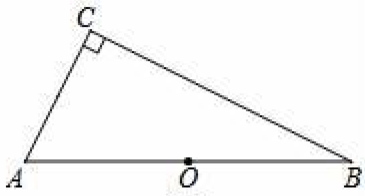


图2

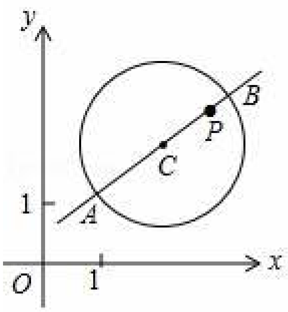
29．（8分）在平面直角坐标系xOy中，⊙C的半径为r（r＞1），P是圆内与圆心C不重合的点，⊙C的“完美点”的定义如下：若直线CP与⊙C交于点A，B，满足|PA－PB|=2，则称点P为⊙C的“完美点”，如图为⊙C及其“完美点”P的示意图．

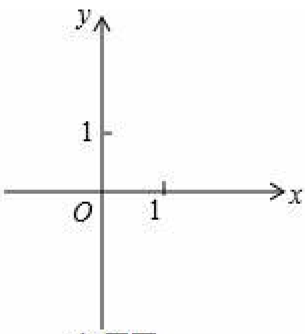
（1）当⊙O的半径为2时，

①在点M（$\frac{3}{2}$，0），N（0，1），T（$-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{1}{2}$）中，⊙O的“完美点”是____；

②若⊙O的“完美点”P在直线$y=\sqrt{3}x$上，求PO的长及点P的坐标；

（2）⊙C的圆心在直线$y=\sqrt{3}x+1$上，半径为2，若y轴上存在⊙C的“完美点”，求圆心C的纵坐标t的取值范围．





备用图

数学试题答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 【考点】二次函数的最值.

【分析】由顶点式可知当 x=1 时，y 取得最小值－3.

【解答】解：∵$y=(x-1)^2-3$，

∴当 x=1 时，y 取得最小值－3，

故选：D.

【点评】本题主要考查二次函数的最值，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

2. 【考点】随机事件.

【分析】根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念，可得答案.

【解答】解：A、明天太阳从东方升起是必然事件，故 A 正确；

B、射击运动员射击一次，命中靶心是随机事件，故 B 错误；

C、随意翻到一本书的某页，这页的页码是奇数是随机事件，故 C 错误；

D、经过有交通信号灯的路口，遇到红灯是随机事件，故 D 错误；

故选：A.

【点评】本题考查的是必然事件、不可能事件、随机事件的概念．必然事件指在一定条件下，一定发生的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

3. 【考点】概率公式.

【分析】直接利用概率公式求解.

【解答】解：从该盒子中任意摸出一个球，摸到黄球的概率=$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

故选 A.

【点评】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 P（A）=事件 A 可能出现的结果数除以所有可能出现的结果数.

4. 【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】根据 DE∥BC，即可证得△ADE∽△ABC，然后根据相似三角形的面积的比等于相似比的平方，即可求解.

【解答】解：∵AD：DB=1：2，

∴AD：AB=1：3，

∵DE∥BC，

∴△ADE∽△ABC，

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$.

故选：C.

【点评】本题考查了三角形的判定和性质：熟练掌握相似三角形的面积比是相似比的平方是解题的关键.

5. 【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】把所给点的横纵坐标代入反比例函数的解析式，求出 a 与 b 的值，比较大小即可.

【解答】解：点 A（1，a）在反比例函数 $y=-\frac{12}{x}$的图象上，a=－12，

点（3，b）在反比例函数 $y=-\frac{12}{x}$的图象上，b=－4，

∴a＜b.

故选：B.

【点评】本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积等于比例系数.

6. 【考点】圆锥的计算.

【分析】利用圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式计算.

【解答】解：它的侧面展开图的面积$=\frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot 2\cdot 3=6\pi$（$cm^2$）.

故选 C.

【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

7. 【考点】反比例函数的应用；根据实际问题列反比例函数关系式.

【分析】根据函数图象可用电阻 R 表示电流 I 的函数解析式为 $I=\frac{k}{R}$，再把（2，3）代入可得 k 的值，进而可得函数解析式.

【解答】解：设用电阻 R 表示电流 I 的函数解析式为 $I=\frac{K}{R}$，

∵过（2，3），

∴k=3×2=6，

$\therefore I=\frac{6}{R}$，

故选：D.

【点评】此题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式，关键是掌握凡是函数图象经过的点必能满足解析式.

8. 【考点】三角形的外接圆与外心；解直角三角形.

【分析】连接 CD，则可得∠ACD=90°，且∠B=∠D，在 Rt△ADC 中可求得 CD，则可求得 cosD，即可求得答案.

【解答】解：

如图，连接 CD，

∵AD⊙O 的直径，

∴∠ACD=90°，且∠B=∠D，

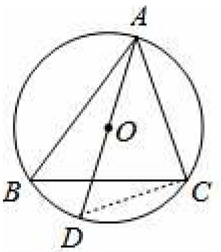
在 Rt△ACD 中，AD=5×2=10，AC=8，

∴CD=6，

∴$\cos D=\frac{CD}{AD}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$，

∴$\cos B=\cos D=\frac{3}{5}$，

故选 B.



【点评】本题主要考查圆周角定理及三角函数的定义，构造直角三角形是解题的关键.

9. 【考点】三角形的内切圆与内心.

【分析】由勾股定理可求得斜边长，分别连接圆心和三个切点，设内切圆的半径为 r，利用面积相等可得到关于 r 的方程，可求得内切圆的半径，则可求得内切圆的直径.

【解答】解：

如图，在 Rt△ABC 中，AC=8，BC=15，∠C=90°，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=17$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}\times8\times15=60$，

设内切圆的圆心为 O，分别连接圆心和三个切点，及 OA、OB、OC，

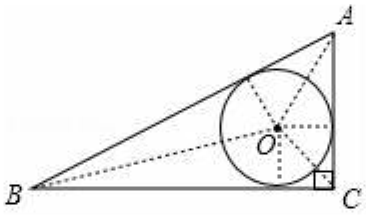
设内切圆的半径为 r，

∴$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times r$（AB+BC+AC）=20r，

∴20r=60，解得 r=3，

∴内切圆的直径为 6 步，

故选 B.



【点评】本题主要考查三角形的内切圆，连接圆心和切点，把三角形的面积分成三个三个角形的面积得到关于 r 的方程是解题的关键.

10. 【考点】二次函数图象上点的坐标特征；一次函数图象与系数的关系；二次函数的最值.

【分析】根据函数的图象即可得到结论.

【解答】解：∵二次函数 $y_1=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象的开口向上，

∴二次函数 y_1 有最小值，故①错误；

观察函数图象可知二次函数 y_1 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，故②正确；

当 $x=-2$ 时，二次函数 y_1 的值小于 0，故③错误；

当 $x<-3$ 或 $x>-1$ 时，抛物线在直线的上方，

∴m 的取值范围为：$m<-3$ 或 $m>-1$，故④正确.

故选 D.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征以及函数图象，熟练运用二次函数图象上点的坐标特征求出二次函数解析式是解题的关键.

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 【考点】二次函数的三种形式.

【分析】利用配方法整理即可得解；

【解答】解：（1）$y=x^2-2x-5=x^2-2x+1-6$

$=(x-1)^2-6$，

故答案为：$(x-1)^2-6$.

【点评】本题考查了二次函数的三种形式的转化，二次函数的性质，熟练掌握配方法是解题的关键.

12. 【考点】抛物线与 x 轴的交点.

【分析】根据判别式的意义得到$\triangle=(-2)^2-4m>0$，然后解不等式组求出 m 的范围，再在此范围内写出一个 m 的值即可.

【解答】解：根据题意得到$\triangle=(-2)^2-4m>0$，

解得 $m<1$，

若 m 取 0，抛物线解析式为 $y=x^2-2x$.

故答案为 $y=x^2-2x$.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq0$），$\triangle=b^2-4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数：$\triangle=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；$\triangle=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点；$\triangle=b^2-4ac<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

13. 【考点】反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】设 PN=a，PM=b，根据 P 点在第二象限得 P（﹣a，b），根据矩形的面积公式即可得到结论.

【解答】解：设 PN=a，PM=b，

∵P 点在第二象限，

∴P（﹣a，b），代入 $y=\frac{3}{x}$中，得

$k=-ab=-3$，

∴矩形 PMON 的面积=PN•PM=ab=3，

故答案为：3.

【点评】本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义．过反比例函数图象上一点作 x 轴、y 轴的垂线，所得矩形的面积为反比例函数系数 k 的绝对值.

14. 【考点】模拟实验.

【分析】选一个表格中发芽种子频率比较按近的数，如 0.900、0.910 等都可以.

【解答】解：答案不唯一，如：0.910.

故答案为：0.910.

【点评】本题考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率.

15. 【考点】相似三角形的判定.

【分析】利用有两组角对应相等的两个三角形相似添加条件.

【解答】解：∵∠DAE=∠BAC，

∴当∠ADE=∠B 时，△ADE∽△ABC.

故答案为∠ADE=∠B.

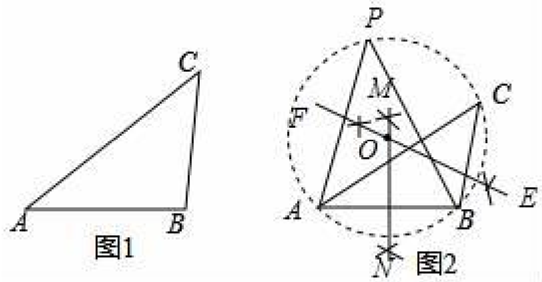
【点评】本题考查了相似三角形的判定：两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似；有两组角对应相等的两个三角形相似.

16. 【考点】作图—复杂作图；线段垂直平分线的性质；三角形的外接圆与外心.

【分析】（1）根据线段的垂直平分线的性质定理以及等量代换即可得出结论.

（2）根据同弧所对的圆周角相等即可得出结论.

【解答】解：（1）如图 2 中，



∵MN 垂直平分 AB，EF 垂直平分 BC，

∴OA=OB，OB=OC（线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等），

∴OA=OB=OC（等量代换）

故答案为①线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等；②等量代换.

（2）∵$\widehat{AB}=\widehat{AB}$，

∴∠APB=∠ACB（同弧所对的圆周角相等）.

故答案为同弧所对的圆周角相等.

【点评】本题考查作图﹣复杂作图、线段的垂直平分线的性质、三角形的外心等知识，解题的关键是熟练掌握三角形外心的性质，属于中考常考题型.

三、解答题（本题共 72 分，第 17-26 题每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 【考点】实数的运算；特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值代入求出答案.

【解答】解：原式$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}$.

【点评】此题主要考查了实数运算以及特殊角的三角函数值，正确记忆相关数据是解题关键.

18. 【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】由∠ACD=∠ABC 与∠A 是公共角，根据有两角对应相等的三角形相似，即可证得△ADC∽△ACB，又由相似三角形的对应边成比例，即可求得 AB，进而得到 DB 的长.

【解答】解：∵∠ACD=∠ABC，∠A=∠A，

∴△ACD∽△ABC.

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$，

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{AB}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

∴AB=3，

∴DB=AB - AD=2.

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质．此题难度不大，解题的关键是注意方程思想与数形结合思想的应用．

19. 【考点】抛物线与 x 轴的交点；待定系数法求二次函数解析式．

【分析】（1）由待定系数法即可得出答案；

（2）求出 y=0 时 x 的值，即可得出答案．

【解答】解：（1）由题意，得 c= - 3.

将点（2，5），（ - 1， - 4）代入，得$\begin{cases}4a+2b-3=5\\ a-b-3=-4.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=1\\ b=2.\end{cases}$

$\therefore y=x^2+2x-3$.

顶点坐标为（ - 1， - 4）.

（2）当 y=0 时，x^2+2x-3，

解得：x= - 3 或 x=1，

∴函数图象与 x 轴的交点坐标为（ - 3，0），（1，0）．

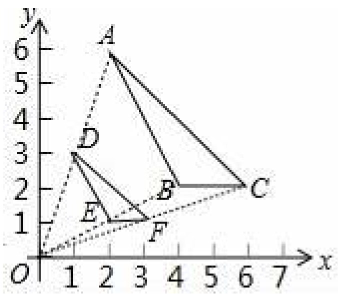
【点评】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式、抛物线与 x 轴的交点；求出二次函数的解析式是解决问题的关键．

20. 【考点】作图-位似变换．

【分析】（1）分别连接 OA、OB、OC，然后分别取它们的中点得到 D、E、F；

（2）利用线段中点坐标公式可得到 D 点和 E 点坐标．

【解答】解：（1）如图，△DEF 为所作；



（2）D（1，3），E（2，1）．

故答案为（1，3），（2，1）．

【点评】本题考查了作图 - 位似变换：先确定位似中心；再分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点；接着

根据位似比，确定能代表所作的位似图形的关键点；然后顺次连接上述各点，得到放大或缩小的图形.

21. 【考点】垂径定理的应用.

【分析】根据垂径定理得出 EM⊥CD，则 CM=DM=2，在 Rt△COM 中，有 $OC^2=CM^2+OM^2$，进而可求得半径 OC.

【解答】解：如图，连接 OC，

∵M 是弦 CD 的中点，EM 过圆心 O，

∴EM⊥CD.

∴CM=MD.

∵CD=10，

∴CM=5.

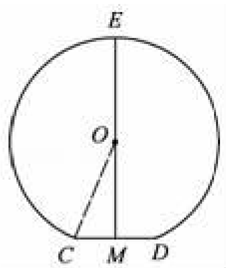
设 OC=x，则 OM=25﹣x，

在 Rt△COM 中，根据勾股定理，得

$5^2+(25-x)^2=x^2$.

解得 x=13.

∴⊙O 的半径为 13.



【点评】此题主要考查了垂径定理的应用，解决与弦有关的问题时，往往需构造以半径、弦心距和弦长的一半为三边的直角三角形.

22. 【考点】解直角三角形.

【分析】（1）由中点定义求 BC=4，根据 $\tan B=\frac{3}{4}$得：AC=3，由勾股定理得：AB=5，AD=$\sqrt{13}$；

（2）作高线 DE，证明△DEB∽△ACB，求 DE 的长，再利用三角函数定义求结果.

【解答】解：（1）∵D 是 BC 的中点，CD=2，

∴BD=DC=2，BC=4，

在 Rt△ACB 中，由 $\tan B=\frac{AC}{CB}=\frac{3}{4}$，

∴$\frac{AC}{4}=\frac{3}{4}$，

∴AC=3，

由勾股定理得：$AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$；

（2）过点 D 作 DE⊥AB 于 E，

∴∠C=∠DEB=90°，

又∠B=∠B，

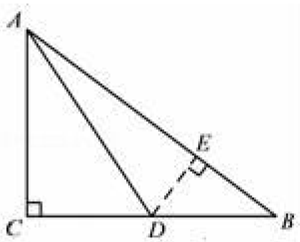
∴△DEB∽△ACB，

∴$\frac{DE}{AC}=\frac{DB}{AB}$，

∴$\frac{DE}{3}=\frac{2}{5}$，

∴$DE=\frac{6}{5}$，

∴$\sin\angle BAD=\frac{DE}{AD}=\frac{\frac{6}{5}}{\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{65}$.



【点评】本题考查了解直角三角形，熟练掌握直角三角形的边角关系是解题的关键.

23. 【考点】反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】（1）由点 B 的横坐标利用一次函数图象上点的坐标特征即可求出点 B 的坐标，根据点 B 的坐标利用反比例函数图象上点的坐标特征即可求出 k 值；

（2）令 x=0 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 A 的坐标，设点 C 的坐标为（m，0），根据两点间的距离公式结合 AC=AB 即可得出关于 m 无理方程，解之即可得出 m 的值，进而得出点 C 的坐标.

【解答】解：（1）∵点 B（﹣1，n）在直线 y=﹣2x+1 上，

∴n=2+1=3.

∴点 B 的坐标为（﹣1，3）.

∵点 B（﹣1，3）在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

∴k=﹣3.

（2）当 x=0 时，y=﹣2x+1=1，

∴点 A 的坐标为（0，1）.

设点 C 的坐标为（m，0），

∵AC=AB，

∴$\sqrt{m^2+1}=\sqrt{(-1-0)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$，

解得：m=±2.

∴点 C 的坐标为（2，0）或（﹣2，0）.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、一次函数图象上点的坐标特征以及反比例函数图象上点的坐标特征，根据一次函数图象上点的坐标特征找出点 A、B 的坐标是解题的关键.

24. 【考点】二次函数的应用；一元二次方程的应用.

【分析】（1）根据题意可以得到 y 与 x 的函数关系式；

（2）根据（1）中的函数关系式化为顶点式，注意 x 的取值范围；

（3）根据（1）和（2）中的关系可以求得 AB 的长.

【解答】解：（1）$y=x(40-2x)=-2x^2+40x$，

即 y 与 x 的函数关系式是 $y=-2x^2+40x$；

（2）由题意，得$\begin{cases}x>0\\0<40-2x\leqslant 28\end{cases}$，

解得，$6\leqslant x<20$.

由题意，得 $y=-2x^2+40x=-2(x-10)^2+200$，

∴当 x=10 时，y 有最大值，y 的最大值为 200，

即当 AB 长为 10m 时，花圃面积最大，最大面积为 $200m^2$；

（3）令 y=150，

则 $-2x^2+40x=150$.

解得，$x_1=5$，$x_2=15$，

∵$6\leqslant x<20$，

∴x=15，

即当 AB 长为 15m 时，面积为 $150m^2$.

【点评】本题考查二次函数的应用、一元二次方程的应用，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

25. 【考点】切线的判定；圆心角、弧、弦的关系；解直角三角形.

【分析】（1）连接 OC，根据等腰三角形的性质得到∠1=∠2，根据圆周角定理得到∠1=∠3，推出 OC∥AF，根据切线的判定定理即可得到结论；

（2）由 $\sin E=\frac{1}{2}$，推出△AEF，△OEC 都为含 30° 的直角三角形；推出△ACF 为含 30° 的直角三角形；由勾股定理可求 OF 的长.

【解答】（1）证明：如图，连接 OC，

∵OC=OA，

∴∠1=∠2，

∵$\widehat{BC}=\widehat{CD}$，

∴∠1=∠3，

∴∠2=∠3，

∴OC∥AF，

∵CF⊥AD，

∴∠CFA=90°，

∴∠OCF=90°，

∴OC⊥EF，

∵OC 为⊙O 的半径，

∴EF 是⊙O 的切线；

（2）解：求解思路如下：

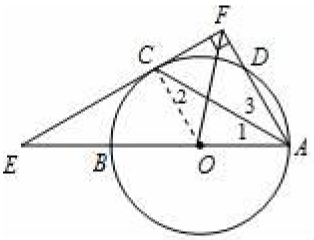
①在 Rt△AEF 和 Rt△OEC 中，由 $\sin E=\frac{1}{2}$，

可得△AEF，△OEC 都为含 30° 的直角三角形；

②由∠1=∠3，可知△ACF 为含 30° 的直角三角形；

③由⊙O 的半径为 r，可求 OE，AE 的长，从而可求 CF 的长；

④在 Rt△COF 中，由勾股定理可求 OF 的长.



【点评】本题考查了切线的判定，直角三角形的性质，圆周角定理，平行线的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

26. 【考点】抛物线与 x 轴的交点；一次函数的图象；一次函数与一元一次方程；二次函数的图象.

【分析】（1）把 x=﹣2 代入函数解释式即可得 m 的值；

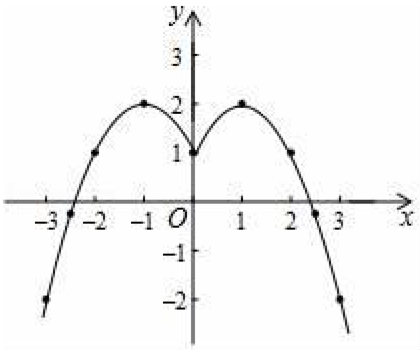
（2）描点、连线即可得到函数的图象；

（3）①根据函数图象得到函数 $y=x^2-2|x|+1$ 的图象关于 y 轴对称；当 x＞1 时，y 随 x 的增大而减少；

②根据函数的图象即可得到 b 的取值范围是 1＜b＜2.

【解答】解：（1）当 $x=-2$ 时，$m=-(-2)^2+2\times|-2|+1=-4+4+1=1$.

（2）如图所示：



（3）①答案不唯一．如：函数图象关于 y 轴对称．

②由函数图象知：∵关于 x 的方程 $-x^2+2|x|+1=kx+b$ 有 4 个互不相等的实数根，

∴b 的取值范围是 $1<b<2$.

故答案为：1；函数图象关于 y 轴对称；$1<b<2$.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点，二次函数的图象和性质，正确的识别图象是解题的关键．

27．【考点】二次函数的性质；一次函数的性质；一次函数图象上点的坐标特征．

【分析】（1）把 A 点坐标代入直线解析式，可求得 n 的值，可得直线解析式，即可求得 B、C 的坐标；

（2）①把抛物线解析式化为顶点式，结合（1）中所求 n 的值，可求得 D 点坐标；②把 B、C 两点的坐标分别代入抛物线解析式，可求得 m 的值，从而可求得其取值范围．

【解答】解：

（1）把 A（-4，2）代入 $y=-\frac{1}{4}x+n$ 中，得 $n=1$，

∴直线解析式为 $y=-\frac{1}{4}x+1$，

令 $y=0$ 可求得 $x=4$，令 $x=0$ 可得 $y=1$，

∴B（4，0），C（0，1）；

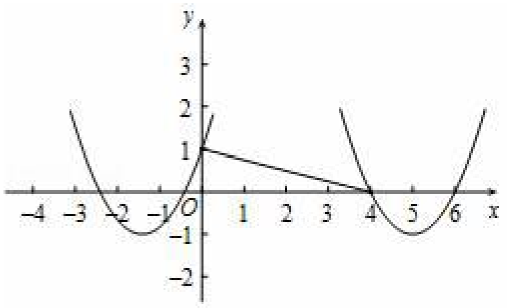
（2）①∵$y=x^2-2mx+m^2-n=(x-m)^2-1$，

∴D（m，-1）；

②将点（0，1）代入 $y=x^2-2mx+m^2-1$ 中，得 $1=m^2-1$，解得 $m=\sqrt{2}$或 $m=-\sqrt{2}$，

将点（4，0）代入 $y=x^2-2mx+m^2-1$ 中，得 $0=16-8m+m^2-1$，解得 $m=5$ 或 $m=3$，

∴ $-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant 5$.



【点评】本题主要考查二次函数的性质，求得抛物线的解析式是解题的关键，注意数形结合.

28. 【考点】相似形综合题；相似三角形的判定与性质.

【分析】(1)根据 O 为 AB 边中点，D 为 AC 边中点，得出四边形 CDOE 是矩形，再根据 $\tan B=\frac{1}{2}=\tan\angle AOD$，得出$\frac{AD}{OD}=\frac{1}{2}$，进而得到$\frac{OE}{OD}=\frac{1}{2}$；

（2）①根据题意将图 2 补全即可；②法 1：过点 O 作 OF⊥AB 交 BC 于点 F，要求$\frac{OE}{OD}$的值，需证明△OEF∽△ODA；法 2：分别取 AC，BC 的中点 H，G，连接 OH，OG，要求$\frac{OE}{OD}$的值，需证明△OGE∽△OHD；法 3：连接 OC，DE，要求$\frac{OE}{OD}$的值，需证 C，D，O，E 四点共圆．分别根据三种方法进行解答即可；

（3）先过点 O 作 OF⊥AB 交 BC 于点 F，要求$\frac{OE}{OD}$的值，需证明△OEF∽△ODA，得出$\frac{OE}{OD}=\frac{OF}{OA}$，再根据$\frac{BO}{BA}=\frac{1}{n}$（n≥2 且 n 为正整数），得到$\frac{OF}{OA}=\frac{1}{2n-2}$即可.

【解答】解：（1）如图 1，∵O 为 AB 边中点，D 为 AC 边中点，

∴OD∥BC，∠CDO=90°，

又∵∠ACB=90°，∠DOE=90°，

∴四边形 CDOE 是矩形，

∴OE=CD=AD，

∵OD∥BC，

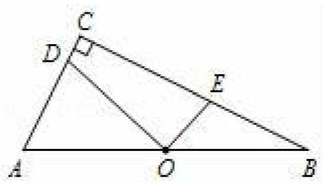
∴∠AOD=∠B，

∴$\tan B=\frac{1}{2}=\tan\angle AOD$，即$\frac{AD}{OD}=\frac{1}{2}$，

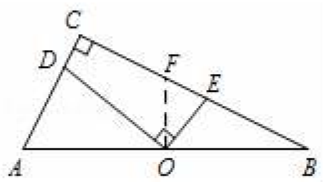
∴$\frac{OE}{OD}=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$；

（2）①如图所示：



②法 1：如图，过点 O 作 OF⊥AB 交 BC 于点 F，



∵∠DOE=90°，

∴∠AOD+∠DOF=∠DOF+∠FOE=90°，

∴∠AOD=∠FOE，

∵∠ACB=90°，

∴∠A+∠B=∠OFE+∠B=90°，

∴∠A=∠OFE，

∴△OEF∽△ODA，

∴$\frac{OE}{OD}=\frac{OF}{OA}$，

∵O 为 AB 边中点，

∴OA=OB.

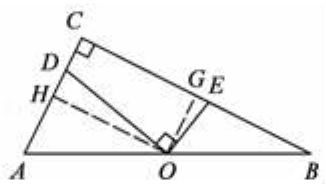
在 Rt△FOB 中，tanB=$\frac{1}{2}$，

∴$\frac{OF}{OB}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{OF}{OA}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{OE}{OD}=\frac{1}{2}$；

法 2：如图，分别取 AC，BC 的中点 H，G，连接 OH，OG，



∵O 为 AB 边中点，

∴OH∥BC，OH=$\frac{1}{2}$BC，OG∥AC.

∵∠ACB=90°，

∴∠OHD=∠OGE=90°，

∴∠HOG=90°，

∵∠DOE=90°，

∴∠HOD+∠DOG=∠DOG+∠GOE=90°，

∴∠HOD=∠GOE，

∴△OGE∽△OHD，

∴$\frac{OE}{OD}=\frac{OG}{OH}$，

∵tanB=$\frac{1}{2}$，

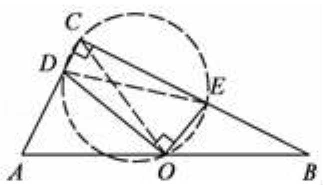
∴$\frac{OG}{GB}=\frac{1}{2}$，

∵OH=GB，

∴$\frac{OG}{OH}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{OE}{OD}=\frac{1}{2}$；

法 3：如图，连接 OC，DE，



∵∠ACB=90°，∠DOE=90°，

∴DE 的中点到点 C，D，O，E 的距离相等，

∴C，D，O，E 四点共圆，

∴∠ODE=∠OCE，

∵O 为 AB 边中点，

∴OC=OB，

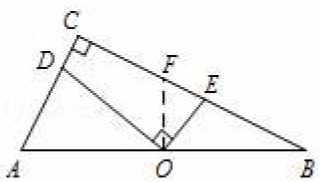
∴∠B=∠OCE，

∴∠ODE=∠B，

∵tanB=$\frac{1}{2}$，

∴$\frac{OE}{OD}=\frac{1}{2}$；

（3）如图所示，过点 O 作 OF⊥AB 交 BC 于点 F，



∵∠DOE=90°，

∴∠AOD+∠DOF=∠DOF+∠FOE=90°，

∴∠AOD=∠FOE.

∵∠ACB=90°，

∴∠A+∠B=∠OFE+∠B=90°，

∴∠A=∠OFE，

∴△OEF∽△ODA，

∴$\frac{OE}{OD}=\frac{OF}{OA}$，

∵$\frac{BO}{BA}=\frac{1}{n}$，

∴可设 OB=1，则 AB=n，AO=n－1，

∵在 Rt△FOB 中，tanB=$\frac{1}{2}$，

∴OF=$\frac{1}{2}$，

∴$\frac{OF}{OA}=\frac{\frac{1}{2}}{n-1}=\frac{1}{2n-2}$，

∴$\frac{OE}{OD}=\frac{1}{2n-2}$.

故答案为：$\frac{1}{2n-2}$.

【点评】本题属于相似形综合题，主要考查了相似三角形的判定与性质的综合应用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形；或依据基本图形对图形进行分解、组合；或作辅助线构造相似三角形，判定三角形相似的方法有时可单独使用，有时需要综合运用.

29. 【考点】圆的综合题.

【分析】（1）①利用圆的“完美点”的定义直接判断即可得出结论；

②先确定出满足圆的“完美点”的 OP 的长度，然后分情况讨论计算即可得出结论；

（2）先判断出圆的“完美点”的轨迹，然后确定出取极值时⊙C 与 y 轴的位置关系即可得出结论.

【解答】解：（1）①∵点 M（$\frac{3}{2}$，0），

∴设⊙O 与 x 轴的交点为 A，B，

∵⊙O 的半径为 2，

∴取 A（－2，0），B（2，0），

∴|MA－MB|=|（$\frac{3}{2}$+2）－（$\frac{3}{2}$－2）|=4≠2，

∴点 M 不是⊙O 的“完美点”，

同理：点 N，T 是⊙O 的“完美点”.

故答案为 N，T；

②如图 1，根据题意，|PA－PB|=2，

∴|OP+2－（2－OP）|=2，

∴OP=1.

若点 P 在第一象限内，作 PQ⊥x 轴于点 Q，

∵点 P 在直线 $y=\sqrt{3}x$ 上，OP=1，

∴OQ=$\frac{1}{2}$，PQ=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴P（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）.

若点 P 在第三象限内，根据对称性可知其坐标为（－$\frac{1}{2}$，－$\frac{\sqrt{3}}{2}$）.

综上所述，PO 的长为 1，点 P 的坐标为（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）或（－$\frac{1}{2}$，－$\frac{\sqrt{3}}{2}$）.

（2）对于⊙C 的任意一个“完美点”P 都有|PA－PB|=2，

∴|CP+2－（2－CP）|=2.

∴CP=1.

∴对于任意的点 P，满足 CP=1，都有|CP+2－（2－CP）|=2，

∴|PA－PB|=2，故此时点 P 为⊙C 的“完美点”.

因此，⊙C 的“完美点”是以点 C 为圆心，1 为半径的圆.

设直线 $y=\sqrt{3}x+1$ 与 y 轴交于点 D，如图 2，

当⊙C 移动到与 y 轴相切且切点在点 D 的下方时，t 的值最小.

设切点为 E，连接 CE，

∵⊙C 的圆心在直线 $y=\sqrt{3}x+1$ 上，

∴此直线和 x 轴，y 轴的交点 C（0，1），F（－$\frac{\sqrt{3}}{3}$，0），

∴OF=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，OD=1，

∵CE∥OF，

∴△DOF∽△DEC，

∴$\frac{OD}{DE}=\frac{OF}{CE}$，

$\therefore \frac{1}{DE}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{2}$,

$\therefore DE=2\sqrt{3}$.

$\therefore OE=$

t 的最小值为 $1-2\sqrt{3}$.

当⊙C 移动到与 y 轴相切且切点在点 D 的上方时，t 的值最大.

同理可得 t 的最大值为 $1+2\sqrt{3}$.

综上所述，t 的取值范围为 $1-2\sqrt{3}\leqslant t\leqslant 1+2\sqrt{3}$