

2020 北京房山初二（下）期末 数 学



一、选择题（共 10 小题）

1. 一元二次方程 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别是（ ）
- A. 1, 4, 3 B. 0, -4, -3 C. 1, -4, 3 D. 1, -4, -3

2. 下面四个高校校徽主体图案是中心对称图形的是（ ）



3. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是（ ）
- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq 1$

4. 点 $(-2, 5)$ 关于原点对称的点的坐标是（ ）
- A. $(2, 5)$ B. $(2, -5)$ C. $(-2, -5)$ D. $(5, -2)$

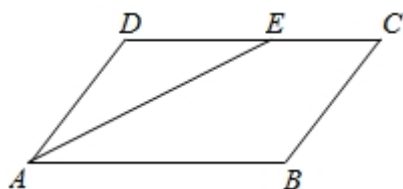
5. 四边形的外角和为（ ）
- A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°

6. 某区学生在“垃圾分类知识”线上答题活动中，甲、乙、丙、丁四所学校参加线上答题的人数相同，四所学校答题得分数的平均数和方差的数值如表：

选手	甲	乙	丙	丁
平均数	87	87	87	87
方差	0.027	0.043	0.036	0.029

则这四所学校成绩发挥最稳定的是（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁
7. 方程 $x^2 - 3x = 0$ 的根是（ ）
- A. $x = 0$ B. $x = 3$
- C. $x_1 = 0$ $x_2 = -3$ D. $x_1 = 0$ $x_2 = 3$
8. 如图，在 $\square ABCD$ 中， AE 平分 $\angle BAD$ ，交 CD 边于 E ， $AD = 6$ ， $EC = 4$ ，则 AB 的长为（ ）

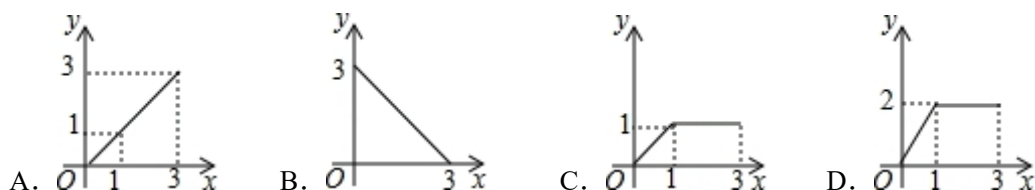
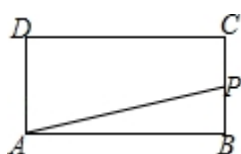


- A. 1 B. 6 C. 10 D. 12

9. 某家快递公司今年一月份完成投递的快递总件数为 30 万件，三月份完成投递的快递总件数为 36.3 万件，若每月投递的快递总件数的增长率 x 相同，则根据题意列出方程为 ()

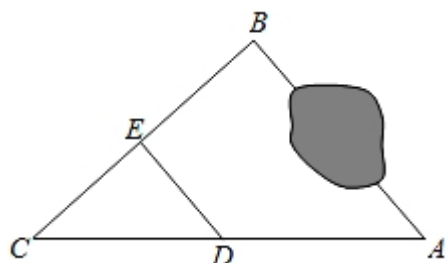
- A. $30(2x+1) = 36.3$ B. $30(x+1)^2 = 36.3$
 C. $30(2x-1) = 36.3$ D. $30(x-1)^2 = 36.3$

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $BC=1$ ，动点 P 从点 B 出发，沿路线 $B \rightarrow C \rightarrow D$ 作匀速运动，那么 $\triangle ABP$ 的面积 y 与点 P 运动的路程 x 之间的函数图象大致是 ()



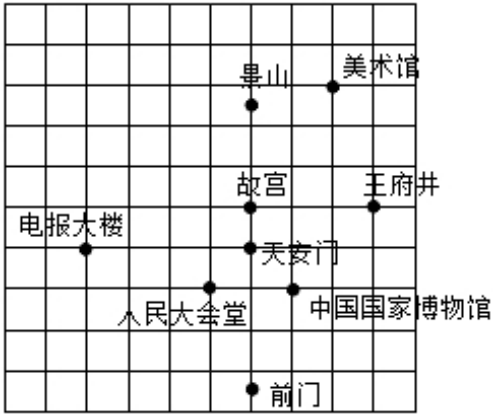
二. 填空题 (共 8 小题)

11. 若点 M 的坐标为 $(1, -1)$ ，则点 M 在第_____象限.
12. 贝贝在练习“投掷铅球”项目活动中进行了 5 次测试，测试成绩 (单位: 分) 如下: 10, 7, 9, 4, 10. 则贝贝 5 次成绩的极差是_____.
13. 函数 $y=x$ 的图象向上平移 2 个单位得到的函数的表达式为_____.
14. 如图， A, B 两地被池塘隔开，小明通过下面的方法测出 A, B 间的距离: 先在 AB 外选一点 C ，连接 AC, BC ，分别取 AC, BC 的中点 D, E ，测得 $DE=15$ 米，由此他知道了 A, B 间的距离为_____米.

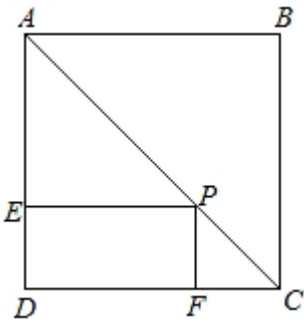


15. 如图是天安门广场周围的景点分布示意图.

在图中，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向建立平面直角坐标系. 若表示故宫的点的坐标为 $(0, 0)$ ，则表示人民大会堂的点的坐标为_____.



16. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 P 为对角线 AC 上任意一点, $PE \perp AD$, $PF \perp CD$, 垂足分别是 E, F . 则 $PE+PF$ = _____.



17. 若关于 x 的一元二次方程 $(a+3)x^2+2x+a^2-9=0$ 有一个根为 0, 则 a 的值为_____.

18. 在四边形 $ABCD$ 中, 有以下四个条件:

- ① $AB \parallel CD$; ② $AD=BC$; ③ $AC=BD$; ④ $\angle ADC = \angle ABC$.

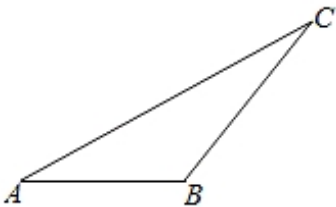
从中选取三个条件, 可以判定四边形 $ABCD$ 为矩形. 则可以选择的条件序号是_____.

三. 解答题 (共 10 小题)

19. 解方程: $(x-1)^2=4$.

20. 解方程: $x^2+3x-1=0$.

21. 已知: $\triangle ABC$, 画一个平行四边形 $ABCD$, 使 AB, BC 为邻边, AC 为对角线, 并说明画图依据是: _____.



22. 已知一次函数的图象经过 $(1, 3)$ 和 $(-1, 7)$ 两点.

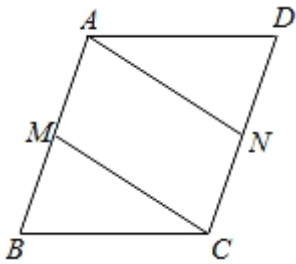
(1) 求这个一次函数的表达式;

(2) 求这个一次函数与坐标轴所围成的三角形的面积.





23. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, M, N 分别是边 AB, CD 的中点, 求证: $AN=MC$.



24. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 请选择一个符合条件的 m 的值, 并求此时方程的根.

25. 为了进一步推进“书香房山”建设, 2020年4月房山区启动2020年“书香中国·北京阅读季”全民阅读活动. 在一个月的活动中随机调查了某校八年级学生的周人均阅读时间的情况, 整理并绘制了如下的统计图表:

某校八年级学生周人均阅读时间频数分布表

周人均阅读时间 x (小时)	频数	频率
$0 \leq x < 2$	5	0.025
$2 \leq x < 4$	30	0.150
$4 \leq x < 6$	a	0.200
$6 \leq x < 8$	55	0.275
$8 \leq x < 10$	50	0.250
$10 \leq x < 12$	20	b
合计	200	1.000

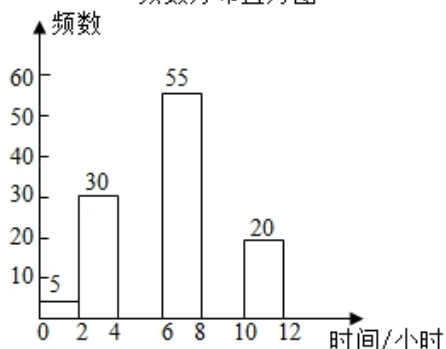
请根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 在频数分布表中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 补全频数分布直方图;

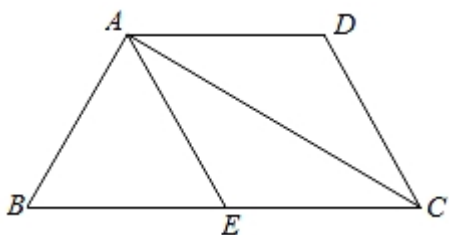
(3) 若该校有 1000 名学生, 根据调查数据, 请你估计该校学生周人均阅读时间不少于 6 小时的学生大约有人.

某校八年级周平均阅读时间
频数分布直方图



26. 已知如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, $\angle BAC = 90^\circ$, 过点 A 作 $AE \parallel DC$ 交 BC 于点 E .

- (1) 求证: 四边形 $AECD$ 为菱形;
 (2) 若 $AB = AE = 2$, 求四边形 $AECD$ 的面积.



27. 有这样一个问题: 探究函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的图象与性质.

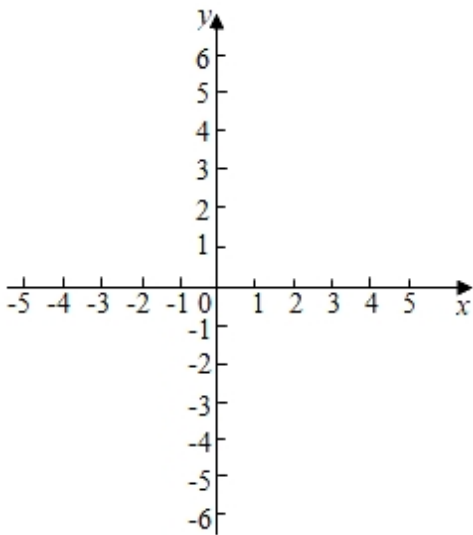
下面是小艺的探究过程, 请补充完整:

- (1) 函数 $y = x + \frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是_____;
 (2) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	...	$\square 2$	$\square 1$	$\square \frac{1}{2}$	$\square \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	...
y	...	$\square \frac{5}{2}$	_____	$\square \frac{5}{2}$	$\square \frac{17}{4}$	$\frac{17}{4}$	$\frac{5}{2}$	2	_____	...

补全表格中的数据, 并画出该函数的图象.

- (3) 请写出该函数的一条性质: _____.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意三点 A, B, C 的“矩积”, 给出如下定义:

“横底” a : 任意两点横坐标差的最大值; “纵高” h : 任意两点纵坐标差的最大值; 则“矩积” $S = ah$. 例如: 三点坐标分别为 $A(1, \square 2), B(2, 2), C(\square 1, \square 3)$, 则“横底” $a = 3$, “纵高” $h = 5$, “矩积” $S = ah = 15$.

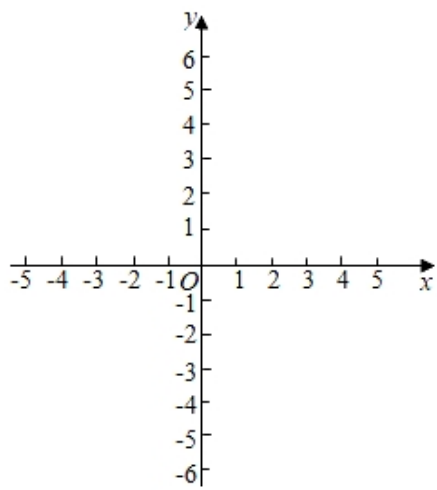
已知点 $D(\square 2, 3), E(1, \square 1)$.

- (1) 若点 F 在 x 轴上.
 ①当 D, E, F 三点的“矩积”为 24, 则点 F 的坐标为_____;

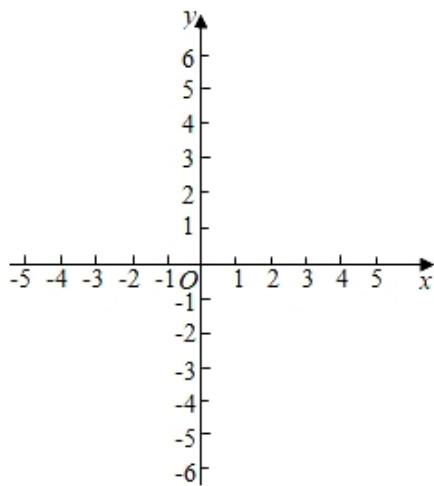


②直接写出 D, E, F 三点的“矩积”的最小值为_____;

(2) 若点 F 在直线 $y = mx + 4$ 上, 使得 D, E, F 三点的“矩积”取到最小值, 直接写出 m 的取值范围是_____.



备用图



备用图



2020 北京房山初二（下）期末数学

参考答案



一、选择题（共 10 小题）

1. 【分析】根据一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项的定义求解.

【解答】解：一元二次方程 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别为 1, -4 , -3 .

故选：D.

2. 【分析】把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

B、不是中心对称图形，故此选项不合题意；

C、是中心对称图形，故此选项符合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

故选：C.

3. 【分析】根据二次根式的意义，被开方数是非负数.

【解答】解：根据题意得 $x - 1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$.

故选：D.

4. 【分析】根据两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反可直接得到答案.

【解答】解：点 $(-2, 5)$ 关于原点对称的点的坐标是 $(2, -5)$.

故选：B.

5. 【分析】多边形外角和都等于 360° ，则四边形的外角和为 360° .

【解答】解： \because 多边形外角和 $= 360^\circ$,

\therefore 四边形的外角和为 360° .

故选：B.

6. 【分析】比较四名选手的方差，方差越小成绩发挥越稳定，据此可得答案.

【解答】解：由表知 $S_{甲}^2 < S_{丁}^2 < S_{丙}^2 < S_{乙}^2$,

\therefore 这四所学校成绩发挥最稳定的是甲，

故选：A.

7. 【分析】先将方程左边提公因式 x ，可解方程.

【解答】解： $x^2 - 3x = 0$,

$x(x - 3) = 0$,



$$x_1=0, x_2=3,$$

故选: D.

8. 【分析】首先证明 $DA=DE$, 再根据平行四边形的性质即可解决问题.

【解答】解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BA \parallel CD, AB=CD,$$

$$\therefore \angle DEA = \angle EAB,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle DAB,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle EAB,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DEA,$$

$$\therefore DE=AD=6,$$

$$\therefore CD=CE+DE=6+4=10,$$

$$\therefore AB=CD=10.$$

故选: C.

9. 【分析】根据该快递公司今年一月份及三月份完成投递的快递总件数, 即可得出关于 x 的一元二次方程, 此题得解.

【解答】解: 依题意, 得: $30(1+x)^2=36.3$.

故选: B.

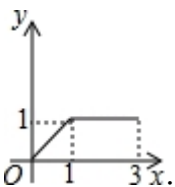
10. 【分析】首先判断出从点 B 到点 C , $\triangle ABP$ 的面积 y 与点 P 运动的路程 x 之间的函数关系是: $y=x$ ($0 \leq x \leq 1$); 然后判断出从点 C 到点 D , $\triangle ABP$ 的底 AB 的 dx 一定, 高都等于 BC 的长度, 所以 $\triangle ABP$ 的面积一定, y 与点 P 运动的路程 x 之间的函数关系是: $y=1$ ($1 \leq x \leq 3$), 进而判断出 $\triangle ABP$ 的面积 y 与点 P 运动的路程 x 之间的函数图象大致是哪一个即可.

【解答】解: 从点 B 到点 C , $\triangle ABP$ 的面积 y 与点 P 运动的路程 x 之间的函数关系是: $y=x$ ($0 \leq x \leq 1$);

因为从点 C 到点 D , $\triangle ABP$ 的面积一定: $2 \times 1 \div 2 = 1$,

所以 y 与点 P 运动的路程 x 之间的函数关系是: $y=1$ ($1 \leq x \leq 3$),

所以 $\triangle ABP$ 的面积 y 与点 P 运动的路程 x 之间的函数图象大致是:



故选: C.

二. 填空题 (共 8 小题)

11. 【分析】点在第四象限的条件是: 横坐标是正数, 纵坐标是负数, 直接得出答案即可.

【解答】解: 点 M 的坐标为 $(1, \square 1)$, 横坐标是正数, 纵坐标是负数,



∴点 M 在第四象限.

故答案为：四.

12. 【分析】根据极差的定义即可求得.

【解答】解：贝贝 5 次成绩的极差是 $10 \square 4 = 6$.

故答案为：6.

13. 【分析】直接利用一次函数图象平移规律进而得出答案.

【解答】解：将函数 $y=x$ 的图象向上平移 2 个单位，所得直线的表达式是： $y=x+2$.

故答案为： $y=x+2$.

14. 【分析】根据三角形中位线定理计算即可.

【解答】解：∵点 D, E 是 AC, BC 的中点,

∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

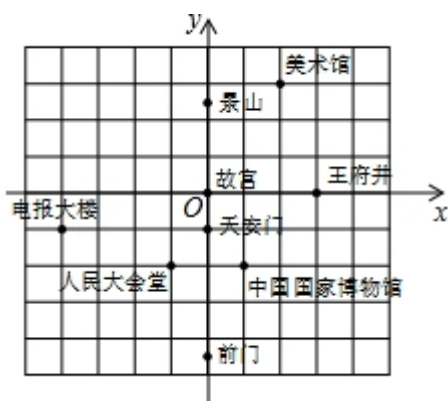
∴ $AB=2DE=30$,

故答案为：30.

15. 【分析】直接建立平面直角坐标系进而确定原点位置，即可得出点坐标.

【解答】解：建立如图所示的平面直角坐标系：人民大会堂 ($\square 1, \square 2$),

故答案为：($\square 1, \square 2$).



16. 【分析】证明四边形 $DEPF$ 是矩形得 $PE=DF$ ，证明 $\triangle PFC$ 是等腰直角三角形得 $PF=CF$ 便可求得结果.

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $\angle ADC=90^\circ$, $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BCD=45^\circ$,

∵ $PE \perp AD$, $PF \perp CD$,

∴四边形 $DEPF$ 是矩形,

∴ $PE=DF$,

∵ $\angle ACD=45^\circ$, $\angle PFC=90^\circ$,

∴ $PF=CF$,

∴ $PE+PF=DF+CF=CD=1$,



故答案为 1.

17. 【分析】将 $x=0$ 代入原方程，结合一元二次方程的定义即可求得 a 的值.

【解答】解：根据题意，将 $x=0$ 代入方程可得 $a^2 - 9 = 0$,

解得： $a=3$ 或 $a=-3$,

$\because a+3 \neq 0$ ，即 $a \neq -3$,

$\therefore a=3$.

故答案为：3.

18. 【分析】根据全等三角形的判定和性质以及矩形的判定定理即可得到结论.

【解答】解：当具备①③④这三个条件，能得到四边形 $ABCD$ 是矩形. 理由如下：

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAC = \angle DCA$,

$\because \angle ABC = \angle ADC$, $AC = CA$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (AAS),

$\therefore \angle ACB = \angle DCA$,

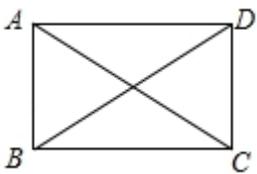
$\therefore AD \parallel BC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\because AC = BD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形;

故答案为：①③④.



三. 解答题 (共 10 小题)

19. 【分析】利用直接开平方法，方程两边直接开平方即可.

【解答】解：两边直接开平方得： $x - 1 = \pm 2$,

$\therefore x - 1 = 2$ 或 $x - 1 = -2$,

解得： $x_1 = 3$, $x_2 = -1$.

20. 【分析】找出 a , b , c 的值，计算出根的判别式的值大于 0，代入求根公式即可求出解.

【解答】解：这里 $a=1$, $b=3$, $c=-1$,

$\because \Delta = 9 + 4 = 13$,

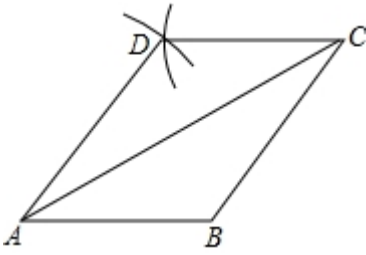
$$\therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$



则 $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$, $x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}$.

21. 【分析】利用两组对边分别相等的四边形是平行四边形画图即可.

【解答】解：画图如下：



画图依据：两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

故答案为：

22. 【分析】(1) 根据待定系数法求得即可；

(2) 根据点的坐标特征求得直线与坐标轴的交点坐标，然后根据三角形面积公式求得即可.

【解答】(1) 解：设这个一次函数的表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

\because 一次函数的图象经过 $(1, 3)$ 和 $(-1, 7)$ 两点.

$$\therefore \begin{cases} 3 = k + b \\ 7 = -k + b \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 5 \end{cases}$

\therefore 一次函数的表达式为 $y = -2x + 5$;

(2) \because 一次函数 $y = -2x + 5$ 与 x 轴的交点为 $(\frac{5}{2}, 0)$,

一次函数 $y = -2x + 5$ 的图象与 y 轴的交点为 $(0, 5)$,

\therefore 一次函数 $y = -2x + 5$ 与坐标轴所围成的三角形的面积 $S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{4}$.

23. 【分析】根据平行四边形的性质：平行四边形的对边相等，可得 $AB \parallel CD$, $AB = CD$ ；根据一组对边平行且相等的四边形 $AMCN$ 是平行四边形，可得 $AN = MC$.

【解答】证明：

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel DC$, $AB = DC$,

$\because M, N$ 分别是边 AB, CD 的中点，

$\therefore AM = \frac{1}{2} AB$, $NC = \frac{1}{2} DC$.

$\therefore AM \parallel NC$, $AM = NC$,

\therefore 四边形 $AMCN$ 是平行四边形，

$\therefore AN = MC$.

24. 【分析】(1) 根据 $\Delta \geq 0$ ，解不等式即可求解；



(2) 选择一个符合条件的 m 的值，解方程即可求解.

【解答】解：(1) 根据题意，得 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$,

$$\text{即 } (2)^2 - 4(2m - 1) \geq 0,$$

解得 $m \leq 1$.

(2) 当 $m = 1$ 时，方程为 $x^2 - 2x + 1 = 0$,

解得 $x_1 = x_2 = 1$.

注： m 值不唯一.

25. **【分析】**(1) 根据频数之和为 200，频率之和为 1.000，可求出 a 、 b 的值：

(2) 根据频数分布表，即可完成频数分布直方图；

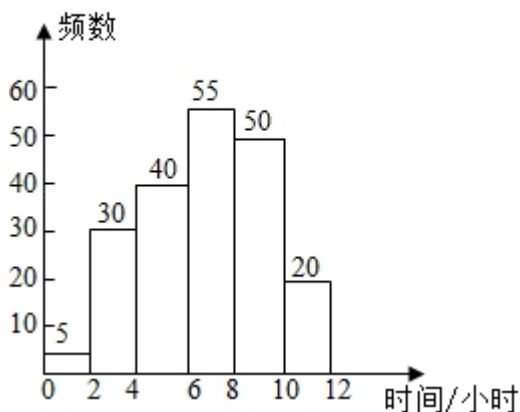
(3) 样本估计总体，样本中“阅读时间不少于 6 小时”的学生占调查学生的 $0.275 + 0.250 + 0.100 = 0.625$ ，因此估计总体 1000 人的 62.5% 是阅读时间不少于 6 小时的人数.

【解答】解：(1) $a = 200 \times 5 \times 30 \times 55 \times 50 \times 20 = 40$ (人)， $b = 1.000 \times 0.250 \times 0.275 \times 0.200 \times 0.150 \times 0.025 = 0.100$,

故答案 = 40, 0.100;

(2) 补全频数分布直方图，如图所示：

某校八年级周平均阅读时间
频数分布直方图



(3) $1000 \times (0.100 + 0.250 + 0.275) = 625$ (人).

故答案为：625.

26. **【分析】**(1) 先证明四边形 $AECD$ 为平行四边形，再由直角三角形的性质求得 $AE = EC$ ，进而由菱形的判定定理得出结论；

(2) 连接 DE ，证明 $\triangle ABE$ 是等边三角形，进而求得 AC ，再证明四边形 $ABED$ 是平行四边形，便可求得 DE ，最后根据菱形的面积公式得结果.

【解答】解：(1) $\because AD \parallel BC, AE \parallel DC$,

\therefore 四边形 $AECD$ 为平行四边形，

$\therefore AD = EC$,

$\because BC = 2AD$,



$\therefore BC=2EC.$

$\therefore E$ 为 BC 的中点

$\because \angle BAC=90^\circ,$

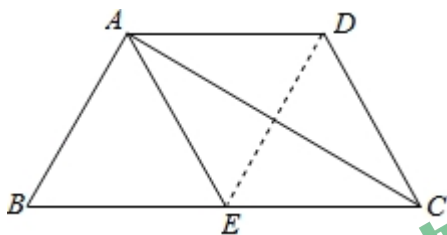
$\therefore BC=2AE$

$\therefore AE=EC,$

\therefore 四边形 $AECD$ 为平行四边形,

\therefore 四边形 $AECD$ 为菱形;

(2) 解: 连接 $DE,$



$\because AB=AE=2, AE=BE,$

$\therefore AB=AE=BE=2,$

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形.

$\therefore \angle B=60^\circ.$

$\because AD=BE, AD \parallel BC,$

\therefore 四边形 $ABED$ 为平行四边形.

$\therefore DE=AB=2,$

$\because \angle B=60^\circ, \angle BAC=90^\circ, AB=2,$

$\therefore BC=4.$

$\therefore AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}.$

$\therefore S_{AECD}=\frac{1}{2}DE \times AC=2\sqrt{3}.$

27. 【分析】(1) 由图表可知 $x \neq 0$;

(2) 把 $x=\square 1, x=2$ 代入解析式即可求得, 由图表在直角坐标系中描点, 由坐标系中的点, 用平滑的直线连接即可;

(3) 由图象可得.

【解答】解: (1) 由图表可得 $x \neq 0$,

故答案为: $x \neq 0$;

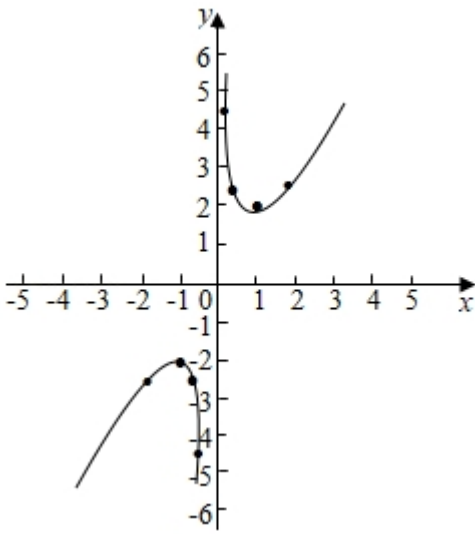
(2) 当 $x=\square 1$ 时, $y=\square 1+\square 1=\square 2,$

当 $x=2$ 时, $y=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2},$



故答案为：□2, $\frac{5}{2}$;

函数图象如图所示：



(3) 当 $x > 1$ 时, y 随着 x 的增大而增大, 或当 $x > 0$ 时, y 有最小值 2; 或当 $x < 0$ 时, y 有最大值 □2. (答案不唯一);

故答案为: 当 $x > 1$ 时, y 随着 x 的增大而增大, 或当 $x > 0$ 时, y 有最小值 2; 或当 $x < 0$ 时, y 有最大值 □2. (答案不唯一).

28. 【分析】(1) 分三种情况讨论, 由“矩积”定义可求解;

(2) 分三种情况讨论, 由“矩积”定义可求解;

(3) 先求出特殊位置时, m 的值, 即可求解.

【解答】解: (1) 设点 $F(a, 0)$,

① ∵ D, E, F 三点的“矩积”为 24, “纵高”=4,

∴ “横底”=6,

若 $a < 2$, 则 $1 \square a = 6$,

∴ $a = 5$;

若 $2 \leq a \leq 1$, 则 $1 \square (2) = 3 \neq 6$, 不合题意舍去;

若 $a > 1$, 则 $a \square (2) = 6$;

∴ $a = 4$,

∴ 点 $F(5, 0)$ 或 $(4, 0)$,

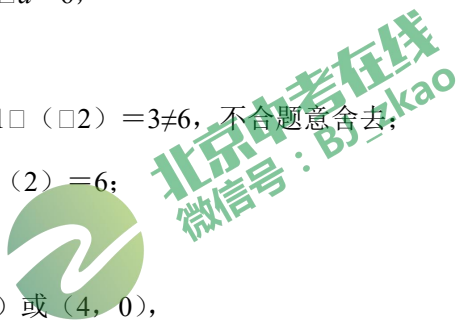
故答案为 $(5, 0)$ 或 $(4, 0)$;

② 当若 $a < 2$, 则 $1 \square a > 3$,

∴ $S = 4(1 \square a) > 12$,

当 $2 \leq a \leq 1$ 时, $S = 3 \times 4 = 12$,

当 $a > 1$ 时, 则 $a \square (2) > 3$,





$$\therefore S = 4 \times [a - (a - 2)] > 12,$$

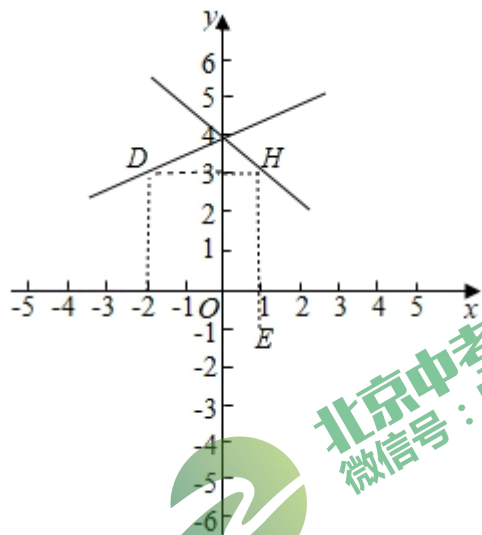
$\therefore D, E, F$ 三点的“矩积”的最小值为 12,

故答案为 12;

(2) 设点 $F(a, 0)$,

由 (1) 可知: 当 $2 \leq a \leq 1$ 时, D, E, F 三点的“矩积”能取到最小值,

如图,



当直线 $y = mx + 4$ 过点 $D(-2, 3)$ 时,

$$\therefore 3 = -2m + 4,$$

$$\therefore m = \frac{1}{2},$$

当直线 $y = mx + 4$ 过点 $H(1, 3)$ 时,

$$\therefore 3 = m + 4,$$

$$\therefore m = -1,$$

\therefore 当 $m \geq \frac{1}{2}$ 或 $m \leq -1$ 时, D, E, F 三点的“矩积”能取到最小值.