海淀区九年级第一学期期末练习

数　学

2017.1

学校＿＿＿＿＿班级＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿成绩＿＿＿＿＿

考生须知	1. 本试卷共8页，共三道大题，29道小题，满分120分。考试时间120分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级和姓名。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

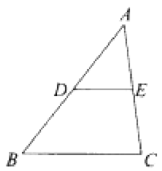
一、选择题（本题共30分，每小题3分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．请将正确选项填涂在答题卡相应的位置．

1. 抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 的顶点坐标是

A. $(1,3)$　　B. $(-1,3)$　　C. $(-1,-3)$　　D. $(1,-3)$

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 为 AB 中点，$DE \parallel BC$ 交 AC 于 E 点，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为



A. $1:1$　　B. $1:2$

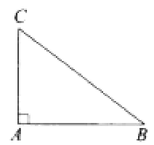
C. $1:3$　　D. $1:4$

3. 方程 $x^2-x=0$ 的解是

A. $x=0$　　B. $x=1$

C. $x_1=0, x_2=1$　　D. $x_1=0, x_2=-1$

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$．若 $AB=8$，$AC=6$，则 $\cos C$ 的值为



A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

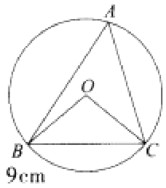
5. 下列各点中，抛物线 $y=x^2-4x-4$ 经过的点是

A. $(0,4)$　　B. $(1,-7)$　　C. $(-1,-1)$　　D. $(2,8)$

6. 如图，⊙O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，$\angle OCB = 40°$，则 $\angle A$ 的大小为

A. 40°　　B. 50°

C. 80°　　D. 100°



7. 一个扇形的圆心角是120°，面积为 $3\pi cm^2$，那么这个扇形的半径是

A. 1cm　　B. 3cm　　C. 6cm　　D. 9cm

8. 反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$ 的图象经过点 $(-1,y_1)$，$(2,y_2)$，则下列关系正确的是

A. $y_1<y_2$　　B. $y_1>y_2$　　C. $y_1=y_2$　　D. 不能确定

9. 抛物线 $y=(x-1)^2+t$ 与 x 轴的两个交点之间的距离为4，则 t 的值是

A. -1　　B. -2　　C. -3　　D. -4

10. 当温度不变时，气球内气体的气压 P(单位:kPa) 是气体体积 V(单位:m^3) 的函数，下表记录了一组实验数据：

V(单位:m^3)	1	1.5	2	2.5	3
P(单位:kPa)	96	64	48	38.4	32

P 与 V 的函数关系式可能是

A. $P=96V$　　B. $P=-16V+112$

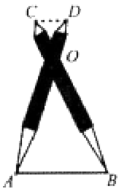
C. $P=16V^2-96V+176$　　D. $P=\dfrac{96}{V}$

二、填空题(本题共18分，每小题3分)

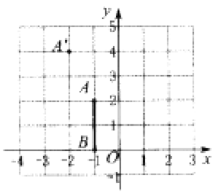
11. 已知 $\angle A$ 为锐角，若 $\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\angle A$ 的大小为______度.

12. 请写出一个图象在二，四象限的反比例函数的表达式______.

13. 如图，比例规是一种画图工具，它由长度相等的两脚 AD 和 BC 交叉构成，利用它可以把线段按一定的比例伸长或缩短. 如果把比例规的两脚合上，使螺丝钉固定在刻度3的地方(即同时使 $OA=3OD$，$OB=3OC$)，然后张开两脚，使 A，B 两个尖端分别在线段 l 的两个端点上，若 $CD=3.2$cm，则 AB 的长为______cm.



14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以原点为位似中心，线段 AB 与线段 $A'B'$ 是位似图形，若 $A(-1,2)$，$B(-1,0)$，$A'(-2,4)$，则 B' 的坐标为______.



15. 若关于 x 的方程 $x^2 - mx + m = 0$ 有两个相等实根，则代数式 $2m^2 - 8m + 1$ 的值为________.

16. 下面是"用三角板画圆的切线"的画图过程.

如图 1，已知圆上一点 A，画过 A 点的圆的切线.

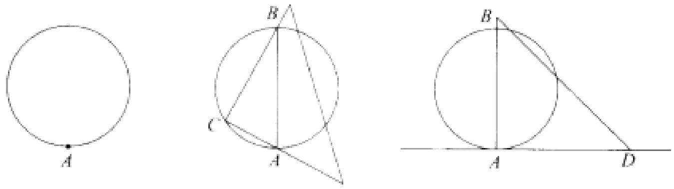


图 1　　图 2　　图 3

画法：(1) 如图 2，将三角板的直角顶点放在圆上任一点 C（与点 A 不重合）处，使其一直角边经过点 A，另一条直角边与圆交于 B 点，连接 AB；

(2) 如图 3，将三角板的直角顶点与点 A 重合，使一条直角边经过点 B，画出另一条直角边所在的直线 AD.

所以直线 AD 就是过点 A 的圆的切线.

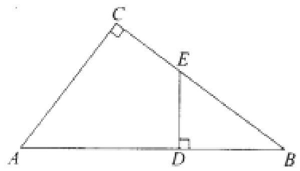
请回答：该画图的依据是________________________________.

三、解答题（本题共 72 分，第 17 ~ 26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分）

17. 计算：$(\sqrt{2})^2 - 2\sin 30° - (\pi - 3)^0 + |-\sqrt{3}|$.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，E 是 BC 上一点，$ED \perp AB$，垂足为 D.

求证：$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$.

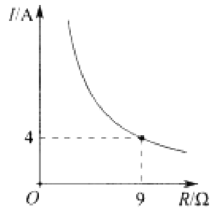


19. 若二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过 $(0,1)$ 和 $(1,-2)$ 两点，求此二次函数的表达式.

20. 已知蓄电池的电压 U 为定值，使用蓄电池时，电流 I（单位：A）与电阻 R（单位：Ω）是反比例函数关系，它的图象如图所示.

（1）求这个反比例函数的表达式；

（2）如果以此蓄电池为电源的用电器的限制电流不能超过 10A，那么用电器的可变电阻 R 应控制在什么范围？请根据图象，直接写出结果________.

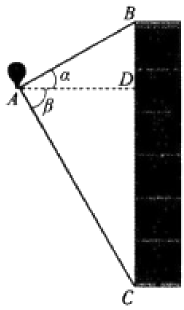


21. 已知矩形的一边长为 x，且相邻两边长的和为 10.

（1）求矩形面积 S 与边长 x 的函数关系式，并写出自变量的取值范围；

（2）求矩形面积 S 的最大值.

22. 如图，热气球探测器显示，从热气球 A 处看一栋楼顶部 B 处的仰角为 30°，看这栋楼底部 C 处的俯角为 60°，热气球与楼的水平距离 AD 为 100 米，试求这栋楼的高度 BC.



23. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$BC=6$，P 为 BC 边上一点，$\triangle APD$ 为等腰三角形.

（1）小明画出了一个满足条件的 $\triangle APD$，其中 $PA=PD$，如图 1 所示，则 $\tan\angle BAP$ 的值为________；

（2）请你在图 2 中再画出一个满足条件的 $\triangle APD$（与小明的不同），并求此时 $\tan\angle BAP$ 的值.

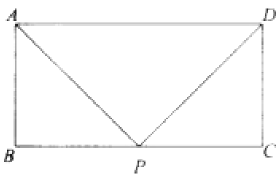


图 1

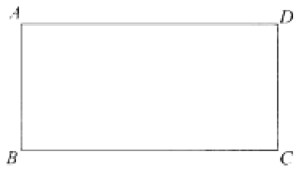
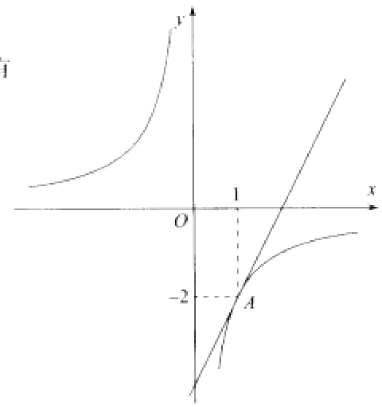


图 2

24. 如图，直线 $y=ax-4(a\neq0)$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 只有一个公共点 $A(1,-2)$.

(1) 求 k 与 a 的值；

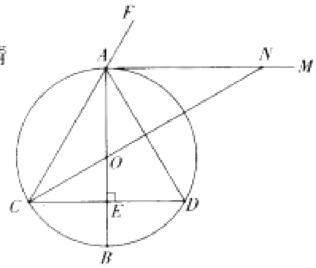
(2) 若直线 $y=ax+b(a\neq0)$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 有两个公共点，请直接写出 b 的取值范围.



25. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，AM 是 $\triangle ACD$ 的外角 $\angle DAF$ 的平分线.

(1) 求证：AM 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\angle D=60°$，$AD=2$，射线 CO 与 AM 交于 N 点，请写出求 ON 长的思路.



26. 有这样一个问题：探究函数 $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3)+x$ 的性质.

(1) 先从简单情况开始探究：

① 当函数为 $y=\frac{1}{2}(x-1)+x$ 时，y 随 x 增大而________（填“增大”或“减小”）；

② 当函数为 $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-2)+x$ 时，它的图象与直线 $y=x$ 的交点坐标为

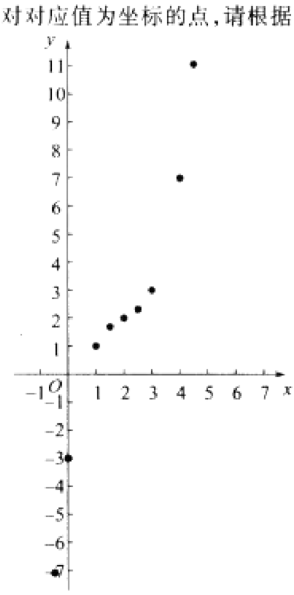
________；

(2) 当函数为 $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-2)(x-3)+x$ 时，

下表为其 y 与 x 的几组对应值.

x	…	$-\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	$\frac{9}{2}$	…
y	…	$-\frac{113}{16}$	-3	1	$\frac{27}{16}$	2	$\frac{37}{16}$	3	7	$\frac{177}{16}$	…

① 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中各对对应值为坐标的点，请根据描出的点，画出该函数的图象；



② 根据画出的函数图象，写出该函数的一条性质：

________________________.

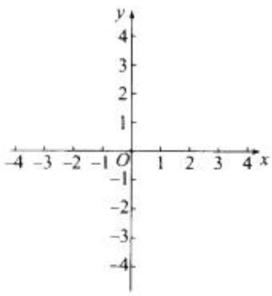
27. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=mx^2-4mx+4m+3$ 的顶点为 A.

(1) 求点 A 的坐标；

(2) 将线段 OA 沿 x 轴向右平移 2 个单位长度得到线段 $O'A'$.

① 直接写出点 O' 和 A' 的坐标；

② 若抛物线 $y=mx^2-4mx+4m+3$ 与四边形 $AOO'A'$ 有且只有两个公共点，结合函数的图象，求 m 的取值范围.



28. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=\alpha$，点 P 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $\angle PAC+\angle PCA=\frac{\alpha}{2}$，连接 PB，试探究 PA，PB，PC 满足的等量关系.

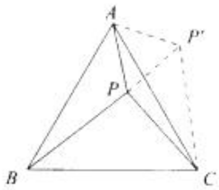


图 1

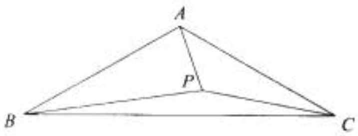


图 2

(1) 当 $\alpha=60°$ 时，将 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针旋转 $60°$ 得到 $\triangle ACP'$，连接 PP'，如图 1 所示.

由 $\triangle ABP\cong\triangle ACP'$ 可以证得 $\triangle APP'$ 是等边三角形，再由 $\angle PAC+\angle PCA=30°$ 可得 $\angle APC$ 的大小为______度，进而得到 $\triangle CPP'$ 是直角三角形，这样可以得到 PA，PB，PC 满足的等量关系为______；

(2) 如图 2，当 $\alpha=120°$ 时，参考(1)中的方法，探究 PA，PB，PC 满足的等量关系，并给出证明；

(3) PA，PB，PC 满足的等量关系为______.

29. 定义：点 P 为 $\triangle ABC$ 内部或边上的点，若满足 $\triangle PAB$，$\triangle PBC$，$\triangle PAC$ 至少有一个三角形与 $\triangle ABC$ 相似（点 P 不与 $\triangle ABC$ 顶点重合），则称点 P 为 $\triangle ABC$ 的自相似点．

例如：如图1，点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部，$\angle PBC=\angle A$，$\angle PCB=\angle ABC$，则 $\triangle BCP \backsim \triangle ABC$，故点 P 为 $\triangle ABC$ 的自相似点．

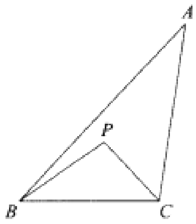


图 1

在平面直角坐标系 xOy 中，

(1) 点 A 坐标为 $(2,2\sqrt{3})$，$AB\perp x$ 轴于 B 点，在 $E(2,1)$，$F(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$G(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ 这三个点中，其中是 $\triangle AOB$ 自相似点的是________（填字母）；

(2) 若点 M 是曲线 C：$y=\frac{k}{x}$ $(k>0,x>0)$ 上的一个动点，N 为 x 轴正半轴上一个动点；

① 如图2，$k=3\sqrt{3}$，M 点横坐标为3，且 $NM=NO$，若点 P 是 $\triangle MON$ 的自相似点，求点 P 的坐标；

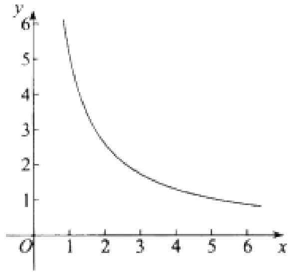


图 2

② 若 $k=1$，点 N 为 $(2,0)$，且 $\triangle MON$ 的自相似点有2个，则曲线 C 上满足这样条件的点 M 共有________个，请在图3中画出这些点（保留必要的画图痕迹）．

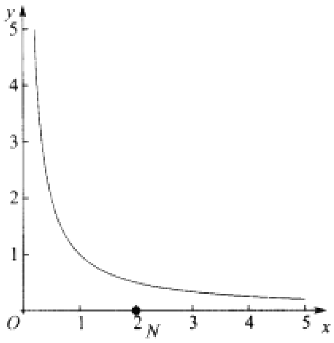


图 3

海淀区九年级第一学期期末练习

数学答案

2017．1．

一、选择题（本题共 30分，每小题 3分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	A	B	B	B	A	D	D

二、填空题（本题共 18分，每小题 3分）

11．45；　　12．$y \quad \frac{1}{x}$（答案不唯一）；　　13．9．6；

14．（ 2，0）；　　15．1；

16．90°的圆周角所对的弦是直径，经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线．

三、解答题（本题共 72分，第 17~26题，每小题 5分，第 27题 7分，第 28题 7分，第 29题 8分）

17．解：原式= 2　2 $\frac{1}{2}$　1　$\sqrt{3}$．——————————————4分

$=\sqrt{3}$．——————————————5分

18．证明：∵ED⊥AB，

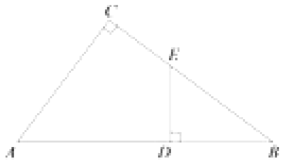
∴∠EDB=90°．——————————1分

∵∠C=90°，——————————2分

∴∠EDB=∠C．——————————3分

∵∠B=∠B，——————————4分

∴△ABC∽△EBD．——————————5分



19．解：∵二次函数 y　x²　bx　c的图象经过（0，1）和（1，　2）两点，

∴ $\begin{cases} 1 \quad c, \\ 2 \quad 1 \quad b \quad c. \end{cases}$ ——————————————2分

解得 $\begin{cases} b \quad 4, \\ c \quad 1. \end{cases}$ ——————————————4分

∴二次函数的表达式为 y　x²　4x　1． ——————————————5分

20．（1）解：设反比例函数的表达式为 I　$\frac{U}{R}$　U　0．

由图象可知函数 I　$\frac{U}{R}$　U　0 的图象经过点（9，4），

∴ 4　$\frac{U}{9}$． ——————————————1分

∴U　36． ——————————————2分

∴反比例函数的表达式为 I $\frac{36}{R}$ (R 0). ------------------------------3分

(2) R 3.6.（答 R 3.6得1分，其它错误不得分） ------------------------------5分

21. 解：(1) S x 10 x . ------------------------------2分

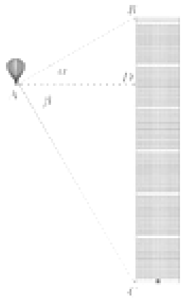
其中0 x 10; ------------------------------3分

(2) S x 10 x = x 5 ; 25. ------------------------------4分

∴当 x 5时，S有最大值 25. ------------------------------5分

22. 解：∵ ADB ADC 90°，BAD 30°，CAD 60°，AD=100， ----------------2分

∴在 Rt△ABD中， BD AD tan BAD $\frac{100\sqrt{3}}{3}$. ------------3分

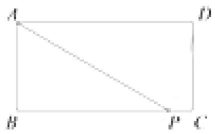


在 Rt△ACD中，CD AD tan CAD $100\sqrt{3}$. ------------4分

∴ BC BD CD $\frac{400\sqrt{3}}{3}$. ------------------------------5分

23. (1) 1. ------------------------------2分

(2) 解法一：



------------------------------3分

∵矩形 ABCD，

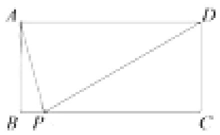
∴ B 90°.

∵AP=AD=6，AB=3，

∴在 Rt△ABP中， BP $\sqrt{AP^2 - AB^2}$ $\sqrt{\ }$ 3 3.

∴ tan BAP $\frac{BP}{AB}$ $\sqrt{3}$. ------------------------------4分 ------------5分

解法二：



------------------------------3分

∵矩形 ABCD，

∴ B C 90°.

∵PD=AD=BC=6，AB=CD=3，

∴在 Rt△CPD 中，$CP=\sqrt{PD^2-CD^2}=\sqrt{3}$．————————————4分

∴在 Rt△ABP 中，$\tan\angle BAP=\dfrac{BP}{AB}=2\sqrt{3}$．————————————5分

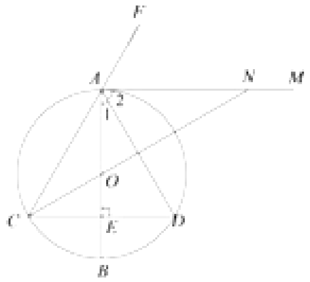
24．（1）∵直线 $y=ax+4$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 只有一个公共点 A（1，2），

∴ $\begin{cases}2=a+4,\\ 2=\dfrac{k}{1}.\end{cases}$ ————————————1分

∴ $\begin{cases}a=-2, & \text{————2分}\\ k=2. & \text{————3分}\end{cases}$

（2）$b<-4$ 或 $b>4$．（答对一个取值范围得 1分）————————5分

25．（1）证明：∵AB⊥CD，AB是⊙O的直径，



∴ $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$．

∴ $\angle 1=\dfrac{1}{2}\angle CAD$．

∵AM是∠DAF的角平分线，

∴ $\angle 2=\dfrac{1}{2}\angle DAF$．

∵ $\angle CAD+\angle DAF=180^\circ$，

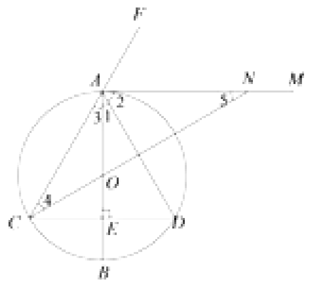
∴ $\angle OAM=\angle 1+\angle 2=90^\circ$．

∴OA⊥AM．

∴AM是⊙O的切线．————————————2分

（2）思路：①由 AB⊥CD，AB是⊙O的直径，可得 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AD}$．

$\angle 1=\angle 3=\dfrac{1}{2}\angle CAD$，AC＝AD；



②由 $\angle D=60^\circ$，AD=2，可得△ACD为边长为 2的等边三角形，$\angle 1=\angle 3=30^\circ$；

③由OA＝OC，可得 $\angle 3=\angle 4=30^\circ$；

④由 $\angle CAN=\angle 3+\angle OAN=120^\circ$，可得

5 4 30°，AN AC 2；

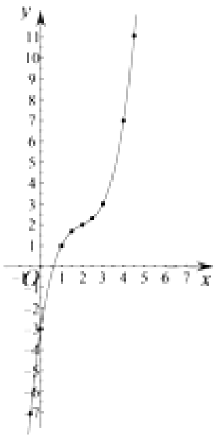
③由△OAN为含有 30°的直角三角形，可求ON的长。

（本题方法不唯一） ————————————————————5分

26. （1）①增大； ————————————————————1分

② （1，1），（2，2）； ————————————————————3分

（2）①



————————————————————4分

（2）该函数的性质：

①y随 x的增大而增大；

②函数的图象经过第一、三、四象限；

③函数的图象与 x轴 y轴各有一个交点。

……

（写出一条即可） ————————————————————5分

27. （1）∵ y m x² 4x 4 3 m x 2 ² 3，

∴抛物线的顶点 A的坐标为（2，3）。 ————————————————————2分

（2）O （2，0）， ————————————————————3分

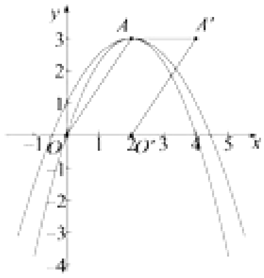
A （4，3）。 ————————————————————4分

（3）依题意，m 0. ————————————————————5分

将（0，0）代入 y mx² 4mx 4m 3中，

得 m $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ ————————————————————6分



28. （1）150， m 0. ————————————————————1分

PA² PC² PB². ------------------------------3分

（2）如图，作 PAP 120°，使 AP AP，连接 PP，CP．过点 A作 AD⊥ PP 于 D点．

∵ BAC PAP 120，

即 BAP PAC PAC CAP．

∴ BAP CAP．

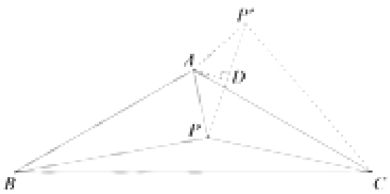
∵AB=AC，AP AP，

∴△BAP≌△CAP ------------------------------4分

∴ P C PB， APD AP D $\frac{180 \quad PAP}{2}$ 30°．

∵AD⊥ PP，

∴ ADP 90°．



∴在 Rt△APD中，PD AP cos APD $\frac{\sqrt{3}}{2}AP$．

∴ PP 2PD $\sqrt{3}AP$．

∵ PAC PCA 60°，

∴ APC 180 PAC PCA 120°．

∴ P PC APC APD 90°．

∴在 Rt△P PC中，P P² PC² P C².

∴3PA² PC² PB². ------------------------------6分

（3）4PA² sin² $\frac{\quad}{2}$ PC² PB². ------------------------------7分

29．（1）F，G．（每对 1个得 1分） ------------------------------2分

（2）①如图 1，过点 M作 MH⊥x轴于 H点．

∵M点的横坐标为 3，

∴ y $\frac{3\sqrt{3}}{3}$ $\sqrt{3}$

∴ M（3，$\sqrt{3}$）

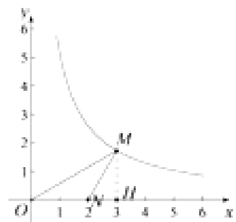
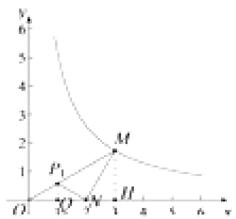


图 1.

∴OM 2$\sqrt{3}$，直线 OM的表达式为 y $\frac{\sqrt{3}}{3}$x．

∵MH⊥x轴，

∴在 Rt△MHN中， MHN 90°， NH² MH² MN².



设 NM=NO=m，则 $NH = OH - ON = 3 - m$.

∴ $(3-m)^2 + (\sqrt{3})^2 = m^2$

∴ ON=MN=m=2. ————————————3分

如图 2，$\triangle P_1ON \backsim \triangle NOM$，过点 P_1 作 $P_1Q \perp x$ 轴于 Q 点。

∴ $P_1O = P_1N$，$OQ = \frac{1}{2}ON = 1$.

∵ P_1 的横坐标为 1，

∴ $y = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$

∴ $P_1\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. ————————————4分

如图 3，$\triangle P_2NM \backsim \triangle NOM$，

∴ $\frac{P_2N}{ON} = \frac{MN}{MO}$

∴ $P_2N = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

∵ P_2 的纵坐标为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

∴ $\frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

∴ $x = 2$

∴ $P_2\left(2, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$. ————————————5分

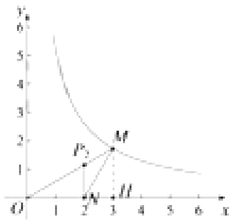
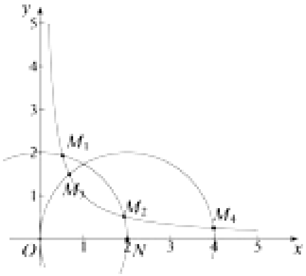


图 3

综上所述，$P\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 或 $\left(2, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

————————————6分



（每标对两个点得 1分） --8分