

# 2021 北京房山初二（上）期末

## 数 学

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

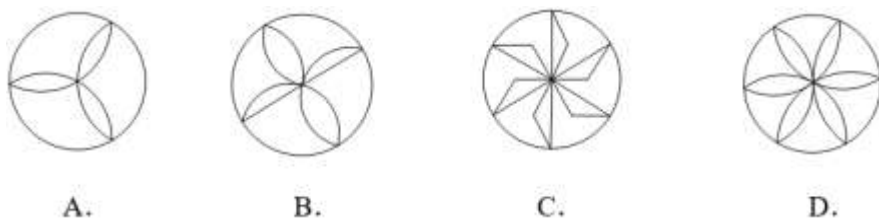
1. 若代数式  $\frac{3}{x+3}$  有意义，则实数  $x$  的取值范围是

- A.  $x \neq 3$       B.  $x \neq -3$       C.  $x > 3$       D.  $x > -3$

2. 下列事件为必然事件的是

- A. 打雷后会下雨      B. 明天是晴天  
C. 哥哥的年龄比弟弟的年龄大      D. 下雨后会有彩虹

3. 下面这四个图形中，不是轴对称图形的是



4. 小芳有一串形状、大小差不多的钥匙，其中只有 2 把能开教室门锁，其余 5 把是开其他门锁的. 在看不见的情况下随意摸出一把钥匙开门锁，小芳能打开教室门锁的可能性为

- A.  $\frac{2}{7}$       B.  $\frac{3}{7}$       C.  $\frac{5}{7}$       D.  $\frac{2}{5}$

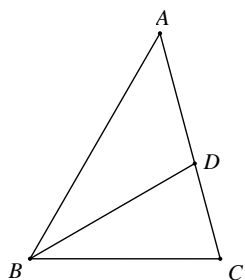
5. 计算  $\sqrt{2} + \sqrt{18}$ ，结果正确的是

- A.  $4\sqrt{2}$       B.  $10\sqrt{2}$       C.  $2\sqrt{3} + \sqrt{2}$       D.  $\sqrt{20}$

6. 化简  $\frac{1}{x-1} - \frac{x}{x-1}$ ，结果正确的是

- A. 1      B. -1      C. 0      D.  $\pm 1$

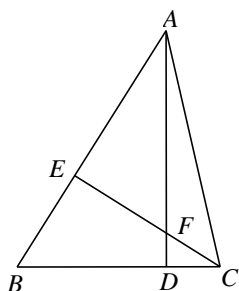
7. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ， $BD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线，则  $\angle BDC$  的度数为



- A.  $60^\circ$       B.  $70^\circ$       C.  $75^\circ$       D.  $105^\circ$



8. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD \perp BC$  于  $D$ ,  $CE \perp AB$  于  $E$ ,  $AD$  与  $CE$  交于点  $F$ . 请你添加一个适当的条件, 使  $\triangle AEF \cong \triangle CEB$ . 下列添加的条件不正确的是



- A.  $EF = EB$     B.  $EA = EC$     C.  $AF = CB$     D.  $\angle AFE = \angle B$

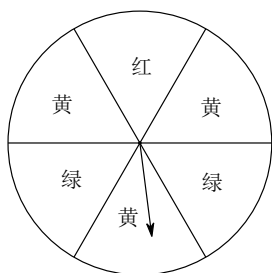


二、 填空题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

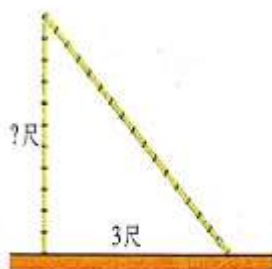
9. 若分式  $\frac{a-3}{a}$  的值等于 0, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

10. 计算:  $\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{1}{3}} =$ \_\_\_\_\_.

11. 如图是一个可以转动的转盘. 盘面上有 6 个全等的扇形区域, 其中 1 个是红色, 2 个是绿色, 3 个是黄色. 用力转动转盘, 当转盘停止后, 指针对准\_\_\_\_\_颜色区域的可能性最小, 对准\_\_\_\_\_颜色区域的可能性最大.



12. 我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题: 一根竹子高一丈, 折断后竹子顶端落在离竹子底端 3 尺处, 如图所示 (1 丈=10 尺). 则折断处离地面的高度是\_\_\_\_\_尺.

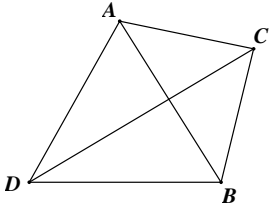


13. 任意掷一枚骰子, 面朝上的点数大于 2 的可能性是\_\_\_\_\_.

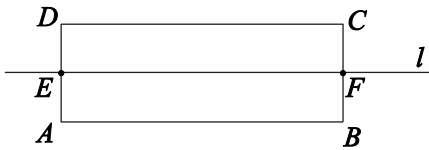
14. 某校要建立两个计算机教室, 为此要购买相同数量的 A 型计算机和 B 型计算机. 已知一台 A 型计算机的售价比一台 B 型计算机的售价便宜 400 元, 如果购买 A 型计算机需要 224 000 元, 购买 B 型计算机需要 240 000 元. 求

一台 A 型计算机和一台 B 型计算机的售价分别是多少元. 设一台 B 型计算机的售价是  $x$  元, 依题意列方程为\_\_\_\_\_.

15. 已知: 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC=\sqrt{2}$ ,  $\triangle ABD$  是等边三角形, 则  $CD$  的长度为\_\_\_\_\_.



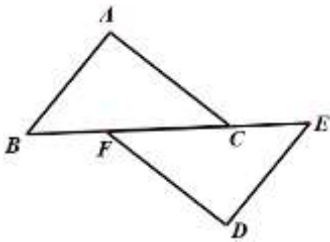
16. 如图, 长方形  $ABCD$  中,  $AB=6, BC=2$ , 直线  $l$  是长方形  $ABCD$  的一条对称轴, 且分别与  $AD, BC$  交于点  $E, F$ , 若直线  $l$  上的动点  $P$  使得  $\triangle PAB$  和  $\triangle PBC$  均为等腰三角形, 则动点  $P$  的个数有\_\_\_\_\_个.



三、解答题 (本题共 10 道小题, 17 题 12 分, 18—25 题每小题 6 分, 26 题 8 分, 共 68 分)

17. 计算: (1)  $\sqrt{8}-\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)$ ; (2)  $\sqrt[3]{8}+\sqrt{27}-\sqrt{(-2)^2}$ .

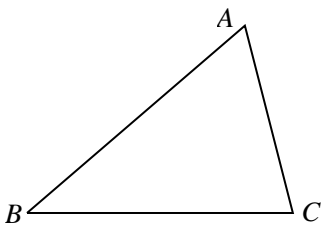
18. 已知: 如图, 点  $B, F, C, E$  在一条直线上,  $AB=DE, AC=DF, BF=EC$ .



求证:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

19. 解方程:  $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x} = 1$ .

20. 已知:  $\triangle ABC$ .

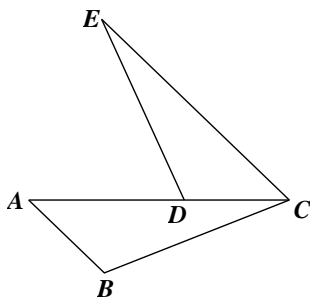


求作: 射线  $BM$ , 使它平分  $\angle ABC$ , 交  $AC$  于点  $M$ .

(保留作图痕迹, 不要求写作法, 指明结果)



21. 已知：如图，点  $A, D, C$  在同一直线上， $AB \parallel CE$ ， $AC = CE$ ， $\angle B = \angle CDE$ 。求证： $BC = DE$ 。



22. 先化简，再求值： $\frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{2}{x+1}$ ，其中  $x = \sqrt{3}$ 。

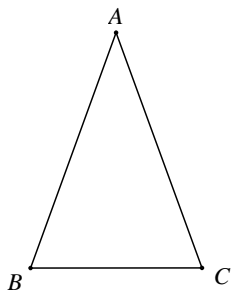
23. 口袋里有除颜色外都相同的 4 个球，其中有红球、白球和蓝球。甲乙两名同学玩摸球游戏。规定：无论谁从口袋里随意摸出一个球，摸到红球，算甲赢；摸到白球，算乙赢；摸到蓝球，不分输赢。每一次摸球，根据球的颜色决定输赢后，将球放回口袋里搅匀后下次再摸球。

设计下列游戏：

- (1) 要使甲、乙两人赢的可能性相等，口袋里应放红球、白球和蓝球各多少个？
- (2) 要使甲赢的可能性比乙赢的可能性大，口袋里应放红球、白球和蓝球各多少个？

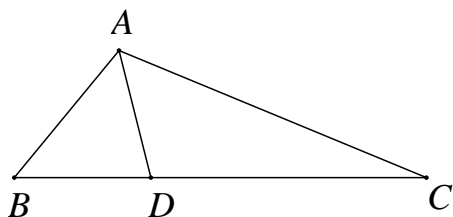
24. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle A = 40^\circ$ ， $AB$  的垂直平分线交  $AC$  于点  $D$ ，交  $AB$  于点  $E$ ，连接  $BD$ 。

- (1) 依题意补全图形；
- (2) 求  $\angle DBC$  的度数。



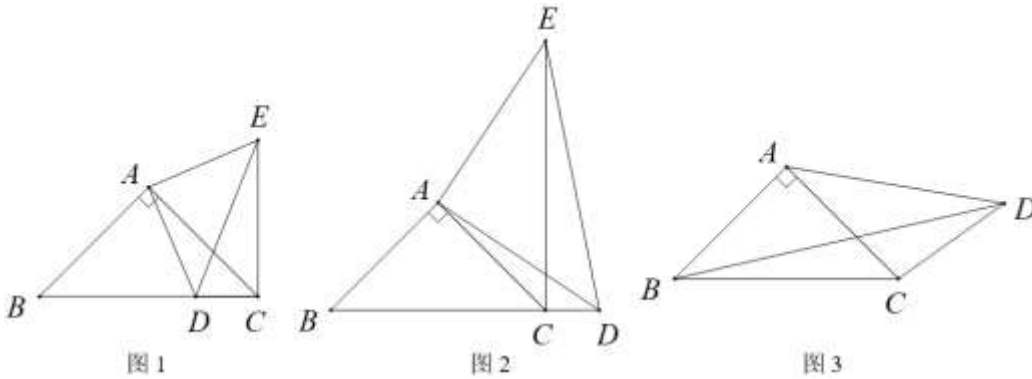
25. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AC = 2AB$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$ ，延长  $CB$  到点  $E$ ，使  $BE = BD$ ，连接  $AE$ 。

- (1) 依题意补全图形；
- (2) 试判断  $AE$  与  $CD$  的数量关系，并进行证明。



26. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $AB=AC$ .

(1) 如图 1, 点  $D$  为  $BC$  边上一点, 连接  $AD$ , 以  $AD$  为边作  $\text{Rt}\triangle ADE$ ,  $\angle DAE=90^\circ$ ,  $AD=AE$ , 连接  $EC$ . 直接写出线段  $BD$  与  $CE$  的数量关系为 \_\_\_\_\_, 位置关系为 \_\_\_\_\_.



(2) 如图 2, 点  $D$  为  $BC$  延长线上一点, 连接  $AD$ , 以  $AD$  为边作  $\text{Rt}\triangle ADE$ ,  $\angle DAE=90^\circ$ ,  $AD=AE$ , 连接  $EC$ .

① 用等式表示线段  $BC$ ,  $DC$ ,  $EC$  之间的数量关系为\_\_\_\_\_.

② 求证:  $BD^2+CD^2=2AD^2$ .

(3) 如图 3, 点  $D$  为  $\triangle ABC$  外一点, 且  $\angle ADC=45^\circ$ , 若  $BD=13$ ,  $CD=5$ , 求  $AD$  的长.





参考答案

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	A	A	B	C	D

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 3; 10. 1; 11. 红黄; 12.  $\frac{91}{20}$ ; 13.  $\frac{2}{3}$ ;

14.  $\frac{240000}{x} = \frac{224000}{x-400}$ ; 15.  $\sqrt{3}+1$ ; 16. 5

三、解答题（本题共 10 道小题，17 题 12 分，18—25 题每小题 6 分,26 题 8 分，共 68 分）

17.解：（1）原式= $2\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}$  .....5 分  
 $= -2$  .....6 分

（2）原式= $2+3\sqrt{3}-2$  .....5 分  
 $= 3\sqrt{3}$  .....6 分

18.证明：∵ $BF=EC$ ,

∴ $BF+FC=EC+FC$ .....2 分

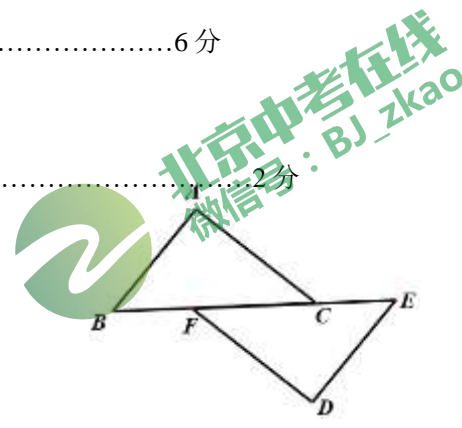
即  $BC=EF$ .

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中,

$$\begin{cases} AB = DE, \\ AC = DF, \\ BC = EF \end{cases}$$

.....4 分

∴ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ . .....6 分



19. 解： $x^2 - 2(x-1) = x(x-1)$  .....2 分

$$x^2 - 2x + 2 = x^2 - x$$
 .....3 分

$$-x + 2 = 0.$$

$$x = 2$$
 .....5 分

检验：当  $x=2$  时，方程左右两边相等，所以  $x=2$  是原方程的解。.....6分

20.略

21. 证明：∵  $AB \parallel CE$ ,

∴  $\angle A = \angle DCE$  . .....2分

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle CDE$  中,

$\angle B = \angle CDE$ ,

$\angle A = \angle DCE$ ,

$AC = CE$ ,

∴  $\triangle ABC \cong \triangle CDE$  . .....5分

∴  $BC = DE$  . .....6分

22.解：原式 =  $\frac{1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x} \cdot \frac{2}{x+1}$  .....1分

=  $\frac{1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x} \cdot \frac{2}{x+1}$  .....2分

=  $\frac{x-1}{x(x+1)} \cdot \frac{2}{x+1}$  .....3分

=  $\frac{x-1}{x(x+1)} \cdot \frac{2x}{x(x+1)}$  .....4分

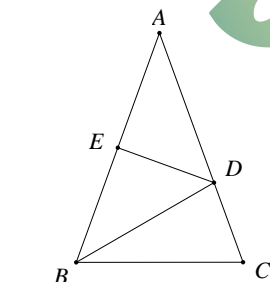
=  $-\frac{1}{x}$  .....5分

当  $x = \sqrt{3}$  时，原式 =  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  .....6分

23.(1)红球 1 个，白球 1 个，蓝球 2 个.....3分

(2)红球 2 个，白球 1 个，蓝球 1 个.....6分

24.(1)如图： .....2分



∵  $AB=AC$ ,  $\angle A=40^\circ$ ,



$\therefore \angle ABC = 70^\circ \dots\dots\dots 3$ 分

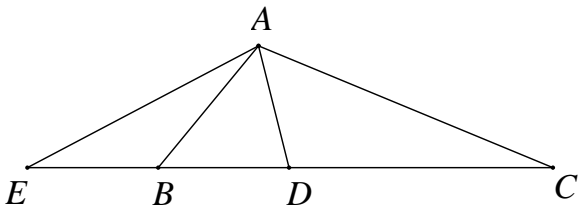
$\because DE$  垂直平分  $AB$ ,

$\therefore DA = DB$ .

$\therefore \angle DBA = \angle A = 40^\circ \dots\dots\dots 4$ 分

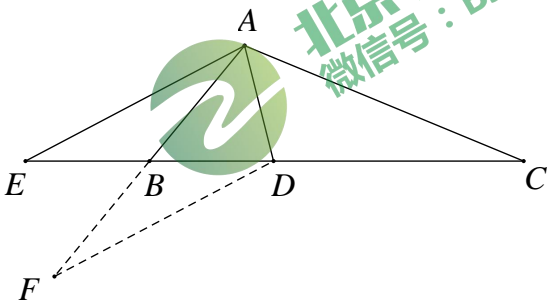
$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle DBA = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ \dots\dots\dots 6$ 分

25.解: (1) 如图所示:



$\dots\dots\dots 2$ 分

(2) 如图,



判断:  $AE = CD$

证明如下:

延长  $AB$  至点  $F$ , 使得  $BF = AB$ , 连接  $DF \dots\dots\dots 3$ 分



在  $\triangle ABE$  和  $\triangle FBD$  中,

$$\therefore \begin{cases} AB = FB \\ \angle ABE = \angle FBD \\ EB = DB \end{cases}$$



$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBD \dots\dots\dots 4$ 分

$\therefore AE = FD$

$\because BF = AB$

$\therefore AF = 2AB$

$\because AC = 2AB$

$\therefore AF = AC$





$\because AD$  平分  $\angle BAC$

$\therefore \angle FAD = \angle CAD$

在  $\triangle FAD$  和  $\triangle CAD$  中,

$$\therefore \begin{cases} AF = AC \\ \angle FAD = \angle CAD \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle FAD \cong \triangle CAD$  .....5分

$\therefore FD = CD$

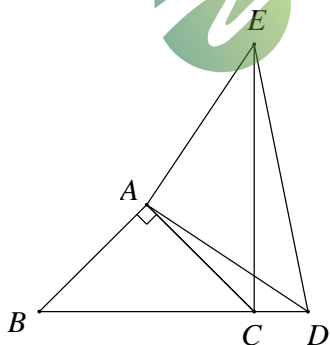
又  $\because AE = FD$

$\therefore AE = CD$  .....6分

26. (1)  $BD=CE; BD \perp CE$  .....2分

(2) ①  $BC+DC=EC$  .....3分

②证明:  $\because \triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  都是等腰直角三角形,



$\therefore AB=AC, AD=AE,$

$\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ.$

$\therefore \angle CAD = \angle CAD,$

$\therefore \angle BAD = \angle CAE.$

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$  .....4分

$\therefore BD=CE, \angle ABC = \angle ACE$

$\because \triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  都是等腰直角三角形,



$\therefore \angle ACE = \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ.$

$\therefore \angle BCE = \angle DCE = 90^\circ.$

在  $Rt\triangle ADE$  和  $Rt\triangle ECD$  中,

$\therefore \angle BCE = \angle DCE = 90^\circ,$

$\therefore AE^2 + AD^2 = DE^2, CE^2 + CD^2 = DE^2 \dots \dots \dots 5$  分

$\therefore AE^2 + AD^2 = CE^2 + CD^2.$

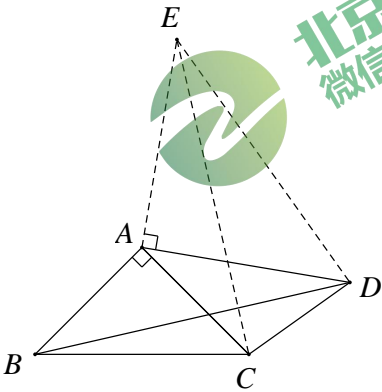
$\therefore AE = AD, BD = CE,$

$\therefore 2AD^2 = BD^2 + CD^2.$

即  $BD^2 + CD^2 = 2AD^2 \dots \dots \dots 6$  分

(3) 过点  $A$  作  $AE \perp AD$ , 并且  $AE = AD$ , 连接  $DE, CE \dots \dots \dots 7$  分

$\therefore \triangle ADE$  是等腰直角三角形.



$\therefore \angle ADE = 45^\circ.$

$\therefore \angle ADC = 45^\circ,$

$\therefore \angle CDE = 90^\circ.$

由 (2) 中②可知,  $\triangle ABD \cong \triangle ACE,$

$\therefore BD = CE.$

$\therefore BD = 13, CD = 5,$

$\therefore CE = 13.$

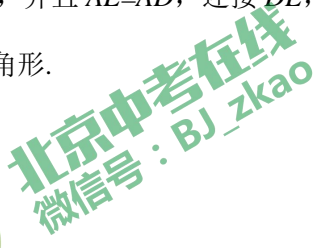
在  $Rt\triangle CDE$  中,

$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$

$\therefore DE^2 + CD^2 = CE^2.$

$\therefore DE^2 = CE^2 - CD^2 = 144.$

$\therefore DE = 12.$



在  $Rt\triangle ADE$  中,

$$\because \angle EAD=90^\circ,$$

$$\therefore AE^2+AD^2=DE^2.$$

$$\therefore 2AD^2=144.$$

$$\therefore AD=6\sqrt{2} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

