



数学阶段测试

一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

1. 9 的平方根是()

A. ± 3 B. $+3$ C. -3 D. $\pm \frac{1}{3}$

2. 下列说法正确的是 ()

A. 4 是 -16 的算术平方根B. 8 的立方根是 ± 2 C. -4 是 16 的平方根D. $(-4)^2$ 的平方根是 4.

3. 下列式子成立的是 ()

A. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ B. $\pm\sqrt{25} = 5$ C. $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[3]{5}$ D. $\sqrt[3]{(-8)^3} = -8$

4. 如果一个多边形的内角和等于其外角和的 2 倍, 那么这个多边形是 ()

A. 三角形

B. 四边形

C. 五边形

D. 六边形

5. 如图, 数轴上, 下列各数是无理数且表示的点在线段 AB 上的是 ()

A. 0

B. $\sqrt{2}-1$ C. $\sqrt[3]{-9}$ D. π 6. 若代数式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()A. $x < 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$ 7. 已知 $43^2 = 1849, 44^2 = 1936, 45^2 = 2025, 46^2 = 2116$. 若 n 为整数且 $n < \sqrt{2021} < n+1$, 则 n 的值为

()

A. 43

B. 44

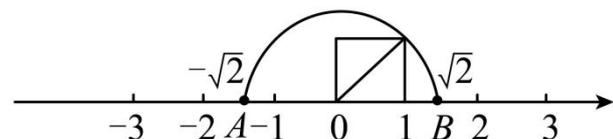
C. 45

D. 46

8. 已知: $\sqrt[3]{0.0468} = 0.3604$, 则 $\sqrt[3]{(\quad)} = -36.04$ A. -46800 B. -4680 C. -46.8 D. -4.68

9. 下列说法正确的有 ()

①一个数的立方根的相反数等于这个数的相反数的立方根;

②64 的平方根是 ± 8 , 立方根是 ± 4 ;③ $\pm\sqrt{a}$ 表示非负数 a 的平方根, $\sqrt[3]{a}$ 表示 a 的立方根;



④ $-\sqrt{a}$ 一定是负数

A. ①③

B. ①③④

C. ②④

D. ①④

10. 在实数范围内，下列判断正确的是 ()

A. 若 $|m| = |n|$ ，则 $m=n$

B. 若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$

C. 若 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{b})^2$ ，则 $a=b$

D. 若 $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b}$ ，则 $a=b$

二、填空题 (本题共 20 分，每题 2 分)

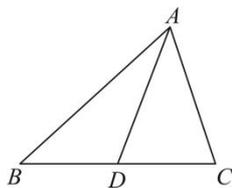
11. 写出一个比 $\sqrt{3}$ 大的无理数 _____.

12. 计算: $\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} =$ _____; $\left(-\sqrt[3]{3}\right)^3 =$ _____.

13. $-\sqrt{6}$ 的相反数是 _____, $\pi - 3.14$ 是 _____ 的相反数;

14. 在 $0.\dot{1}4$, $\frac{11}{7}$, $-\sqrt{2}$, π , $\sqrt[3]{-27}$ 这五个实数中，无理数的是 _____.

15. 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，且 $AB = 5\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$ ，则 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的周长之差为 _____, $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的面积之差为 _____.



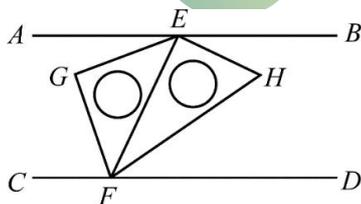
16. 比较大小: $\sqrt{15}$ _____ $\sqrt[3]{64}$; $\sqrt{2} - 1$ _____ $\frac{1}{2}$.

17. 若 $x^2 = 9$, $y^3 = -8$ ，则 $x+y =$ _____.

18. 实数 a 在数轴上的位置如图所示，则 $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(a-3)^2} =$ _____.



19. 如图，一副三角板 GEF 和 HEF 按如图所示放置，过 E 的直线 AB 与过 F 的直线 CD 相互平行，若 $\angle CFG = 72^\circ$ ，则 $\angle BEH =$ _____ $^\circ$.





20. 有一个数值转换器，原理如下：当输入的 x 为 64 时，输出的 y 是_____。



三、解答题 (本题共 50 分)

21. $-2^2 + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt[3]{-64} + |1 - \sqrt{3}|$.

22. 解方程

(1) $x^2 - 81 = 0$

(2) $81x^2 = 25$

(3) $x^3 - 3 = \frac{3}{8}$

(4) $(1-x)^3 = 8$.

23. 已知：实数 a, b 满足 $\sqrt{a+3} + (b-4)^2 = 0$.

(1) 可得 $a =$ _____, $b =$ _____;

(2) 当一个正实数 x 的两个平方根分别为 $m+a$ 和 $b-2m$ 时，求 x 的值.

24. 已知 $5 + \sqrt{11}$ 的小数部分为 a , $5 - \sqrt{11}$ 的小数部分为 b , 求:

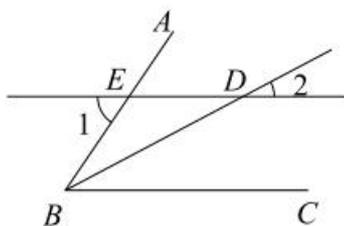
(1) $a+b$ 的值;

(2) $a-b$ 的值.

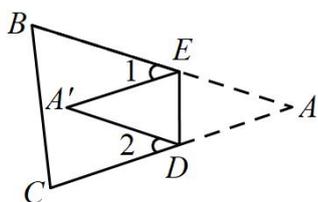
25. 完成下面的证明.

已知：如图， D 是 $\angle ABC$ 平分线上一点， $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 E .

求证： $\angle 1 = 2\angle 2$.

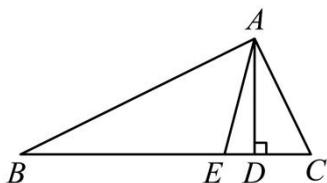


26. 如图，把 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠，点 A 的落点记为 A' . 当点 A' 在四边形 $BCDE$ 内部时， $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间存在的一种数量关系始终保持不变，请写出这种数量关系，并加以证明.



27. 张华想用一块面积为 400cm^2 的正方形纸片, 沿着边的方向剪出一块面积为 300cm^2 的长方形纸片, 使它的长宽之比为 3: 2. 他不知能否裁得出来, 正在发愁. 李明见了说: “别发愁, 一定能用一块面积大的纸片裁出一块面积小的纸片.” 你同意李明的说法吗? 张华能用这块纸片裁出符合要求的纸片吗?

28. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD , AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线, 若 $\angle B=30^\circ$, $\angle C=50^\circ$.



(1) 求 $\angle DAE$ 的度数;

(2) 试写出 $\angle DAE$ 与 $\angle C - \angle B$ 有何关系? 关系为: _____.





数学阶段测试

一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

1. 9 的平方根是()

A. ± 3 B. $+3$ C. -3 D. $\pm \frac{1}{3}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据平方与开平方互为逆运算, 可得一个正数的平方根.

【详解】 解: $\pm\sqrt{9} = \pm 3$,

故选: A.

【点睛】 本题考查了平方根, 注意一个正数的平方根有两个, 它们互为相反数.

2. 下列说法正确的是 ()

A. 4 是 -16 的算术平方根B. 8 的立方根是 ± 2 C. -4 是 16 的平方根D. $(-4)^2$ 的平方根是 4.

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据平方根、算术平方根、立方根的含义和求法, 逐项判断即可.

【详解】 解: A. 负数没有平方根, 故 4 是 -16 的算术平方根说法不正确, 不符合题意;

B. 8 的立方根是 2, 故原说法不正确, 不符合题意;

C. -4 是 16 的平方根, 说法正确, 符合题意;D. $(-4)^2$ 的平方根是 ± 4 , 故原说法不正确, 不符合题意.

故选: C

【点睛】 此题主要考查了平方根、算术平方根、立方根的含义和求法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: (1) 一个正数有两个平方根, 这两个平方根互为相反数. (2) 一个正数或 0 只有一个算术平方根. (3) 一个数的立方根只有一个.

3. 下列式子成立的是 ()

A. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ B. $\pm\sqrt{25} = 5$ C. $\sqrt[3]{-5} = \sqrt[3]{5}$ D. $\sqrt[3]{(-8)^3} = -8$

【答案】 D



【解析】

【分析】 各项利用平方根、立方根定义判断即可.

【详解】 A、原式= $|-2|=2$, 不符合题意;

B、原式= ± 5 , 不符合题意;

C、原式= $-\sqrt[3]{5}$, 不符合题意;

D、原式= -8 , 符合题意,

故选 D.

【点睛】 此题考查了立方根, 平方根, 以及算术平方根, 熟练掌握各自的定义是解本题的关键.

4. 如果一个多边形的内角和等于其外角和的 2 倍, 那么这个多边形是 ()

A. 三角形

B. 四边形

C. 五边形

D. 六边形

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据多边形的内角和的计算公式与外角和是 360° 列出方程, 解方程即可.

【详解】 解: 设这个多边形边数是 n , 根据题意得:

$$(n-2) \times 180^\circ = 2 \times 360^\circ,$$

解得: $n = 6$,

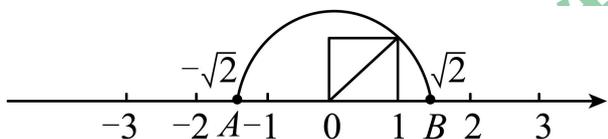
即这个多边形是六边形, 故 D 正确.

故选: D.

【点睛】 本题主要考查的是多边形的内角和与外角和, 一元一次方程的应用, 掌握 n 边形的内角和为

$(n-2) \cdot 180^\circ$ 、外角和是 360° 是解题的关键.

5. 如图, 数轴上, 下列各数是无理数且表示的点在线段 AB 上的是 ()



A. 0

B. $\sqrt{2}-1$

C. $\sqrt[3]{-9}$

D. π

【答案】 B

【解析】

【分析】 先根据数轴可得在线段 AB 上的点所表示的无理数的取值范围为大于 $-\sqrt{2}$ 且小于 $\sqrt{2}$, 再根据无理数的估算、立方根的性质逐项判断即可得.



【详解】解：由数轴可知，在线段 AB 上的点所表示的无理数的取值范围为大于 $-\sqrt{2}$ 且小于 $\sqrt{2}$ 。

A、0 是有理数，则此项不符题意；

B、 $\sqrt{2}-1$ 是无理数，且 $-\sqrt{2} < \sqrt{2}-1 < \sqrt{2}$ ，则此项符合题意；

C、 $\sqrt[3]{-9}$ 是无理数，但 $\sqrt[3]{-9} < \sqrt[3]{-8} = -2 < -\sqrt{2}$ ，则此项不符题意；

D、 π 是无理数，但 $\pi \approx 3.14 > \sqrt{2}$ ，则此项不符题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了实数与数轴、无理数的估算、立方根，熟练掌握实数与数轴的关系是解题关键。

6. 若代数式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()

A. $x < 1$

B. $x \leq 1$

C. $x > 1$

D. $x \geq 1$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可。

【详解】解：由题意得， $x-1 \geq 0$ ，

解得 $x \geq 1$ 。

故选：D.

【点睛】本题主要考查二次根式有意义的条件，解题的关键是掌握要使二次根式有意义，其被开方数应为非负数。

7. 已知 $43^2 = 1849, 44^2 = 1936, 45^2 = 2025, 46^2 = 2116$ 。若 n 为整数且 $n < \sqrt{2021} < n+1$ ，则 n 的值为 ()

A. 43

B. 44

C. 45

D. 46

【答案】B

【解析】

【分析】由题意可直接进行求解。

【详解】解： $\because 43^2 = 1849, 44^2 = 1936, 45^2 = 2025, 46^2 = 2116$ ，

$\therefore 44^2 < 2021 < 45^2$ ，

$\therefore 44 < \sqrt{2021} < 45$ ，

$\therefore n = 44$ ；

故选 B.



【点睛】 本题主要考查算术平方根，熟练掌握算术平方根是解题的关键。

8. 已知： $\sqrt[3]{0.0468} = 0.3604$ ，则 $\sqrt[3]{(\quad)} = -36.04$

- A. -46800 B. -4680 C. -46.8 D. -4.68

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据立方根的小数点向右移动 2 位，是被开方数的小数点向右移动 6 位，可得答案。

【详解】 解： $\sqrt[3]{0.0468} = 0.3604$ ，则 $\sqrt[3]{(\quad)} = -36.04$ ，括号里应为 -46800，

故选：A.

【点睛】 本题考查了立方根，立方根扩大 100 倍，被开方数扩大 1000000 倍。

9. 下列说法正确的有 ()

- ①一个数的立方根的相反数等于这个数的相反数的立方根；
- ②64 的平方根是 ± 8 ，立方根是 ± 4 ；
- ③ $\pm\sqrt{a}$ 表示非负数 a 的平方根， $\sqrt[3]{a}$ 表示 a 的立方根；
- ④ $-\sqrt{a}$ 一定是负数

- A. ①③ B. ①③④ C. ②④ D. ①④

【答案】 A

【解析】

【分析】 ①根据一对相反数的立方根仍是一对相反数即可判定；

②分别求出 64 的立方根与平方根，然后即可判定；

③理清非负数平方根的表示方法；实数立方根的表示方法即可判定；

④考虑数 0 即可判定。

【详解】 解：①一对相反数的立方根仍是一对相反数，故①正确；

②64 的立方根是 4，64 的平方根是 ± 8 ，故②错误；

③本题符合非负数平方根的表示方法，实数立方根的表示方法，故说法③正确；

④ $-\sqrt{0} = 0$ ，所以 $-\sqrt{a}$ 不一定是负数，故④错误；

综上所述可知，①③正确，故 A 正确。

故选：A.

【点睛】 本题主要考查了平方根、立方根的定义及其表示方法，解题的关键是熟练掌握这些基础知识。

10. 在实数范围内，下列判断正确的是 ()



A. 若 $|m| = |n|$, 则 $m=n$

B. 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$

C. 若 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{b})^2$, 则 $a=b$

D. 若 $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b}$, 则 $a=b$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据实数的基本性质，逐个分析即可。

【详解】 A、根据绝对值的性质可知：两个数的绝对值相等，则这两个数相等或互为相反数，故选项错误；

B、平方大的，即这个数的绝对值大，不一定这个数大，如两个负数，故说法错误；

C、两个数可能互为相反数，如 $a=-3$, $b=3$, 故选项错误；

D、根据立方根的定义，显然这两个数相等，故选项正确。

故选：D.

【点睛】 考本题考查了实数的性质，理解算术平方根和立方根性质是关键。

二、填空题 (本题共 20 分, 每题 2 分)

11. 写出一个比 $\sqrt{3}$ 大的无理数 _____.

【答案】 $\sqrt{5}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 结合两个方面来写：(1) 无理数；(2) 被开方数大于 3.

【详解】 解：比 $\sqrt{3}$ 大的无理数可以是 $\sqrt{5}$ (答案不唯一)。

故答案为： $\sqrt{5}$ (答案不唯一)。

【点睛】 本题考查了估算无理数的大小，要想准确地估算出无理数的取值范围需要记住一些常用数的平方。

12. 计算： $\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\left(-\sqrt[3]{3}\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 ①. $\frac{3}{5}$ ②. -3

【解析】

【分析】 根据算术平方根和立方根的概念计算即可。

【详解】 解： $\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$,

$\left(-\sqrt[3]{3}\right)^3 = -3$



故答案为: $\frac{3}{5}$; -3 .

【点睛】 本题考查了算术平方根, 立方根, 掌握算术平方根和立方根的概念是解题的关键.

13. $-\sqrt{6}$ 的相反数是 _____, $\pi - 3.14$ 是 _____ 的相反数;

【答案】 ①. $\sqrt{6}$ ②. $3.14 - \pi$ ## $-\pi + 3.14$

【解析】

【分析】 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

【详解】 解: $-\sqrt{6}$ 的相反数是 $\sqrt{6}$; $\pi - 3.14$ 的相反数是 $-(\pi - 3.14) = 3.14 - \pi$,

故答案为: $\sqrt{6}$, $3.14 - \pi$.

【点睛】 本题考查了实数的性质, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

14. 在 $0.\dot{1}4$, $\frac{11}{7}$, $-\sqrt{2}$, π , $\sqrt[3]{-27}$ 这五个实数中, 无理数的是 _____.

【答案】 $-\sqrt{2}$, π

【解析】

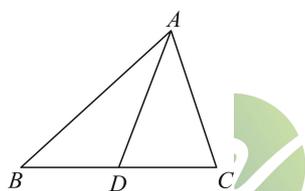
【分析】 直接根据无理数的概念作答即可.

【详解】 解: $0.\dot{1}4$ 是循环小数, 不是无理数; $\frac{11}{7}$ 是整数之比, 不是无理数; $-\sqrt{2}$ 开方后是无限小数, 是无理数; π 为无限小数; $\sqrt[3]{-27} = -3$, 不是无理数.

故答案为 $-\sqrt{2}$, π

【点睛】 本题考查了无理数的概念, 无理数, 即非有理数的实数, 不能写作两整数之比. 若将它写成小数形式, 小数点之后的数字有无限多个, 并且不会循环.

15. 如图, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 且 $AB = 5\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$, 则 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的周长之差为 _____, $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的面积之差为 _____.



【答案】 ①. 2cm ②. 0cm^2

【解析】

【分析】 根据三角形的中线的定义可得 $BD = CD$, 然后求出 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的周长之差 = $AB - AC$. 面积之差等于 0.



【详解】解：∵ AD 为中线，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 与 } \triangle ACD \text{ 的周长之差} = (AB + AD + BD) - (AC + AD + CD) = AB - AC,$$

$$\therefore AB = 5\text{cm}, AC = 3\text{cm},$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 与 } \triangle ACD \text{ 的周长之差} = 5 - 3 = 2(\text{cm}).$$

$$\text{又 } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}, S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} - S_{\triangle ACD} = 0, \text{ 即 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACD \text{ 的面积之差为 } 0\text{cm}^2$$

故答案为：2cm；0cm²。

【点睛】本题考查了三角形的中线，熟记概念并求出两个三角形的周长的差等于两边的差是解题的关键。

16. 比较大小： $\sqrt{15}$ _____ $\sqrt[3]{64}$ ； $\sqrt{2}-1$ _____ $\frac{1}{2}$ 。

【答案】 ①. < ②. <

【解析】

【分析】根据 $9 < 15 < 16$ 得到 $3 < \sqrt{15} < 4$ ，而 $\sqrt[3]{64} = 4$ ，即可得到 $\sqrt{15} < \sqrt[3]{64}$ ，根据

$$(\sqrt{2})^2 = 2, \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = 1.5^2 = 2.25 \text{ 得到 } (\sqrt{2})^2 < \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2, \text{ 进一步即可得到 } \sqrt{2} - 1 < \frac{1}{2}.$$

【详解】解：∵ $9 < 15 < 16$ ，

$$\therefore 3 < \sqrt{15} < 4,$$

$$\therefore \sqrt[3]{64} = 4,$$

$$\therefore \sqrt{15} < \sqrt[3]{64},$$

$$\therefore (\sqrt{2})^2 = 2, \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = 1.5^2 = 2.25,$$

$$\therefore (\sqrt{2})^2 < \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2,$$

$$\therefore \sqrt{2} < 1 + \frac{1}{2},$$

$$\therefore \sqrt{2} - 1 < \frac{1}{2},$$

故答案为：<；<

【点睛】此题考查了无理数的估算和实数比较大小，熟练掌握无理数的估算是解题的关键。



17. 若 $x^2 = 9, y^3 = -8$, 则 $x+y =$ _____.

【答案】 1 或 -5 或 1

【解析】

【分析】 分别求出 x, y 的值, 然后代入运算即可.

【详解】 解: $\because x^2 = 9, y^3 = -8,$

$\therefore x = \pm 3, y = -2,$

故 $x+y = -5$ 或 $1.$

故答案为: -5 或 $1.$

【点睛】 本题考查了实数的运算, 易错点在于漏解, 注意一个正数的平方根有两个.

18. 实数 a 在数轴上的位置如图所示, 则 $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(a-3)^2} =$ _____.



【答案】 1

【解析】

【分析】 根据数轴得到 $a-2 > 0, a-3 < 0$, 再根据算术平方根进行化简, 合并同类项即可.

【详解】 解: 由数轴可知 $a-2 > 0, a-3 < 0,$

$$\therefore \sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$$

$$= |a-2| + |a-3|$$

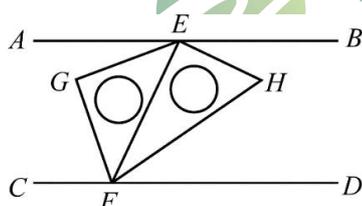
$$= a-2+3-a$$

$$= 1$$

故答案为: 1

【点睛】 此题考查了算术平方根, 结合数轴求出式子的取值范围是解题的关键.

19. 如图, 一副三角板 GEF 和 HEF 按如图所示放置, 过 E 的直线 AB 与过 F 的直线 CD 相互平行, 若 $\angle CFG = 72^\circ$, 则 $\angle BEH =$ _____.



【答案】 27



【解析】

【分析】 直接利用平行线的性质及特殊直角三角形角的特征求解即可.

【详解】 解: $\because AB \parallel CD,$

$$\therefore \angle CFE = \angle FEB,$$

$$\text{即 } \angle CFG + \angle GFE = \angle FEH + \angle BEH,$$

$$\text{又 } \because \angle CFG = 72^\circ, \angle GFE = 45^\circ, \angle FEH = 90^\circ,$$

$$\therefore 72^\circ + 45^\circ = 90^\circ + \angle BEH,$$

$$\therefore \angle BEH = 27^\circ,$$

故答案为 27

【点睛】 本题主要考查了平行线的性质及角的和差的运用. 熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

20. 有一个数值转换器, 原理如下: 当输入的 x 为 64 时, 输出的 y 是_____.



【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 直接根据题意列式计算即可.

【详解】 解: $\sqrt[3]{64} = 4, \sqrt{4} = 2,$

2 是有理数,

$$\sqrt{2} = \sqrt{2},$$

即输出的 y 是 $\sqrt{2}.$

故答案为 $\sqrt{2}.$

【点睛】 本题考查了求算术平方根和立方根即根据图片列式计算, 能够根据图片正确列出算式是解题的关键.

三、解答题 (本题共 50 分)

21. $-2^2 + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt[3]{-64} + |1 - \sqrt{3}|.$

【答案】 $\sqrt{3} + 1$

【解析】



【分析】先计算乘方，算术平方根，立方根及绝对值，再计算加减法.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & -2^2 + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt[3]{-64} + |1 - \sqrt{3}| \\ &= -4 + 2 - (-4) + (\sqrt{3} - 1) \\ &= 2 + \sqrt{3} - 1 \\ &= \sqrt{3} + 1. \end{aligned}$$

【点睛】此题考查了实数的混合运算，正确掌握乘方的计算法则，算术平方根及立方根的定义，绝对值的化简是解题的关键.

22. 解方程

(1) $x^2 - 81 = 0$

(2) $81x^2 = 25$

(3) $x^3 - 3 = \frac{3}{8}$

(4) $(1-x)^3 = 8$.

【答案】(1) $x = 9$ 或 $x = -9$

(2) $x = \frac{5}{9}$ 或 $x = -\frac{5}{9}$

(3) $x = \frac{3}{2}$

(4) $x = -1$

【解析】

【分析】(1) 先移项，再用直接开平方法进行解答； (2) 先系数化为 1，再用直接开平方法进行解答；

(3) 先移项，再用开立方方法进行解答；

(4) 先开立方，然后再求出 x 的值即可

【小问 1 详解】

$$x^2 - 81 = 0,$$

$$x^2 = 81,$$

$$x = \pm 9,$$

即 $x = 9$ 或 $x = -9$

【小问 2 详解】

$$81x^2 = 25,$$



$$x^2 = \frac{25}{81}$$

$$x = \pm \frac{5}{9},$$

$$\text{即 } x = \frac{5}{9} \text{ 或 } x = -\frac{5}{9}$$

【小问3 详解】

$$x^3 - 3 = \frac{3}{8}$$

$$x^3 = \frac{3}{8} + 3$$

$$x^3 = \frac{27}{8}$$

$$x = \frac{3}{2};$$

【小问4 详解】

$$(1-x)^3 = 8,$$

$$1-x = 2$$

$$x = -1$$

【点睛】 本题考查了平方根和立方根的概念，注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0的平方根是0；负数没有平方根；立方根的性质：一个正数的立方根是正数，一个负数的立方根是负数，0的立方根是0.

23. 已知：实数 a ， b 满足 $\sqrt{a+3} + (b-4)^2 = 0$.

(1) 可得 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 当一个正实数 x 的两个平方根分别为 $m+a$ 和 $b-2m$ 时，求 x 的值.

【答案】 (1) -3 ， 4 ； (2) 4

【解析】

【分析】 (1) 根据二次根式和平方的非负性可得到 $a+3=0$ ， $b-4=0$ ，运算求解即可；

(2) 根据一个正数的平方根为一对相反数，列式运算即可.

【详解】 (1) $a = -3$ ， $b = 4$ ；

(2) 依题意，得 $m+a+b-2m=0$.

$$\text{即 } m-3+4-2m=0.$$

$$\therefore m=1.$$

$$\therefore x=(m+a)^2=(1-3)^2=4.$$



【点睛】本题主要考查了二次根式和平方的非负性，一个数平方根，熟悉掌握概念是解题的关键。

24. 已知 $5+\sqrt{11}$ 的小数部分为 a ， $5-\sqrt{11}$ 的小数部分为 b ，求：

(1) $a+b$ 的值；

(2) $a-b$ 的值.

【答案】(1) 1；(2) $2\sqrt{11}-7$.

【解析】

【详解】试题分析：先根据算术平方根的定义得到 $3 < \sqrt{11} < 4$ ，则利用不等式性质可得到 $8 < 5+\sqrt{11} < 9$ ， $1 < 5-\sqrt{11} < 2$ ，所以 $a=5+\sqrt{11}-8=\sqrt{11}-3$ ， $b=4-\sqrt{11}$ ，然后把它们的和、差。

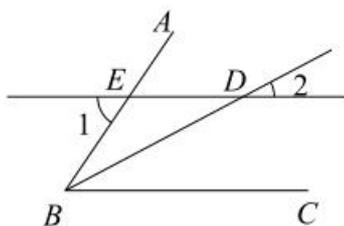
试题解析： $\because 3 < \sqrt{11} < 4$ ， $\therefore 8 < 5+\sqrt{11} < 9$ ， $\therefore a=5+\sqrt{11}-8=\sqrt{11}-3$ ，

\therefore 有 $b=4-\sqrt{11}$ ，将 a, b 值代入可得：(1) $a+b=1$ ，(2) $a-b=2\sqrt{11}-7$.

25. 完成下面的证明.

已知：如图， D 是 $\angle ABC$ 平分线上一点， $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 E .

求证： $\angle 1 = 2\angle 2$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】根据角平分线的定义得到 $\angle ABD = \angle CBD$ ，由 $DE \parallel BC$ 得到 $\angle CBD = \angle 2$ ，则 $\angle ABD = \angle CBD = \angle 2$ ，由对顶角相等得到 $\angle BDE = \angle 2$ ，最后由三角形外角的性质即可得到结论.

【详解】解： $\because D$ 是 $\angle ABC$ 平分线上一点，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$ ，

$\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle CBD = \angle 2$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD = \angle 2$ ，

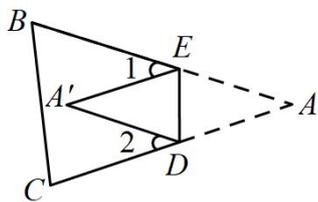
$\because \angle BDE = \angle 2$ ， $\angle 1$ 是 $\triangle BED$ 的一个外角，

$\therefore \angle 1 = \angle ABD + \angle BDE = 2\angle 2$.



【点睛】此题考查了平行线的性质、对顶角相等、三角形外角的性质等知识，熟练掌握相关性质是解题的关键。

26. 如图，把 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠，点 A 的落点记为 A' 。当点 A' 在四边形 $BCDE$ 内部时， $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间存在的一种数量关系始终保持不变，请写出这种数量关系，并加以证明。

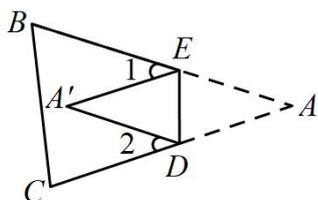


【答案】 $2\angle A = \angle 1 + \angle 2$

【解析】

【分析】设 $\angle AED = x$ ， $\angle ADE = y$ ，根据折叠的性质得 $\angle A'ED = x$ ， $\angle A'DE = y$ ，根据三角形的内角和定理以及平角的定义，得出 $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 的关系。

【详解】解：如图，



设 $\angle AED = x$ ， $\angle ADE = y$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 沿 DE 折叠，

$\therefore \angle A'ED = x$ ， $\angle A'DE = y$ ，

$\therefore \angle A + x + y = 180^\circ$ ， $\angle 1 + 2x = 180^\circ$ ， $\angle 2 + 2y = 180^\circ$ ，

$\therefore x + y = 180^\circ - \angle A$ ， $\angle 1 + \angle 2 + 2x + 2y = 2 \times 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + 2(180^\circ - \angle A) = 2 \times 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 - 2\angle A = 0$ ，

$\therefore 2\angle A = \angle 1 + \angle 2$ ，

故答案为： $2\angle A = \angle 1 + \angle 2$ 。

【点睛】本题考查了三角形的内角和定理，以及翻折变换，解题的关键是得出折叠前后不变的角。

27. 张华想用一块面积为 400cm^2 的正方形纸片，沿着边的方向剪出一块面积为 300cm^2 的长方形纸片，使它的长宽之比为 3: 2。他不知能否裁得出来，正在发愁。李明见了说：“别发愁，一定能用一块面积大的纸片



裁出一块面积小的纸片。”你同意李明的说法吗？张华能用这块纸片裁出符合要求的纸片吗？

【答案】 不同意，理由见解析。

【解析】

【分析】 设面积为 300 cm^2 的长方形的长宽分为 $3x\text{ cm}$ ， $2x\text{ cm}$ ，则 $3x \cdot 2x = 300$ ， $x^2 = 50$ ，解得 $x = 5\sqrt{2}$ ，而面积为 400 cm^2 的正方形的边长为 20 厘米，由于 $15\sqrt{2} > 20$ ，所以用一块面积为 400 cm^2 的正方形纸片，沿着边的方向裁不出一块面积为 300 cm^2 的长方形纸片，使它的长宽之比为 3:2。

【详解】 解：不同意李明的说法。

设长方形纸片的长为 $3x$ ($x > 0$) cm ，则宽为 $2x\text{ cm}$

依题意得： $3x \cdot 2x = 300$ ， $6x^2 = 300$ ， $x^2 = 50$

$\therefore x > 0$

$\therefore x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

\therefore 长方形纸片的长为 $15\sqrt{2}\text{ cm}$

$\therefore 50 > 49$

$\therefore 5\sqrt{2} > 7$

$\therefore 15\sqrt{2} > 21$

即长方形纸片的长大于 20 cm

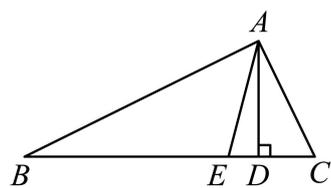
由正方形纸片的面积为 400 cm^2 ，可知其边长为 20 cm

\therefore 长方形纸片的长大于正方形纸片的边长。

答：李明不能用这块纸片裁出符合要求的长方形纸片。

【点睛】 本题考查了算术平方根的定义：一个正数的正的平方根叫这个数的算术平方根；0 的算术平方根为 0。也考查了估算无理数的大小。

28. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD ， AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线，若 $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 50^\circ$ 。



(1) 求 $\angle DAE$ 的度数；

(2) 试写出 $\angle DAE$ 与 $\angle C - \angle B$ 有何关系？关系为：_____。

【答案】 (1) $\angle DAE = 10^\circ$ ；



$$(2) \angle DAE = \frac{1}{2} (\angle C - \angle B)$$

【解析】

【分析】(1) 根据三角形内角和定理求出 $\angle CAB$ ，根据角平分线定义求出 $\angle CAE$ ，求出 $\angle ADC = 90^\circ$ ，根据三角形内角和定理求出 $\angle CAD$ ，即可得出答案；

(2) 根据三角形内角和定理求出 $\angle CAB$ ，根据角平分线定义求出 $\angle CAE$ ，求出 $\angle ADC = 90^\circ$ ，根据三角形内角和定理求出 $\angle CAD$ ，即可得出答案。

【小问1详解】

解： $\because \angle B = 30^\circ, \angle C = 50^\circ,$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 100^\circ,$$

$\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 50^\circ,$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle C = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ;$$

【小问2详解】

$$\text{解： } \angle DAE = \frac{1}{2} (\angle C - \angle B),$$

理由是： $\because \angle B + \angle C + \angle CAB = 180^\circ,$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C,$$

$\because AE$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle B - \angle C) = 90^\circ - \frac{1}{2} (\angle B + \angle C),$$

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle C,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 90^\circ - \frac{1}{2} (\angle B + \angle C) - (90^\circ - \angle C)$$

$$= \frac{1}{2} (\angle C - \angle B).$$

故答案为： $\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle C - \angle B).$



【点睛】 本题考查了角平分线定义，三角形的高，三角形的内角和定理等知识点，能求出 $\angle CAE$ 和 $\angle CAD$ 的度数是解此题的关键.



