

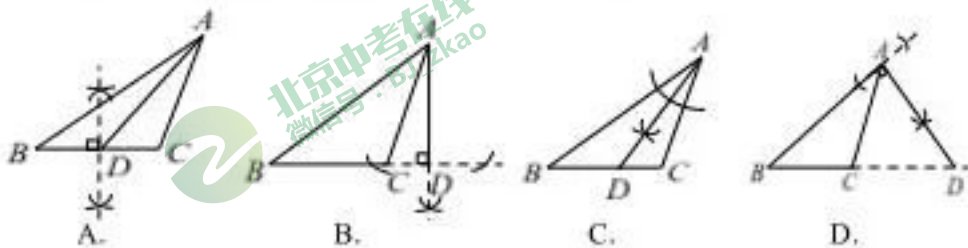
数 学

- | | |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 考
生
须
知 | 1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和学号.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色签字笔作答. |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

一、选择题: (共 8 个小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

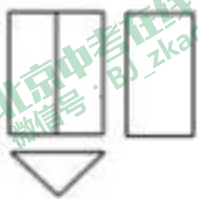
下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的.

1. 利用尺规作图, 作 $\triangle ABC$ 边上的高 AD , 正确的是



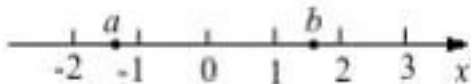
2. 右图是某几何体的三视图, 该几何体是

- A. 三棱柱 B. 三棱锥
C. 圆柱 D. 圆锥



3. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是

- A. $a > -1$ B. $a \cdot b > 0$
C. $-b < 0 < -a$ D. $|a| > |b|$

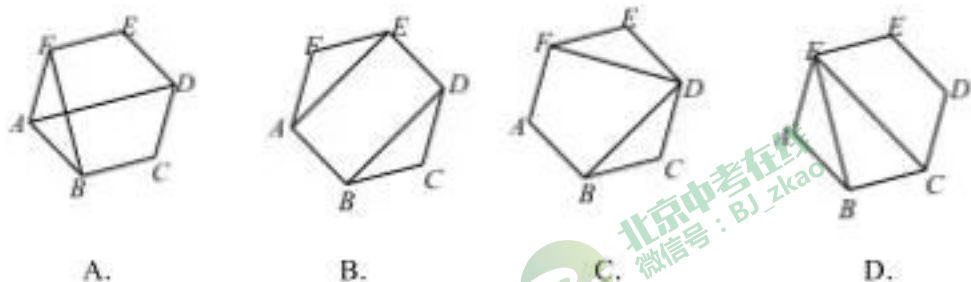


4. 计算: $\frac{\overbrace{a+a+\dots+a}^n}{\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdots b}_n} =$

- A. $\frac{9a}{7b}$ B. $\frac{a^9}{7b}$ C. $\frac{9a}{b^7}$ D. $\frac{a^9}{b^7}$

5. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+1)x + 1 = 0$ 有两个不等的整数根, 那么 m 的值是
- A. -1 B. 1 C. 0 D. ± 1

6. 已知正六边形 $ABCDEF$, 下列图形中不是轴对称图形的是

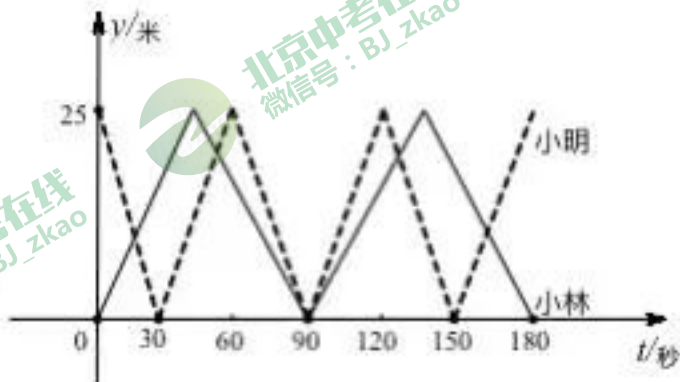
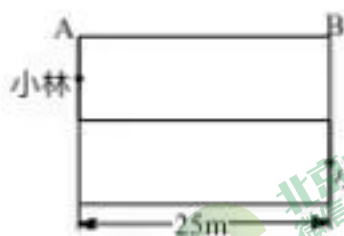


7. 下面的统计图反映了我国 2013 年到 2017 年国内生产总值情况。(以上数据摘自国家统计局《中华人民共和国 2017 年国民经济和社会发展统计公报》) 根据统计图提供的信息, 下列推断不合理的是

- A. 与 2016 年相比, 2017 年我国国内生产总值有所增长;
- B. 2013-2016 年, 我国国内生产总值的增长率逐年降低;
- C. 2013-2017 年, 我国国内生产总值的平均增长率约为 6.7% ;
- D. 2016-2017 年比 2014-2015 年我国国内生产总值增长的多.



8. 某游泳池长 25 米, 小林和小明两个人分别在游泳池的 A, B 两边, 同时朝着另一边游泳, 他们游泳的时间为 t (秒), 其中 $0 \leq t \leq 180$, 到 A 边距离为 y (米), 图中的实线和虚线分别表示小林和小明在游泳过程中 y 与 t 的对应关系. 下面有四个推断:
- ①小明游泳的平均速度小于小林游泳的平均速度;
 - ②小明游泳的距离大于小林游泳的距离;
 - ③小明游 75 米时小林游了 90 米游泳;
 - ④小明与小林共相遇 5 次;



其中正确的是

- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ②④

二、填空题 (共 8 个小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 若分式 $\frac{x+2}{x-3}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

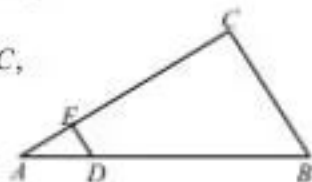
10. 右图是一个正五边形, 则 $\angle 1$ 的度数是_____.



11. 如果 $a^2 - a - 1 = 0$, 那么代数式 $(a - \frac{2a-1}{a}) \cdot \frac{a^2}{a-1}$ 的值是_____.

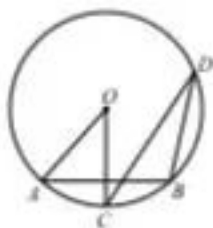
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 上的点, $DE \parallel BC$,

若 $AD=1, BD=3$, 则 $\frac{DE}{BC}$ 的值为_____.

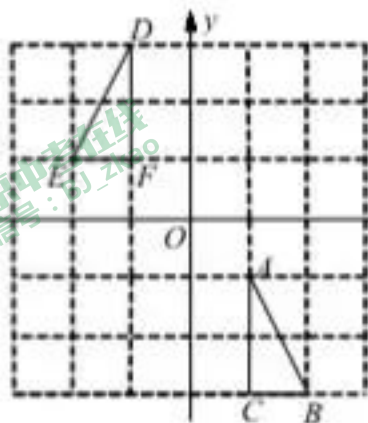


13. 2017 年延庆区农业用水和居民家庭用水的总和为 8 亿立方米, 其中居民家庭用水比农业用水的 2 倍还多 0.5 亿立方米. 设农业用水为 x 亿立方米, 居民家庭用水为 y 亿立方米. 依题意, 可列方程组为_____.

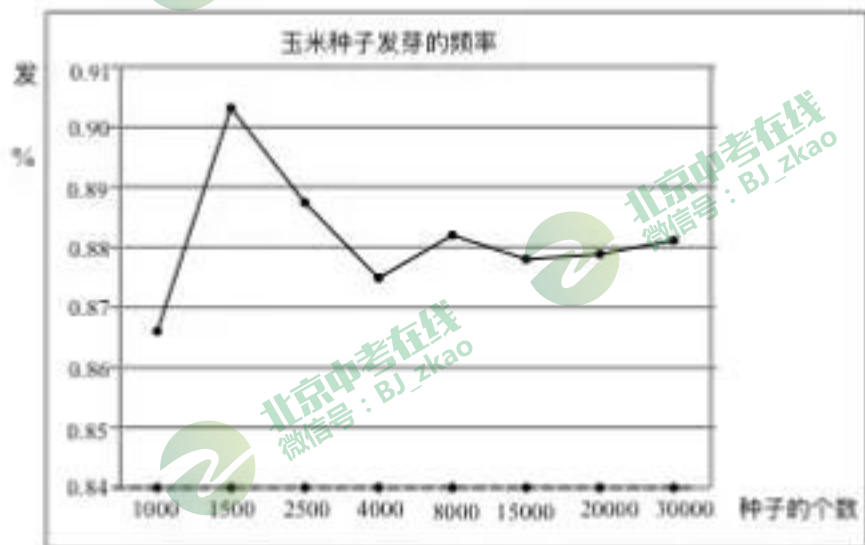
14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OC \perp AB$, $\angle AOC = 42^\circ$, 那么 $\angle CDB$ 的度数为_____.



15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle DEF$ 可以看作是 $\triangle ABC$ 经过若干次图形的变化 (平移、轴对称、旋转) 得到的, 写出一种由 $\triangle ABC$ 得到 $\triangle DEF$ 的过程: _____.



16. 某农科所在相同条件下做玉米种子发芽实验, 结果如下:



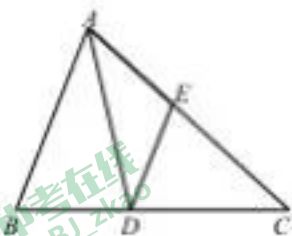
某位顾客购进这种玉米种子 10 千克, 那么大约有_____千克种子能发芽.

- 三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题-22 题, 每小题 5 分; 第 23-26 题, 每小题 6 分; 第 27 题, 第 28 题每小题各 7 分) 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

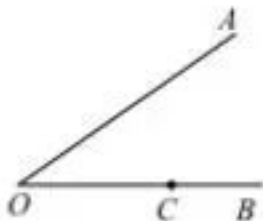
17. 计算: $3 \tan 30^\circ + |1 - \sqrt{3}| + (2 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 2 < 3(x + 2), \\ \frac{x + 5}{2} \leq 3x. \end{cases}$$
 并写出它的所有整数解.

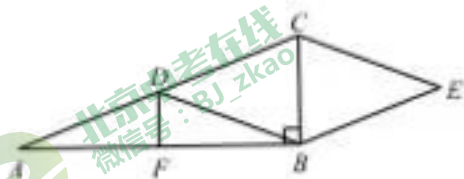
19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ，
过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E 。
求证： $AE = DE$ 。



20. 已知： $\angle AOB$ 及边 OB 上一点 C 。
求作： $\angle OCD$ ，使得 $\angle OCD = \angle AOB$ 。
要求：1. 尺规作图，保留作图痕迹，不写做法；
(说明：作出一个即可)
2. 请你写出作图的依据。



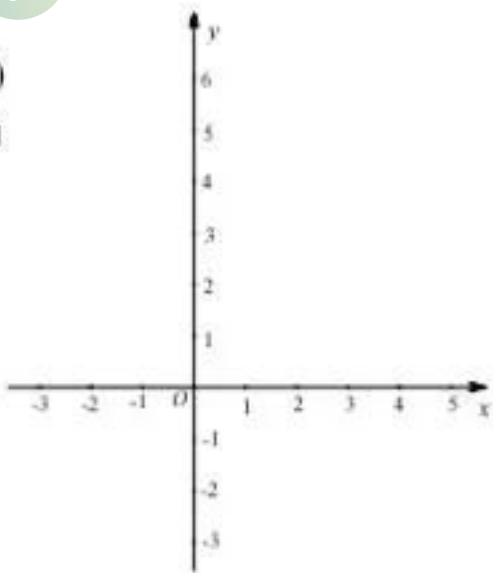
21. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点 D, F
分别是 AC, AB 的中点， $CE \parallel DB$ ， $BE \parallel DC$ 。
(1) 求证：四边形 $DBEC$ 是菱形；
(2) 若 $AD = 3$ ， $DF = 1$ ，求四边形 $DBEC$ 面积。



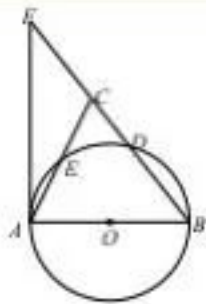
22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)
与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，与反比例函
数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象在第一象限交于点
 $P(1, 3)$ ，连接 OP 。

(1) 求反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的表达式；

(2) 若 $\triangle AOB$ 的面积是 $\triangle POB$ 的面积的 2 倍，
求直线 $y = kx + b$ 的表达式。



23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, D 是 $\odot O$ 上一点, 点 E 是 AD 的中点, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线交 BD 的延长线于点 F , 连接 AE 并延长交 BF 于点 C .



(1) 求证: $AB = BC$;

(2) 如果 $AB=5$, $\tan \angle FAC = \frac{1}{2}$, 求 FC 的长.

24. 从北京市环保局证实, 为满足 2022 年冬奥会对环境质量的要求, 北京延庆正在对其周边的环境污染进行综合治理, 率先在部分村镇进行“煤改电”改造. 在治理的过程中, 环保部门随机选取了永宁镇和千家店镇进行空气质量监测. 过程如下, 请补充完整.

收集数据:

从 2016 年 12 月初开始, 连续一年对两镇的空气质量进行监测 (将 30 天的空气污染指数 (简称: API) 的平均值作为每个月的空气污染指数, 12 个月的空气污染指数如下:

千家店镇: 120 115 100 100 95 85 80 70 50 50 50 45

永宁镇: 110 90 105 80 90 85 90 60 90 45 70 60

整理、描述数据:

按如下表整理、描述这两镇空气污染指数的数据:

镇	空气质量	空气质量为优	空气质量为良	空气质量为轻微污染
	次数			
千家店镇		4	6	2
永宁镇				

(说明: 空气污染指数 ≤ 50 时, 空气质量为优; $50 <$ 空气污染指数 ≤ 100 时, 空气质量为良; $100 <$ 空气污染指数 ≤ 150 时, 空气质量为轻微污染.)

分析数据:

两镇的空气污染指数的平均数、中位数、众数如下表所示:

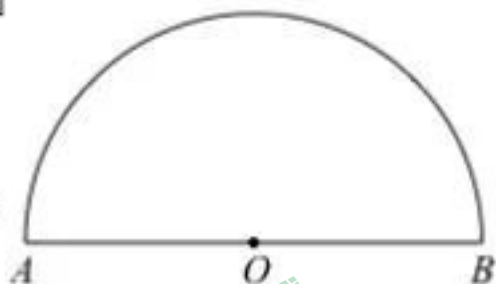
城镇	平均数	中位数	众数
千家店	80		50
永宁	81.3	87.5	

请将以上两个表格补充完整;

得出结论: 可以推断出_____镇这一年中环境状况比较好, 理由为_____.

(至少从两个不同的角度说明推断的合理性)

25. 如图, 点 P 是以 O 为圆心, AB 为直径的半圆上的动点, $AB=6\text{cm}$, 设弦 AP 的长为 $x\text{cm}$, $\triangle APO$ 的面积为 $y\text{cm}^2$, (当点 P 与点 A 或点 B 重合时, y 的值为 0).



小明根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

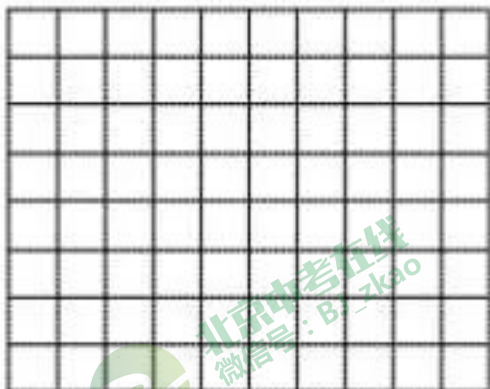
下面是小明的探究过程, 请补充完整:

- (1) 通过取点、画图、测量、计算, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x/cm	0.5	1	2	3	3.5	4	5	5.5	5.8
y/cm^2	0.8	1.5	2.8	3.9	4.2	m	4.2	3.3	2.3

那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$; (保留一位小数)

- (2) 建立平面直角坐标系, 描出以表中各组对应值为坐标的点, 画出该函数图象.



- (3) 结合函数图象说明, 当 $\triangle APO$ 的面积是 4 时, 则 AP 的值约为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (保留一位小数)

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3a (a > 0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (A 在 B 的左侧).

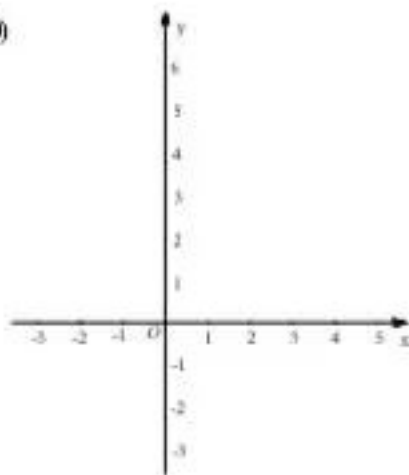
(1) 求抛物线的对称轴及点 A, B 的坐标;

(2) 点 $C (t, 3)$ 是抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3a (a > 0)$

上一点, (点 C 在对称轴的右侧), 过点 C 作 x 轴的垂线, 垂足为点 D .

①当 $CD = AD$ 时, 求此时抛物线的表达式;

②当 $CD > AD$ 时, 求 t 的取值范围.



27. 如图1, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 延长线上一点, 连接 DE , 过点 B 作 $BF \perp DE$ 于点 F , 连接 FC .

(1) 求证: $\angle FBC = \angle CDF$.

(2) 作点 C 关于直线 DE 的对称点 G , 连接 CG , FG .

① 依据题意补全图形;

② 用等式表示线段 DF , BF , CG 之间的数量关系并加以证明.

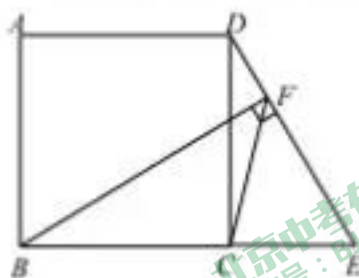
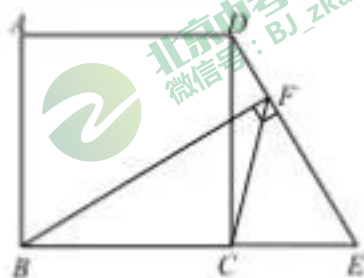


图1



备用图

28. 平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(x_1, y_1)$ 与 $B(x_2, y_2)$, 如果满足 $x_1 + x_2 = 0$, $y_1 - y_2 = 0$, 其中 $x_1 \neq x_2$, 则称点 A 与点 B 互为反等点.

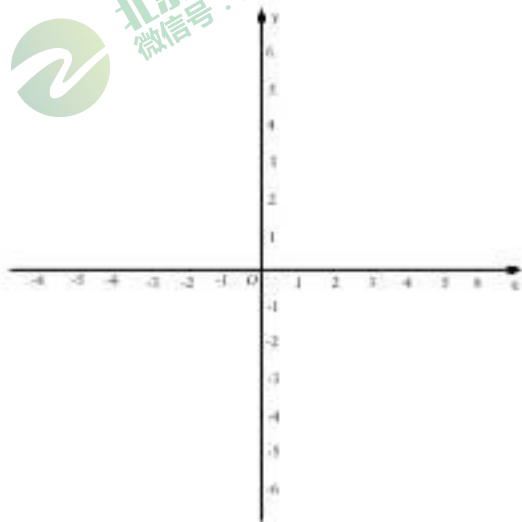
已知: 点 $C(3, 4)$

(1) 下列各点中, _____ 与点 C 互为反等点;

$D(-3, -4)$, $E(3, 4)$, $F(-3, 4)$

(2) 已知点 $G(-5, 4)$, 连接线段 CG , 若在线段 CG 上存在两点 P, Q 互为反等点, 求点 P 的横坐标 x_p 的取值范围;

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 r , 若 $\odot O$ 与 (2) 中线段 CG 的两个交点互为反等点, 求 r 的取值范围.



数 学

一、选择题：（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

BACC ADCD

二、填空题（共 8 个小题，每空 2 分，共 16 分）

9. $x=3$

10. 72°

11. 1

12. 1: 4

13.
$$\begin{cases} x+y=8 \\ y=2x+0.5 \end{cases}$$

14. 21°

15. $\triangle ABC$ 沿 y 轴翻折后，再向上平移 4 个单位得到 $\triangle DEF$

16. 8.8

三、解答题

17. 原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} - 1 + 1 - 3$

$= 2\sqrt{3} - 3$

.....4 分

$= 2\sqrt{3} - 3$

.....5 分

18. 解：由①得， $x < 4$.

.....1 分

由②得， $x \geq 1$.

.....3 分

 \therefore 原不等式组的解集为 $1 \leq x < 4$.

.....4 分

 \therefore 原不等式组的所有整数解为 1, 2, 3.

.....5 分

19. 证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$

$$\therefore \angle BAD = \angle DAE,$$

$$\because DE \parallel AB$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ADE$$

$$\therefore \angle DAE = \angle ADE$$

$$\therefore AE = DE$$

.....3分

.....4分

.....5分

20. (1) 作图 (略)

.....2分

(2) 到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上; 垂直平分线上的点到线段两端点距离相等; 等边对等角.

.....5分

21. (1) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\because CE \parallel DC, BE \parallel DC$

\therefore 四边形 $DBEC$ 是平行四边形

$\because D$ 是 AC 的中点, $\angle ABC = 90^\circ$

$$\therefore BD = DC$$

.....1分

\therefore 四边形 $DBEC$ 是菱形

.....2分

(2) $\because F$ 是 AB 的中点

$$\therefore BC = 2DF = 2, \angle AFD = \angle ABC = 90^\circ$$

在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{3^2 - 1} = 2\sqrt{2}$ 3 分

$$\therefore S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2} BC \times BF = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$
4 分

$$\therefore S_{\text{菱形 } DBEC} = 2S_{\triangle DBC} = 4\sqrt{2}$$
5 分

22. (1) $y = \frac{3}{x}$ 1 分

(2) 如图 22 (1): $\because S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle POB}$

$$\therefore OA = 2PE = 2$$

$$\therefore A(2, 0)$$

将 $A(2, 0)$, $P(1, 3)$ 代入 $y = kx + b$

$$\text{可得} \begin{cases} 0 = 2k + b \\ 3 = k + b \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = -3 \\ b = 6 \end{cases}$$

\therefore 直线 AB 的表达式为: $y = -3x + 6$

同理: 如图 22 (2) 直线 AB 的表达式为: $y = x + 2$ 4 分

综上: 直线 AB 的表达式为 $y = -3x + 6$ 或 $y = x + 2$ 5 分

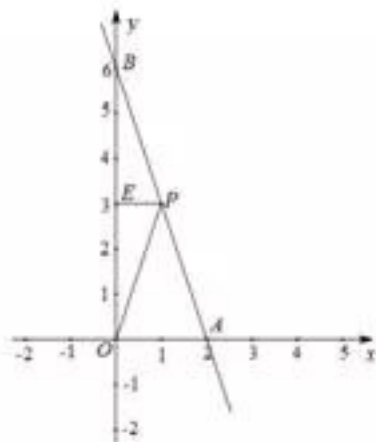


图 22 (1)

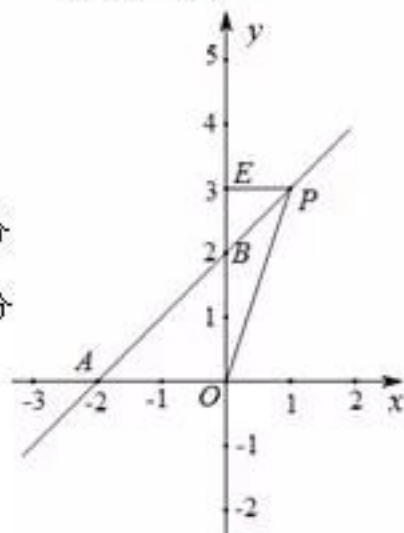


图 22 (2)

23. 证明: (1) 连接 BE .

$\because AB$ 是直径, $\therefore \angle AEB=90^\circ$.

$\therefore \angle CBE+\angle ECB=90^\circ \quad \angle EBA+\angle EAB=90^\circ$.

\because 点 E 是 \widehat{AD} 的中点,

$\therefore \angle CBE=\angle EBA$.

$\therefore \angle ECB=\angle EAB$.

.....1分

$\therefore AB=BC$.

.....2分

(2) $\because FA$ 作 $\odot O$ 的切线, $\therefore FA \perp AB$.

$\therefore \angle FAC+\angle EAB=90^\circ$.

$\because \angle EBA+\angle EAB=90^\circ$,

$\therefore \angle FAC=\angle EBA$.

$\because \tan \angle FAC = \frac{1}{2} \quad AB=5$,

$\therefore AE = \sqrt{5} \quad BE = 2\sqrt{5}$.

.....4分

过 C 点作 $CH \perp AF$ 于点 H ,

$\because AB=BC \quad \angle AEB=90^\circ$,

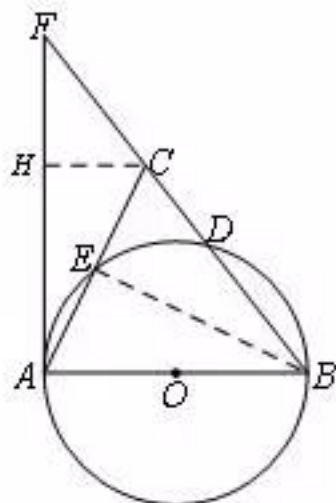
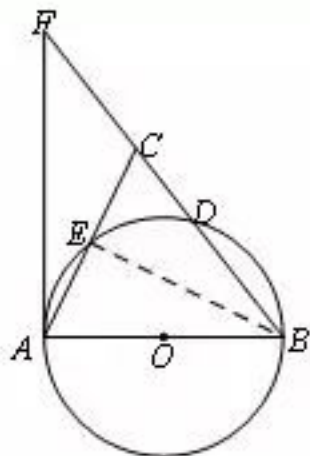
$\therefore AC=2AE=2\sqrt{5}$.

$\because \tan \angle FAC = \frac{1}{2}, \therefore CH=2$.

.....5分

$\because CH \parallel AB \quad AB=BC=5$,

$\therefore \frac{2}{5} = \frac{FC}{FC+5}, \quad \therefore FC = \frac{10}{3}$...6分

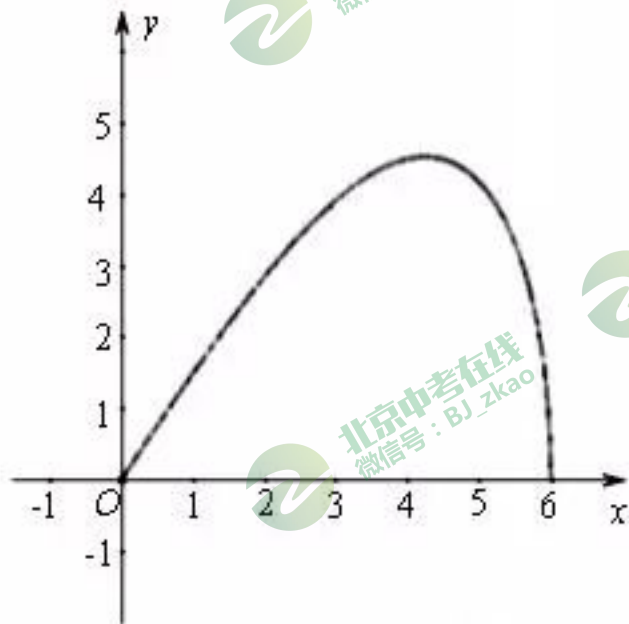


24. (1) 1, 9, 2.1分
 (2) 82.5, 90.3分
 (3) 千家店镇4分

理由：千家店镇污染指数平均数为 80，永宁镇污染指数平均数为 81.3，所以千家店镇污染指数平均数较低，空气质量较好；千家店镇空气质量为优的天数是 4 天，永宁镇空气质量为优的天数是 1 天，所以千家店镇空气质量为优的天数多，空气质量较好. ...6分

25. (1) $m =$ 约 4.3 ;1分

(2)



(画此函数图象时要体现出 x 约为 4.2 时, y 有最大值, 为 4.5)

.....4分

(3) 3.1 或是 5.16分

26. (1) 对称轴: $x=2$ 1分

$A(1, 0)$ 或 $B(3, 0)$ 1分

(2)

①如图 1, $\because AD=CD$

$$\therefore AD=3$$

$\therefore C$ 点坐标为 $(4, 3)$

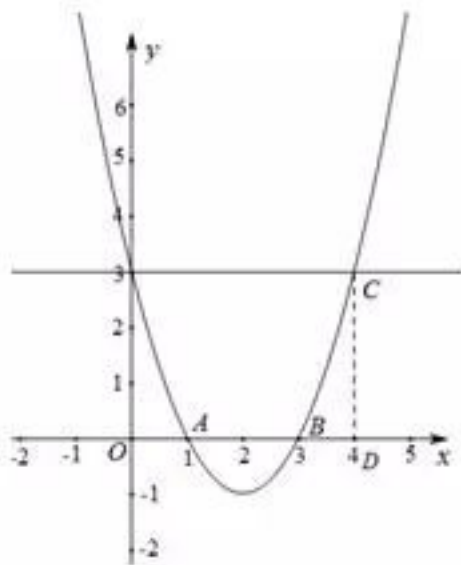
.....3分

将 $C(4, 3)$ 代入 $y=ax^2-4ax+3a$

$$\therefore 3=16a-16a+3a$$

$$\therefore a=1$$

\therefore 抛物线的表达式为: $y=x^2-4x+3$ 4分



② $3 < t < 4$

.....6分

过程略

27. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle DCB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle CDF + \angle E = 90^\circ.$$

$\because BF \perp DE,$

$$\therefore \angle FBC + \angle E = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FBC = \angle CDF. \dots\dots 2 \text{ 分}$$

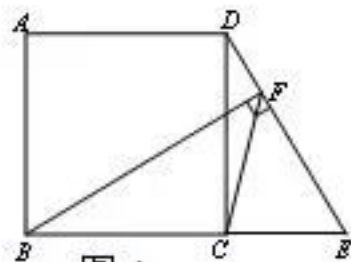
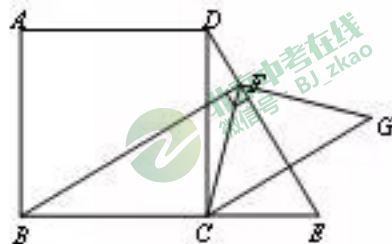


图 1

(2) ①



$\dots\dots 3 \text{ 分}$

②猜想: 数量关系为: $BF = DF + CG.$

证明: 在 BF 上取点 M 使得 $BM = DF$ 连接 $CM.$

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore BC = DC.$$

$$\therefore \angle FBC = \angle CDF, \quad BM = DF,$$

$$\therefore \triangle BMC \cong \triangle DFC.$$

$$\therefore CM = CF, \quad \angle 1 = \angle 2.$$

$\therefore \triangle MCF$ 是等腰直角三角形.

$$\therefore \angle MCF = 90^\circ, \quad \angle 4 = 45^\circ.$$

$\dots\dots 5 \text{ 分}$

∵点 C 与点 G 关于直线 DE 对称,

∴ $CF=GF$, $\angle 5=\angle 6$.

∵ $BF \perp DE$, $\angle 4=45^\circ$,

∴ $\angle 5=45^\circ$,

∴ $\angle CFG=90^\circ$,

∴ $\angle CFG=\angle MCF$,

∴ $CM \parallel GF$.

∵ $CM=CF$, $CF=GF$,

∴ $CM=GF$,

∴ 四边形 $CGFM$ 是平行四边形,

∴ $CG=MF$.

∴ $BF=DF+CG$.

.....7 分

28. (1) F 1 分

(2) $-3 \leq x_y \leq 3$ 且 $x_y \neq 0$ 4 分

(3) $4 < r \leq 5$ 7 分