北京市朝阳区 2023~2024 学年度第一学期期末检测

九年级数学试卷(选用)

2024.1

(考试时间 120 分钟　满分 100 分)

学校__________　班级__________　姓名__________　考号__________

考生须知	1. 本试卷共 8 页,28 道小题。在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。 2. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。 3. 在答题卡上,选择题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。 4. 考试结束,将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(共 16 分,每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 在平面直角坐标系中,点 $A(3,-4)$ 关于原点对称的点的坐标是

(A)$(3,4)$　(B)$(3,-4)$　(C)$(-3,-4)$　(D)$(-3,4)$

2. 下列事件中,是不可能事件的是

(A)一枚质地均匀骰子的六个面上分别刻有 1-6 的点数,掷一次骰子,骰子向上一面的点数是 8

(B)射击运动员射击一次,命中靶心

(C)通常温度降到 0℃ 以下,纯净的水结冰

(D)在同一平面内,任意画两条直线,这两条直线平行

3. 在圆、正六边形、平行四边形、等边三角形这四个图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的图形个数是

(A) 1 个　(B) 2 个　(C) 3 个　(D) 4 个

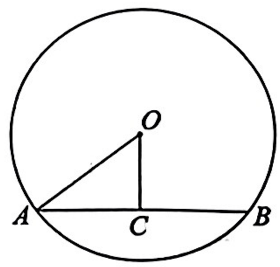
4. 如图,AB 是 $\odot O$ 的弦,若 $\odot O$ 的半径 $OA=5$,圆心 O 到弦 AB 的距离 $OC=3$,则弦 AB 的长为

(A)4

(B)6

(C)8

(D)10



5. 不透明盒子中有 6 张卡片,除所标注文字不同外无其他差别.其中,写有“珍稀濒危植物种子”的卡片有 1 张,写有“人工种子”的卡片有 5 张.随机摸出一张卡片写有“珍稀濒危植物种子”的概率为

(A) $\frac{1}{6}$　　(B) $\frac{1}{5}$　　(C) $\frac{1}{3}$　　(D) $\frac{1}{2}$

6. 把抛物线 $y=3x^2$ 向左平移 2 个单位长度,再向上平移 5 个单位长度,得到的抛物线的解析式为

(A) $y=3(x-5)^2+2$　　(B) $y=3(x+5)^2+2$

(C) $y=3(x+2)^2+5$　　(D) $y=3(x-2)^2+5$

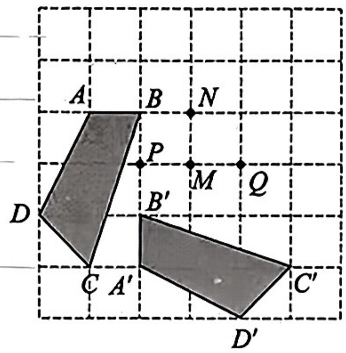
7. 在如图所示的正方形网格中,四边形 $ABCD$ 绕某一点旋转某一角度得到四边形 $A'B'C'D'$(所有顶点都是网格线交点),在网格线交点 M,N,P,Q 中,可能是旋转中心的是

(A)点 M

(B)点 N

(C)点 P

(D)点 Q



8. 用一个圆心角为 $n°$(n 为常数,$0<n<180$)的扇形作圆锥的侧面,记扇形的半径为 R,所作的圆锥的底面圆的周长为 l,侧面积为 S,当 R 在一定范围内变化时,l 与 S 都随 R 的变化而变化,则 l 与 R,S 与 R 满足的函数关系分别是

(A)一次函数关系,一次函数关系

(B)二次函数关系,二次函数关系

(C)一次函数关系,二次函数关系

(D)二次函数关系,一次函数关系

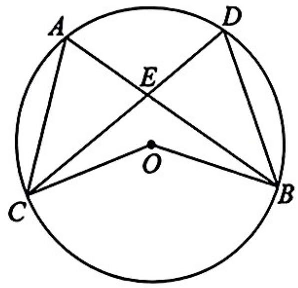
二、填空题(共 16 分,每题 2 分)

9. 方程 $x^2-9=0$ 的根是________

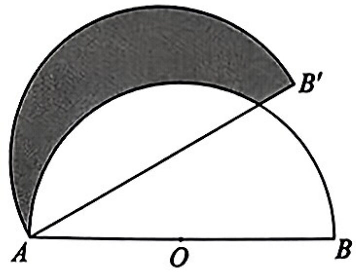
10. ⊙O 的直径为 15cm,若圆心 O 与直线 l 的距离为 7.5cm,则 l 与⊙O 的位置关系是________(填“相交”、“相切”或“相离”).

11. 抛物线 $y=x^2-2x+4$ 的顶点坐标是________.

12. 如图,在⊙O 中,弦 AB,CD 相交于点 E,$\angle AEC=74°$,$\angle ABD=36°$,则 $\angle BOC$ 的度数为________°.



第 12 题图



第 14 题图

13. 某科技公司开展技术研发,在相同条件下,对运用新技术生产的一批产品的合格率进行检测,下表是检测过程中的一组统计数据:

抽取的产品数 n	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000
合格的产品数 m	476	967	1431	1926	2395	2883	3367	3836
合格的产品频率 $\frac{m}{n}$	0.952	0.967	0.954	0.963	0.958	0.961	0.962	0.959

估计这批产品合格的产品的概率为________.

14. 如图,AB 是半圆 O 的直径,将半圆 O 绕点 A 逆时针旋转 30°,点 B 的对应点为 B',连接 AB',若 $AB=8$,则图中阴影部分的面积是________.

15. 对于向上抛的物体,在没有空气阻力的条件下,上升高度 h,初速度 v,抛出后所经历的时间 t,这三个量之间有如下关系:$h=vt-\frac{1}{2}gt^2$(其中 g 是重力加速度,g 取 $10m/s^2$).将一物体以 $v=21m/s$ 的初速度向上抛,当物体处在离抛出点 18m 高的地方时,t 的值为________.

16. 已知函数 $y_1=kx+4k-2$(k 是常数,$k\neq0$),$y_2=ax^2+4ax-5a$(a 是常数,$a\neq0$),在同一平面直角坐标系中,若无论 k 为何值,函数 y_1 和 y_2 的图象总有公共点,则 a 的取值范围是________.

三、解答题(共 68 分,第 17–22 题,每题 5 分,第 23–26 题,每题 6 分,第 27–28 题,每题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程 $x^2-1=6x$.

18. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+4)x+3(m+1)=0$.

(1)求证:该方程总有两个实数根;

(2)若该方程有一根小于 0,求 m 的取值范围.

19. 已知一次函数 $y_1=mx+n(m\neq0)$ 和二次函数 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq0)$,下表给出了 y_1,y_2 与自变量 x 的几组对应值:

x	…	−2	−1	0	1	2	3	4	…
y_1	…	5	4	3	2	1	0	−1	…
y_2	…	−5	0	3	4	3	0	−5	…

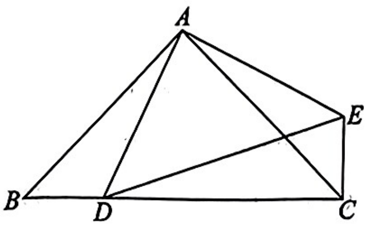
(1)求 y_2 的解析式;

(2)直接写出关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>mx+n$ 的解集.

20. 如图,在等腰直角$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=90°$,D 是 BC 边上任意一点(不与 B,C 重合),将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90°得到线段 AE,连接 CE,DE.

(1)求$\angle ECD$ 的度数;

(2)若 $AB=4,BD=\sqrt{2}$,求 DE 的长.

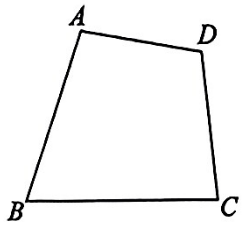


21. 经过某十字路口的汽车,可能直行,也可能向左转或向右转,这三种可能性大小都相同.有两辆汽车经过这个十字路口,观察这两辆车经过这个十字路口的情况.

(1)列举出所有可能的情况;

(2)求出至少有一辆车向左转的概率.

小明在学习了圆内接四边形的性质“圆内接四边形的对角互补”后，想探究它的逆命题“对角互补的四边形的四个顶点在同一个圆上”是否成立. 他先根据命题画出图形，并用符号表示已知，求证.



已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B+\angle ADC=180°$.

求证：点 A,B,C,D 在同一个圆上.

他的基本思路是依据“不在同一直线上的三个点确定一个圆”，先作出一个过三个顶点 A,B,C 的 $\odot O$，再证明第四个顶点 D 也在 $\odot O$ 上.

具体过程如下：

步骤一　作出过 A,B,C 三点的 $\odot O$.

如图 1，分别作出线段 AB,BC 的垂直平分线 m,n，

设它们的交点为 O，以 O 为圆心，OA 的长为半径作 $\odot O$.

连接 OA,OB,OC，

$\therefore OA=OB$，$OB=OC$（__①__）.（填推理依据）

$\therefore OA=OB=OC$.

$\therefore$ 点 B,C 在 $\odot O$ 上.

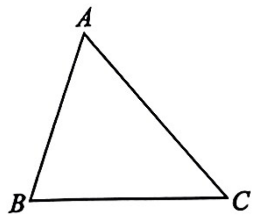


图 1

步骤二　用反证法证明点 D 也在 $\odot O$ 上.

假设点 D 不在 $\odot O$ 上，则点 D 在 $\odot O$ 内或 $\odot O$ 外.

ⅰ 如图 2，假设点 D 在 $\odot O$ 内.

延长 CD 交 $\odot O$ 于点 D_1，连接 AD_1.

$\therefore \angle B+\angle D_1=180°$（__②__）.（填推理依据）

$\because \angle ADC$ 是 $\triangle ADD_1$ 的外角，

$\therefore \angle ADC=\angle DAD_1+\angle D_1$（__③__）.（填推理依据）

$\therefore \angle ADC>\angle D_1$.

$\therefore \angle B+\angle ADC>180°$.

这与已知条件 $\angle B+\angle ADC=180°$ 矛盾.

$\therefore$ 假设不成立. 即点 D 不在 $\odot O$ 内.

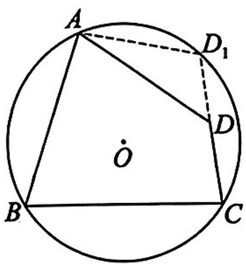


图 2

ⅱ 如图 3，假设点 D 在 $\odot O$ 外.

设 CD 与 $\odot O$ 交于点 D_2，连接 AD_2.

$\therefore \angle B+\angle AD_2C=180°$.

$\because \angle AD_2C$ 是 $\triangle AD_2D$ 的外角，

$\therefore \angle AD_2C=\angle DAD_2+\angle ADC$.

$\therefore \angle ADC<\angle AD_2C$.

$\therefore \angle B+\angle ADC<180°$.

这与已知条件 $\angle B+\angle ADC=180°$ 矛盾.

$\therefore$ 假设不成立. 即点 D 不在 $\odot O$ 外.

综上所述，点 D 在 $\odot O$ 上.

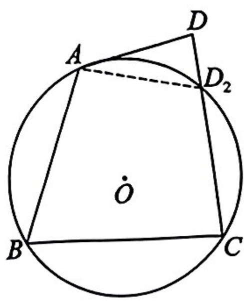


图 3

$\therefore$ 点 A,B,C,D 在同一个圆上.

阅读上述材料，并解答问题：

(1)根据步骤一，补全图 1(要求：尺规作图，保留作图痕迹)；

(2)填推理依据：①________，②________，③________.

23. 某校乒乓球队举行队内比赛,比赛规则是每两个队员之间都赛一场,每场比赛都要分出胜负,每一场比赛结束后依据胜负给出相应积分. 本次比赛一共进行了 210 场,用时两天完成. 下面是第一天比赛结束后部分队员的积分表:

队员号码	比赛场次	胜场	负场	积分
1	10	8	2	18
2	10	10	0	20
3	8	7	1	15
4	8	6	2	14
5	7	0	7	7

(1)在本次比赛中,有一名队员只输掉了一场比赛,则该名队员的积分是多少?

(2)如果有一名队员在本次比赛中的积分不低于 34 分,那么他最多负________场.

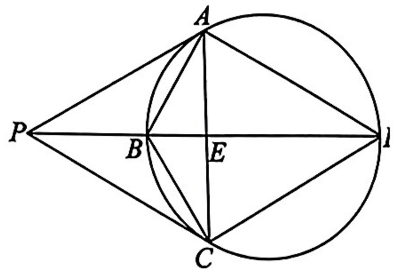
24. 如图,AC,BD 是圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线,$AC\perp BD$ 于点 E,BD 平分 $\angle ADC$.

(1)求 $\angle BAD$ 的度数;

(2)点 P 在 DB 的延长线上,PA 是该圆的切线.

① 求证:PC 是该圆的切线;

② 若 $PA=AC=\sqrt{3}$,直接写出 PD 的长.



25. 如图 1 所示，草坪上的喷水装置 PA 高 1m，喷头 P 一瞬间喷出的水流呈抛物线状，喷出的抛物线水流在与喷水装置 PA 的水平距离为 4m 处，达到最高点 C，点 C 距离地面$\frac{25}{9}$m.

(1) 请建立适当的平面直角坐标系 xOy，求出该坐标系中水流所呈现的抛物线的解析式；

(2) 这个喷水装置的喷头 P 能旋转 220°，它的喷灌区域是一个扇形，如图 2 所示，求出它能喷灌的草坪的面积（π 取 3，结果保留整数）.

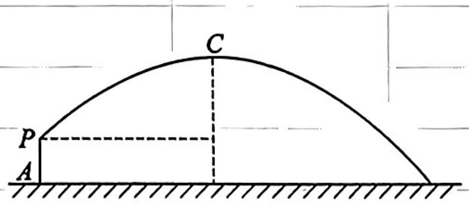


图 1

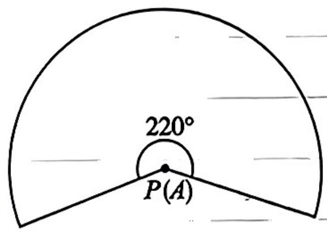


图 2

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 (x_1, m)，(x_2, n) 在抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 上，设抛物线的对称轴为 $x=t$.

(1) 若对于 $x_1=1$，$x_2=3$，有 $m=n$，求 t 的值；

(2) 若对于 $t-1<x_1<t$，$2<x_2<3$，存在 $m>n$，求 t 的取值范围.

27. 已知线段 AB 和点 C，将线段 AC 绕点 A 逆时针旋转 $\alpha(0°<\alpha<90°)$，得到线段 AD，将线段 BC 绕点 B 顺时针旋转 $180°-\alpha$，得到线段 BE，连接 DE，F 为 DE 的中点，连接 AF，BF.

(1)如图 1，点 C 在线段 AB 上，依题意补全图 1，直接写出 $\angle AFB$ 的度数；

(2)如图 2，点 C 在线段 AB 的上方，写出一个 α 的度数，使得 $AF=\sqrt{3}BF$ 成立，并证明.

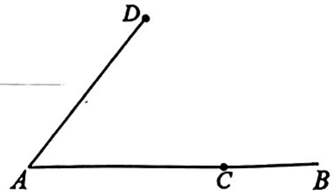


图 1

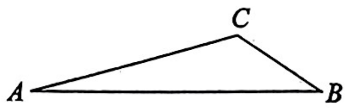


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(t-2,0)$，$B(t+2,0)$.

对于点 P 给出如下定义：若 $\angle APB=45°$，则称 P 为线段 AB 的“等直点”.

(1)当 $t=0$ 时，

①在点 $P_1(0,2+2\sqrt{2})$，$P_2(-4,0)$，$P_3(-2\sqrt{2},-2)$，$P_4(2,5)$ 中，线段 AB 的“等直点”是________；

②点 Q 在直线 $y=x$ 上，若点 Q 为线段 AB 的“等直点”，直接写出点 Q 的横坐标.

(2)当直线 $y=x+t$ 上存在线段 AB 的两个“等直点”时，直接写出 t 的取值范围.

北京市朝阳区2023~2024学年度第一学期期末检测

九年级数学参考答案及评分标准(选用)

2024.1

一、选择题(共16分,每题2分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	C	A	C	A	C

二、填空题(共16分,每题2分)

题号	9	10	11	12
答案	$x_1=3,x_2=-3$	相切	$(1,3)$	140
题号	13	14	15	16
答案	答案不唯一,如0.959	$\frac{8\pi}{3}+4\sqrt{3}$	1.2或3	$a<0$ 或 $a\geqslant\frac{2}{5}$

三、解答题(共68分,第17-22题,每题5分,第23-26题,每题6分,第27-28题,每题7分)

17. 解:方程化为 $x^2-6x=1$.

$x^2-6x+9=10$. ……………………………… 1分

$(x-3)^2=10$. ……………………………… 2分

$x-3=\pm\sqrt{10}$. ……………………………… 3分

$x_1=3+\sqrt{10}$, $x_2=3-\sqrt{10}$. ……………………………… 5分

18. (1)证明:依题意,得 $\Delta=[-(m+4)]^2-4\times3(m+1)=(m-2)^2$. ……………… 1分

$\because (m-2)^2\geqslant0$,

$\therefore \Delta\geqslant0$.

$\therefore$ 该方程总有两个实数根. ……………………………… 2分

(2)解:解方程,得 $x=\frac{(m+4)\pm(m-2)}{2}$.

$\therefore x_1=m+1, x_2=3$. ……………………………… 4分

依题意,得 $m+1<0$.

$\therefore m<-1$. ……………………………… 5分

19. 解:(1)根据题意,设该二次函数的解析式为 $y_2=a(x-1)^2+4$. ……………… 1分

$\because$ 当 $x=0$ 时,$y_2=3$,

$\therefore a=-1$. ……………………………… 2分

$\therefore y_2=-x^2+2x+3$. ……………………………… 3分

(2)$0<x<3$. ……………………………… 5分

20. 解:(1)∵ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

∴ $\angle B=\angle ACB=45°$,$AB=AC$.

∵ $\angle BAC=\angle DAE=90°$,

∴ $\angle BAD=\angle CAE$. ………………………………………………………… 1 分

∵ $AD=AE$,

∴ $\triangle ABD\cong\triangle ACE$. ………………………………………………………… 2 分

∴ $\angle B=\angle ACE=45°$.

∵ $\angle ECD=\angle ACE+\angle ACB$,

∴ $\angle ECD=90°$. ……………………………………………………………… 3 分

(2)由(1)可知,$BD=CE=\sqrt{2}$.

∵ $AB=AC=4$,

∴ $BC=4\sqrt{2}$. ……………………………………………………………… 4 分

∴ $CD=3\sqrt{2}$.

在 Rt$\triangle CDE$ 中,根据勾股定理

$DE=\sqrt{CE^2+CD^2}=2\sqrt{5}$. …………………………………………………… 5 分

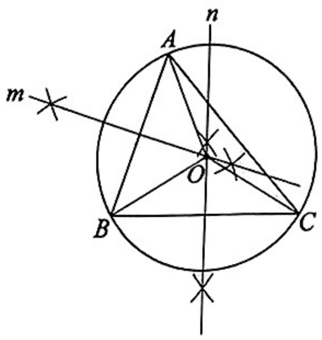
21. 解:(1)两辆车分别记为车 1,车 2,可以用表格列举出所有可能出现的情况.

车 1 / 车 2	直行	左转	右转
直行	(直行,直行)	(左转,直行)	(右转,直行)
左转	(直行,左转)	(左转,左转)	(右转,左转)
右转	(直行,右转)	(左转,右转)	(右转,右转)

……………………………………………………………………………… 4 分

(2)由(1)可知,所有可能出现的情况共有 9 种,它们出现的可能性相等,至少有一辆车向左转的情况有 5 种. 所以 P(至少有一辆车向左转)$=\frac{5}{9}$. ……………… 5 分

22. (1)补全图 1,如图.



……………………………………………… 2 分

(2)①线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等. …………………… 3 分

②圆内接四边形的对角互补. ………………………………………………………… 4 分

③三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和. …………………………………… 5 分

23. 解:(1)设参加本次比赛的队员共 x 人. ·· 1 分

由题意,得$\frac{x(x-1)}{2}=210$. ·· 2 分

解方程,得 $x_1=21$,$x_2=-20$(舍去). ·· 3 分

所以参加本次比赛的队员共 21 人,每个人都需要进行 20 场比赛.

根据题意,可知胜一场积 2 分,负一场积 1 分. ·· 4 分

所以该名队员在本次比赛中的积分是 $2\times19+1\times1=39$.

答:该名队员本次比赛中的积分是 39 分. ·· 5 分

(2)6. ·· 6 分

24. (1)解:$\because$ BD 平分$\angle ADC$,

$\therefore$ $\angle ADB=\angle CDB$.

$\because$ $\angle BAC=\angle CDB$,

$\therefore$ $\angle ADB=\angle BAC$. ·· 1 分

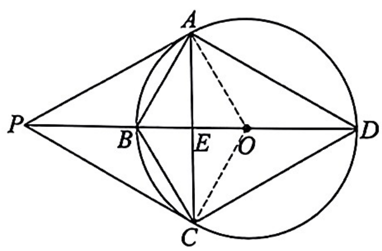
$\because$ $AC\perp BD$,

$\therefore$ $\angle ADB+\angle CAD=90°$.

$\therefore$ $\angle BAC+\angle CAD=90°$.

$\therefore$ $\angle BAD=90°$. ·· 2 分

(2)①证明:如图,取 BD 的中点 O,连接 OA,OC.



$\because$ $\angle BAD=90°$,

$\therefore$ BD 是该圆的直径. ································ 3 分

$\therefore$ 点 O 是该圆的圆心.

$\because$ PA 是$\odot O$ 的切线,

$\therefore$ $\angle OAP=90°$. ································ 4 分

$\because$ $OA=OC$,$AC\perp BD$,

$\therefore$ $\angle AOP=\angle COP$.

$\because$ $OP=OP$,

$\therefore$ $\triangle AOP\cong\triangle COP$.

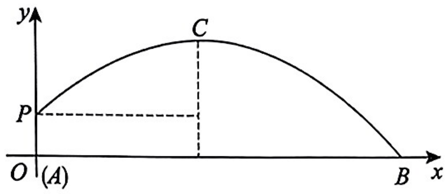
$\therefore$ $\angle OCP=\angle OAP=90°$.

$\therefore$ PC 是$\odot O$ 的切线. ·· 5 分

②3. ·· 6 分

25. 解:(1)答案不唯一,例如

以点 A 为坐标原点,原点与水流落地点 B 所在直线为 x 轴,喷水装置 PA 所在直线为 y 轴,建立如图所示的平面直角坐标系 xOy.



…………………………… 1分

由题意可知,抛物线顶点 $C(4,\frac{25}{9})$. …………………………………………… 2分

设抛物线对应的函数解析式为 $y=a(x-4)^2+\frac{25}{9}$. ……………………………… 3分

由抛物线经过点 $P(0,1)$,可得 $1=a(0-4)^2+\frac{25}{9}$,

解得 $a=-\frac{1}{9}$.

$\therefore y=-\frac{1}{9}(x-4)^2+\frac{25}{9}$. ……………………………………………………… 4分

(2)令 $y=0$,

解得 $x_1=9$,$x_2=-1$(舍去).

$\therefore OB=9$. ……………………………………………………………………… 5分

$\therefore$ 喷灌面积 $S=\frac{220\pi\cdot 9^2}{360}\approx 149$.

答:这个喷水装置能喷灌的草坪的面积约为 149m^2. ………………………… 6分

26. 解:(1)由题意知,$a+b+c=9a+3b+c$. ………………………………………… 1分

$\therefore b=-4a$.

$\therefore t=-\frac{b}{2a}=2$. ………………………………………………………………… 2分

(2) $\because a>0$,

$\therefore$ 当 $x \geqslant t$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x \leqslant t$ 时，y 随 x 的增大而减小.

设抛物线上的四个点的坐标为 $A(t-1, m_A)$，$B(t, m_B)$，$C(2, n_C)$，$D(3, n_D)$.

$\therefore$ 点 A 关于对称轴 $x=t$ 的对称点为 $A'(t+1, m_A)$.

$\because$ 抛物线开口向上，点 B 是抛物线顶点，

$\therefore m_A > m_B$.

ⅰ 当 $t \leqslant 1$ 时，$n_C < n_D$.

$\therefore t+1 \leqslant 2$.

$\therefore m_A \leqslant n_C$.

$\therefore$ 不存在 $m>n$，不符合题意.

ⅱ 当 $1<t \leqslant 2$ 时，$n_C < n_D$.

$\therefore 2<t+1 \leqslant 3$.

$\therefore m_A > n_C$.

$\therefore$ 存在 $m>n$，符合题意.

ⅲ 当 $2<t \leqslant 3$ 时，

$\therefore n$ 的最小值为 m_B.

$\because m_A > m_B$，

$\therefore$ 存在 $m>n$，符合题意.

ⅳ 当 $3<t<4$ 时，$n_D<n_C$.

$\therefore 2<t-1<3$.

$\therefore m_A > n_D$.

$\therefore$ 存在 $m>n$，符合题意.

ⅴ 当 $t \geqslant 4$ 时，$n_D<n_C$.

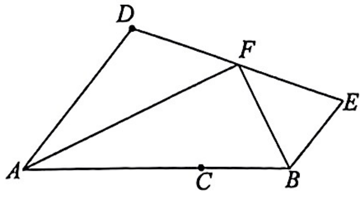
$\therefore t-1 \geqslant 3$.

$\therefore m_A \leqslant n_D$.

$\therefore$ 不存在 $m>n$，不符合题意.

综上所述，t 的取值范围是 $1<t<4$. ………………………………………… 6 分

27. (1) 补全图 1，如图.

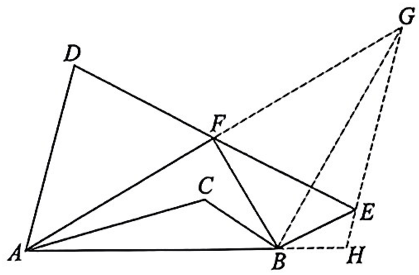


………………………………………… 1 分

90. ………………………………………………………………………… 2 分

(2)60. ………………………………………………………………… 3分

证明:延长 AF 到点 G,使得 $GF=AF$,连接 BG,连接 GE 并延长,与 AB 的延长线相交于点 H.



$\because$ F 是 DE 的中点,

$\therefore DF=FE$.

$\because \angle DFA=\angle GFE$,

$\therefore \triangle DFA\cong\triangle GFE$. ……………… 4分

$\therefore AD=GE$, $\angle DAF=\angle FGE$.

$\therefore AD/\!/EG$.

$\therefore \angle DAB+\angle H=180°$.

在$\triangle ACB$ 中,

$$\begin{aligned}\angle ACB &= 180°-\angle CAB-\angle CBA\\ &=180°-(\angle DAB-\angle DAC)-(\angle EBA-\angle EBC)\\ &=180°-\angle DAB+\alpha-\angle EBA+180°-\alpha\\ &=\angle H+\angle EBH\\ &=\angle BEG.\end{aligned}$$

$\because BE=CE, AD=AC=GE$,

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle BEG$. ………………………………………………… 5分

$\therefore AB=BG$, $\angle ABC=\angle GBE$.

$\therefore AF\perp BF$, $\angle ABG=2\angle ABF$, $\angle ABG=\angle EBC$. ………………………… 6分

$\because \alpha=60°$,

$\therefore \angle EBC=180°-\alpha=120°$.

$\therefore \angle ABF=60°$. ………………………………………………………… 7分

$\therefore \angle FAB=30°$.

$\therefore AF=\sqrt{3}BF$.

28. 解:(1)①P_1, P_3. ………………………………………………………… 2分

②$1+\sqrt{3}$或$-1-\sqrt{3}$. ………………………………………………… 4分

(2)$-3<t<3$ 且 $t\neq\pm1$. ………………………………………………… 7分