理工附中初三年级数学线上模拟测试三

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1–8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1．2019 年 10 月 1 日，约 120 000 名群众观看了天安门广场的升旗仪式．将 120 000 用科学记数法表示应为

A．12×10^4　　B．1.2×10^5　　C．1.2×10^4　　D．0.12×10^6

2．下列四个图形依次是北京、云南、西藏、安徽四个省市的图案字体，其中是轴对称图形的有几个

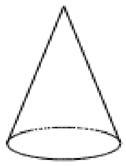
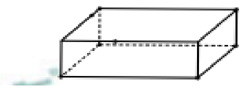
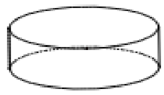
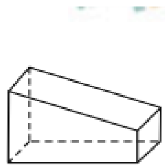



A.1 个　　B .2 个　　C.3　个　　D.4 个

3．六边形的外角和是

A．360°　　B．540°　　C．720°　　D．900°

4．下列几何体中，主视图和左视图完全相同的图形的有几个

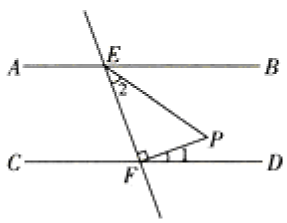
A． 1 个　　B.2 个　　C.3 个　　D.4 个

5．用配方法解方程$x^2-4x+1=0$，方程应变形为

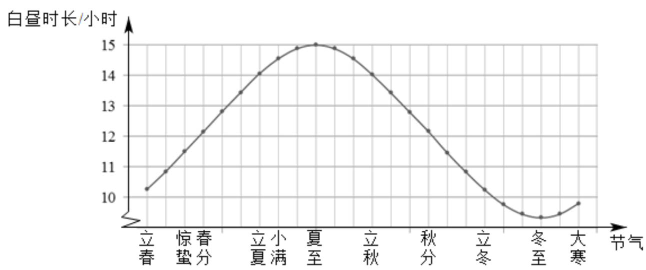
A．$(x+2)^2=3$　　B．$(x+2)^2=5$　　C．$(x-2)^2=3$　　D．$(x-2)^2=5$

6．如图，直线$AB // CD$，直线 EF 分别与AB，CD交于点E，F，$FP\perp EF$，且与$\angle BEF$ 的平分线交于P，若$\angle1=20^\circ$，则∠P 的度数是（）

A．35°　　B．30°　　C．55°　　D．20°



第 6 题图



第 7 题图

7．二十四节气是中国古代劳动人民长期经验积累的结晶，它与白昼时长密切相关．当春分、秋分时，昼夜时长大致相等；当夏至时，白昼时长最长．下图是一年中部分节气所对应的白昼时长示意图．在下列选项中白昼时长超过 14 小时的节气是

A．惊蛰　　B．立夏　　C．夏至　　D．大寒

8.图 1 是 2020 年 3 月 26 日全国新冠疫情数据表，图 2 是 3 月 28 日海外各国疫情统计表，图 3 是中国和海外的病死率趋势对比图，根据这些图表，选出下列说法中错误的是

图 1

各国疫情

国家	新增	累计	死亡	治愈	每百万人口确诊数
美国 ›	18227	104661	1706	890	318
意大利 ›	5959	86498	9134	10950	1442
西班牙 ›	7871	65719	5138	9357	1435
德国 ›	6159	50871	342	6658	625
法国 ›	3836	33414	1997	5707	508

图 2

图 3

A.图 1 显示每天现有确诊数的增加量等于累计确诊增加量减去治愈人数增加量，再减去死亡人数增加量.

B.图 2 显示美国累计确诊人数虽然约是德国的两倍，但每百万人口的确诊人数大约只有德国的一半.

C.图 2 显示意大利当前的治愈率高于西班牙.

D.图 3 显示大约从 3 月 16 日开始海外的病死率开始高于中国的病死率.

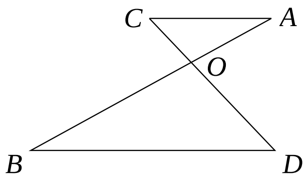
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．分解因式：ab^3+ab^2-2ab=_______________.

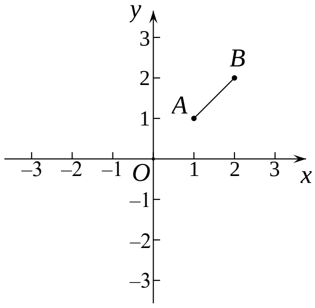
10. 在平面直角坐标系 xOy 中，将点 $\left(-2,3\right)$ 绕原点 O 顺时针旋转90^0，所得到的对应点的坐标为_______________.

11．已知函数满足下列两个条件：①当 $x>0$ 时， y 随 x 的增大而减小；②它的图象经过坐标原点，请写出一个符合上述条件的函数的表达式_______________.

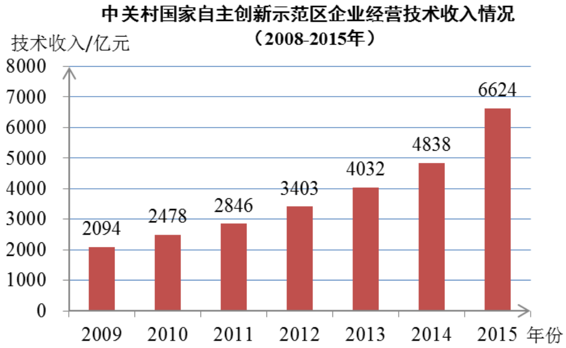
12．如图，AB，CD 相交于 O 点，$\triangle AOC\backsim\triangle BOD$，$OC$:$CD$=1:3，$AC$=2，则 BD 的长为__________.



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图

13．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，A（1，1），B（2，2），双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 与线段 AB 无公共点，则 k 的取值范围是________.

14.上图为 2009 年到 2015 年中关村国家自主创新示范区企业经营技术收入的统计图.

下面四个推断：

① 2009 年到 2015 年技术收入持续增长；

②2009 年到 2015 年技术收入的中位数是 3403 亿；

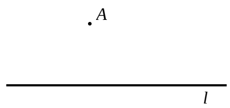
③2009 年到 2015 年技术收入增幅最大的是 2015 年；

④2009 年到 2011 年的技术收入平均增长率比 2013 年到 2015 年技术收入平均增长率大.

其中，正确的是______________________

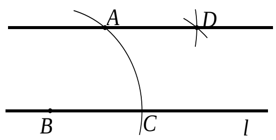
15．在数学课上，老师提出如下问题：

尺规作图：过直线外一点作已知直线的平行线.
已知：直线 l 及其外一点 A.
求作：l 的平行线，使它经过点 A.



小云的作法如下：

（1）在直线 l 上任取一点 B；
（2）以 B 为圆心，BA 长为半径作弧，交直线 l 于点 C；
（3）分别以 A、C 为圆心，BA 长为半径作弧，两弧相交于点 D；
（4）作直线 AD.
直线 AD 即为所求.



小云作图的依据是____.

16,某超市随机选取 1000 位顾客，记录了他们购买甲、乙、丙、丁四种商品的情况.整理成如下的统计表，其中“ √ ”表示购买，“×”表示未购买.假定每位顾客购买商品的可能性相等.

商品顾客人数	甲	乙	丙	丁
100	√	×	√	√
217	×	√	×	√
200	√	√	√	×
300	√	×	√	×
85	√	×	×	×
98	×	√	×	×

（1）估计顾客同时购买乙和丙的概率为_______________________；

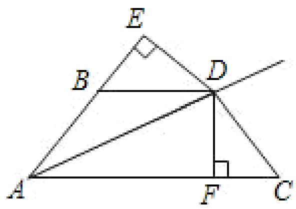
（2）如果顾客购买了甲，并且同时也在乙、丙、丁中进行选购，则购买__________（填写“乙”、“丙”、“丁”）商品的可能性最大.

三、解答题（本题共 68 分，第 17−22 题，每小题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 6 分，第 25 题 6 分，第 26 题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$(-1)^{2020}-3tan30°-(\frac{1}{2})^{-2}-|\sqrt{3}-2|+(2020-\pi)^{0}$

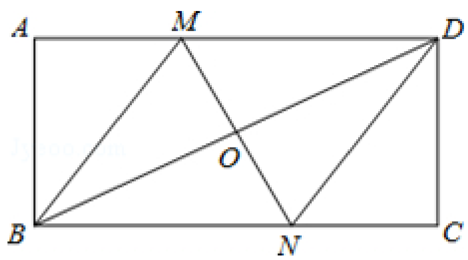
18. 先化简:$(\frac{x^2-2x+1}{x^2-x}+\frac{x^2-4}{x^2+2x})\div\frac{x-4}{x}$，再从$-1\le x\le 3$的整数中选取一个你喜欢的 x 的值代入求值 .

19. 如图所示，AD 是$\angle BAC$的平分线，$DE\perp AB$，垂足为 E，$DF\perp AC$，垂足为 F，且$BD=CD$.
求证：$AB+CF=AE$.



20. 已知关于 x 的方程$x^2+2x+m-2=0$.
(1)若该方程有两个不相等的实数根，求实数 m 的取值范围；
(2)当该方程的一个根为-3时，求 m 的值及方程的另一根.

21. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 BD 的垂直平分线 MN 与 AD 相交于点 M，与 BC 相交于点 N，连接 BM，DN.
(1)求证：四边形 $BMDN$ 是菱形；
(2)若$AB=2$，$AD=4$，求 MD 的长.



22. 小辉为了解市政府调整水价方案的社会反响，随机访问了自己居住在小区的部分居民，就“每月每户的用水量”和“调价对用水行为改变”两个问题进行调查，并把调查结果整理成下面的图 1，图 2.

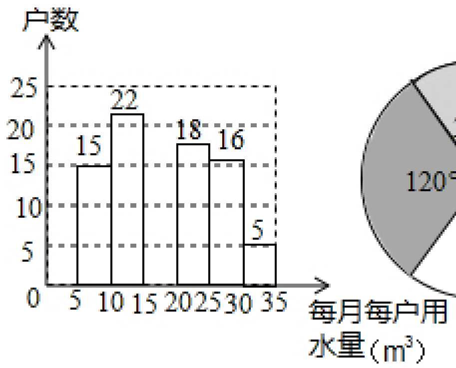


图1

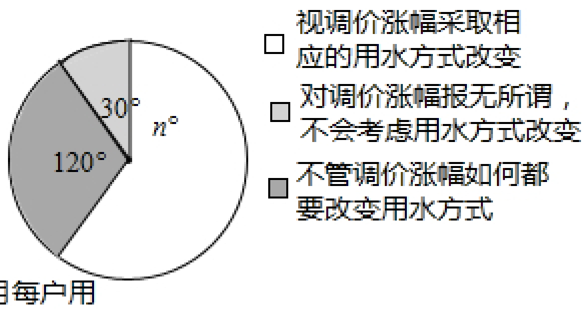


图2

小辉发现每月每户的用水量在$5m^3-35m^3$之间，有 7 户居民对用水价格调价涨幅抱无所谓，不用考虑用水方式的改变．根据小军绘制的图表和发现的信息，完成下列问题：

(1)$n=$ ______ ，小明调查了______ 户居民，并补全图 1；

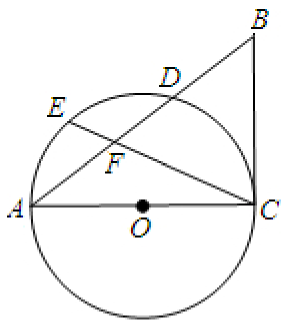
(2)每月每户用水量的中位数落在______ 之间，众数落在______ 之间；

(3)如果小明所在的小区有 1200 户居民，请你估计“视调价涨幅采取相应的用水方式改变”的居民户数有多少？

23. 如图，已知$\triangle ABC$，以 AC 为直径的$\odot O$交 AB 于点 D，点 E 为弧 AD 的中点，连接 CE 交 AB 于点 F，且$BF=BC$.

(1)求证：BC 是$\odot O$的切线；

(2)若$\odot O$的半径为 4，$cosB=\frac{3}{5}$，求 CE 的长.



24. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象 G 经过点$A(4,1)$，直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$与图象 G 交于点 B，与 y 轴交于点 C.

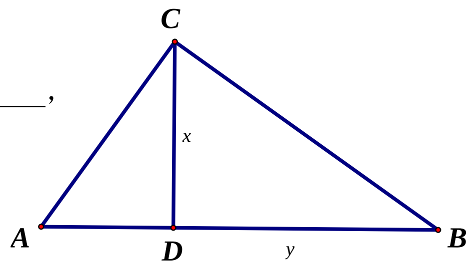
(1)求 k 的值；

(2)横、纵坐标都是整数的点叫做整点．记图象 G 在点 A，B 之间的部分与线段 OA，OC，BC 围成的区域(不含边界)为 W.

①当$b=-1$时，直接写出区域 W 内的整点个数；

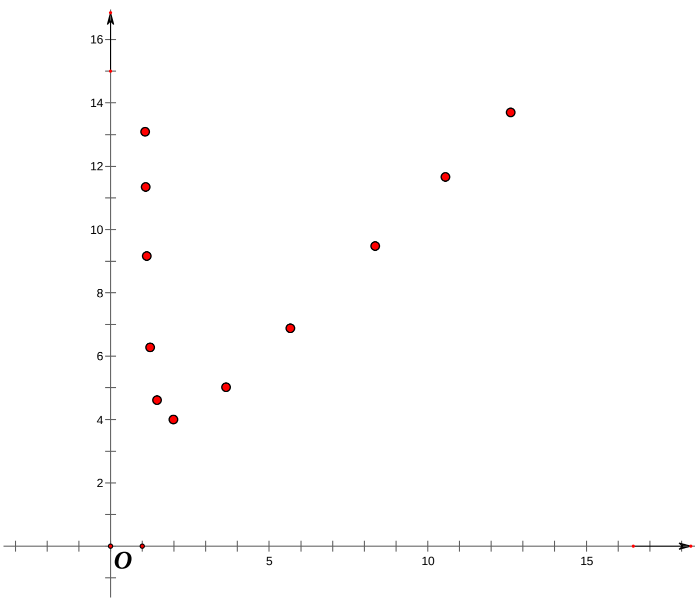
②若区域 W 内恰有 4 个整点，结合函数图象，求 b 的取值范围．

25.如图，在 Rt△ABC 中，∠BCA=90°，CD⊥AB 于点 D，CD-AD=1.
为了研究图中线段之间的关系，设 CD=x，BD=y.



（1）可通过证明△ACD∽△CBD，得到 y 关于 x 的函数表达式 y=______________，
其中自变量 x 的取值范围是______________________ .

（2）根据图中给出的（1）中函数图象上的点，画出该函数的图象；



（3）借助函数图象，回答下列问题：

①BD 的最小值是____________________；

②已知当 AB+CD=k 时，Rt△ABC 的形状与大小唯一确定，借助函数图象给出 k 的一个估计值（精确到 0.1）或者借助计算给出 k 的精确值.

26.在平面直角坐标系xOy中，抛物线$y=x^2-2bx-3b^2+2$ 与$y=2$交于点 A，将点 A 向右平移某个距离得到点 B，点 B 在抛物线上.已知点$P(-b-1,2),Q(2b,2-2b^2)$.

(1) 当$b<0$时.

① 求点 A 的坐标（用含 b 的式子表示）;

② 求线段 BP 的长度;

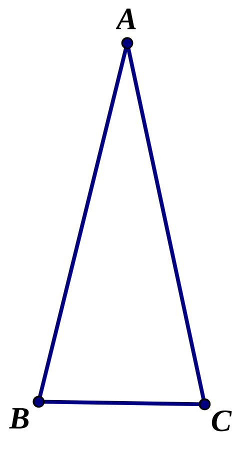
(2) 若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点，结合函数图象，求 b 的取值范围.

27.如图，△ABC 中，$AB=AC$,$\angle BAC<60^\circ$，将 AC 绕点 A 顺时针旋转60°到点 D，点 E 与点 D 关于直线 BC 对称，连接 BD，BE，DE.

（1）依题意补全图形;

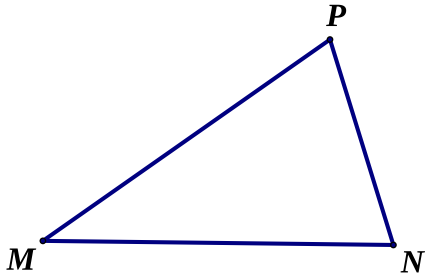
（2）判断△BDE 的形状，并证明你的结论;

（3）请问在直线 BE 上是否存在点 P，使得 PA-PC=BD 恒成立.若存在，请用文字描述出点 P 的准确位置,并画图证明；若不存在，请说明理由.



28.对于平面内的点 M 和点 N，给出如下定义：点 P 为平面内一点，若点 P 使得△PMN 是以∠M 为顶角且∠M 小于 90° 的等腰三角形，则称点 P 是点 M 关于点 N 的**锐角等腰点.**

如图，点 P 是点 M 关于点 N 的**锐角等腰点.**

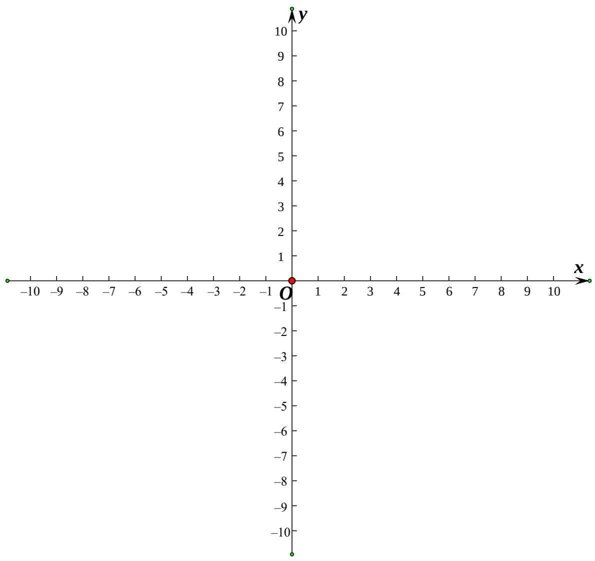


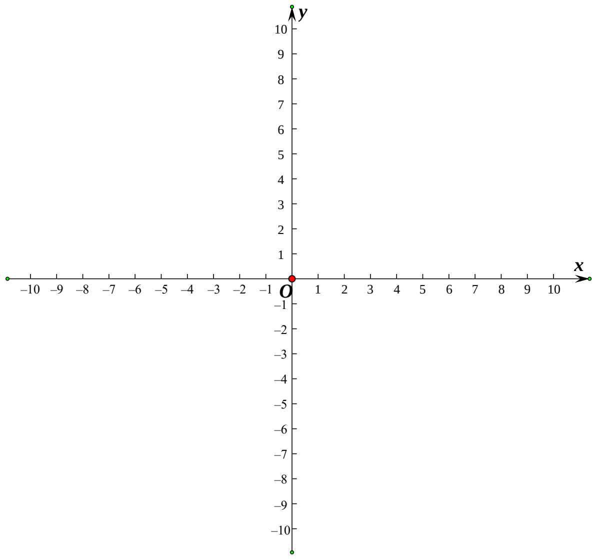
在平面直角坐标系xOy中，点 O 为坐标原点.

(1) 已知点 $A(2,0)$,在点P_1（$\sqrt{2},\sqrt{2}$），P_2（0，2），P_3（1，$-\sqrt{3}$），P_4（-1，-1）中，是点 O 关于点 A 的锐角等腰点的是________________;

(2) 已知点 $A(\sqrt{5},0)$，点 C 在直线 y=-2x+b 上，若点 C 是点 A 关于点 O 的锐角等腰点，求实数 b 的取值范围.

(3) 点 D 是 x 轴上的动点，$D(t,0)$,E(t+2,0),点 $F(m,n)$是以点 D 为圆心，2 为半径的圆上一动点，且满足$n \geq 0$, 若直线 y=-2x+4 上存在点 E 关于点 F 的锐角等腰点，请直接写出 t 的取值范围.





一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	A	B	C	C	C	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.$ab(b-2)(b+1)$　10.(3,2)　11.$y=-x^2$　12.4　13.$k<0, k>4, 0<k<1$　14. ①②③

15. ① 四条边相等的四边形是菱形；菱形的对边平行；两点确定一条直线.
② 两组对边分别相等的四边形是平行四边形；平行四边形的对边平行；两点确定一条直线.

16. （1）0.2　（2）丙

三、解答题：

17. 解：(1)原式$=1-3\times\frac{\sqrt{3}}{3}-4-2+\sqrt{3}+1=-4$；

18. 原式$=\left[\frac{(x-1)^2}{x(x-1)}+\frac{(x+2)(x-2)}{x(x+2)}\right]\cdot\frac{x}{x-4}=\frac{2x-3}{x}\cdot\frac{x}{x-4}=\frac{2x-3}{x-4}$,

当$x=-1$时，原式$=1$.

19. 证明：$\because AD$是$\angle BAC$的平分线，$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，

$\therefore DE=DF$.

又$\because BD=CD$，

$\therefore Rt\triangle DBE\cong Rt\triangle DCF(HL)$.

$\therefore BE=CF$.

即$AB+CF=AB+BE=AE$.

20. 解：(1) $\because b^2-4ac=(2)^2-4\times1\times(m-2)=12-4m>0$，解得：$m<3$.

(2) 则 m 的值是-1，该方程的另一根为 1.

21. (1)证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AD//BC$，$\angle A=90°$，

$\therefore \angle MDO=\angle NBO$，$\angle DMO=\angle BNO$，

$\because$在$\triangle DMO$和$\triangle BNO$中，

$$\begin{cases}\angle DMO=\angle BNO\\ \angle MDO=\angle NBO,\\ OB=OD\end{cases}$$

$\therefore\triangle DMO\cong\triangle BNO(AAS)$，

$\therefore OM=ON$，

$\because OB=OD$，

$\therefore$四边形 $BMDN$ 是平行四边形，

$\because MN\perp BD$，

$\therefore$平行四边形 $BMDN$ 是菱形.

(2)解：$\because$四边形 $BMDN$ 是菱形，

$\therefore MB=MD$，

设 MD 长为 x，则$MB=DM=x$，

在$Rt\triangle AMB$中，$BM^2=AM^2+AB^2$

即$x^2=(4-x)^2+2^2$，

解得：$x=\frac{5}{2}$,

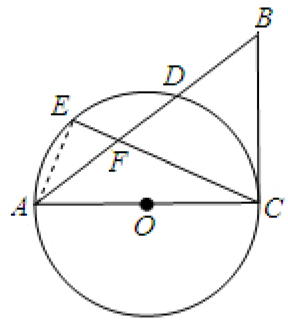
所以 MD 长为$\frac{5}{2}$.

22. $(1)210$；84；
$(2)15m^3-20m^3$；$10m^3-15m^3$ ；

$(3)\because 1200\times\frac{210}{360}=700$(户)，

∴估计“视调价涨幅采取相应的用水方式改变”的居民户数有 700 户.

23.



(1)证明：连接 AE，
$\because AC$是$\odot O$的直径，$\therefore \angle E=90°$，
$\therefore \angle EAD+\angle AFE=90°$，
$\because BF=BC$，$\therefore \angle BCE=\angle BFC$，
$\therefore \angle EAD+\angle BCE=90°$，
$\because E$为弧 AD 中点，$\therefore \angle EAD=\angle ACE$，
$\therefore \angle BCE+\angle ACE=90°$，
$\therefore AC\perp BC$，$\because AC$为直径，
$\therefore BC$是$\odot O$的切线.

(2)解：$\because\odot O$的半为 4，
$\therefore AC=8$，

$\because cosB=\frac{3}{5}=\frac{BC}{AC}$,

$\therefore BC=6$，$AB=10$，
$\therefore BF=6$，$AF=10-6=4$，
$\because \angle EAD=\angle ACE$，$\angle E=\angle E$，
$\therefore\triangle AEF\backsim\triangle CEA$，

$\therefore \frac{EA}{EC}=\frac{AF}{AC}=\frac{1}{2}$,

$\therefore EC=2EA$，
设$EA=x$，$EC=2x$，
由勾股定理得：$x^2+4x^2=64$，

解得$x=\frac{8\sqrt{5}}{5}$(负数舍去)，即$CE=\frac{16\sqrt{5}}{5}$.

24. 解：(1)把$A(4,1)$代入$y=\frac{k}{x}$得$k=4\times 1=4$;

(2)①当$b=-1$时，直线解析式为$y=\frac{1}{4}x-1$，

解方程$\frac{4}{x}=\frac{1}{4}x-1$得$x_1=2-2\sqrt{5}$(舍去)，$x_2=2+2\sqrt{5}$，则$B(2+2\sqrt{5},\frac{\sqrt{5}-1}{2})$，

而$C(0,-1)$，
如图 1 所示，区域 W 内的整点有$(1,0)$，$(2,0)$，$(3,0)$，有 3 个；

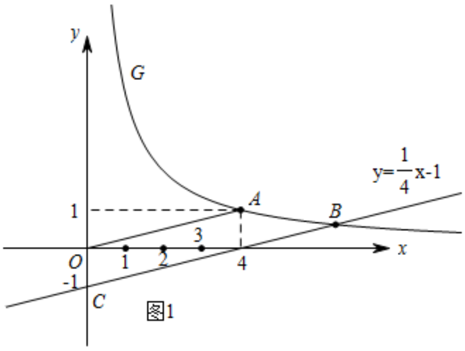


图1

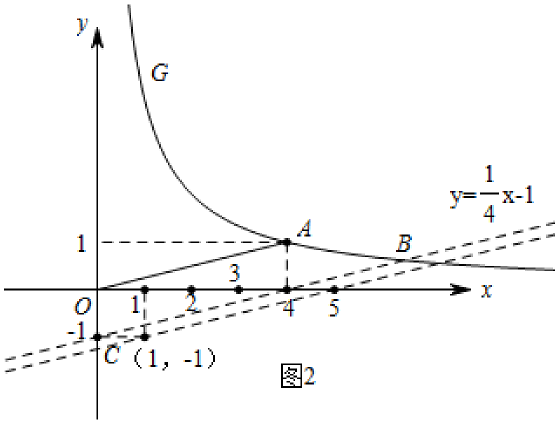


图2

②如图 2，直线 l 在 OA 的下方时，当直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$过$(1,-1)$时，$b=-\frac{5}{4}$，且经过$(5,0)$，

∴区域 W 内恰有 4 个整点，b 的取值范围是$-\frac{5}{4}\le b<-1$.

如图 3，直线 l 在 OA 的上方时，

∵点$(2,2)$在函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象 G，

当直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$过$(1,2)$时，$b=\frac{7}{4}$，

当直线 l：$y=\frac{1}{4}x+b$过$(1,3)$时，$b=\frac{11}{4}$，

∴区域 W 内恰有 4 个整点，b 的取值范围是$\frac{7}{4}<b\le\frac{11}{4}$.

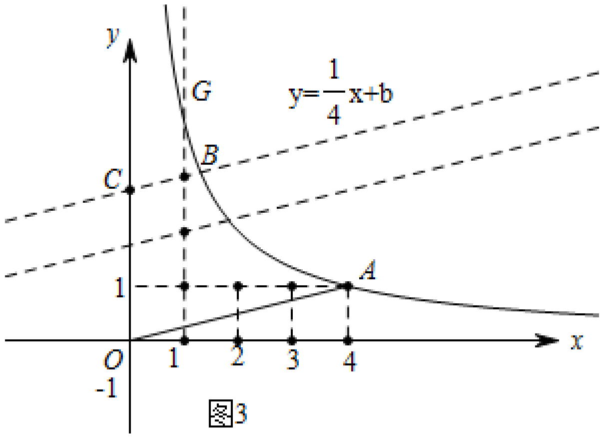


图3

综上所述，区域 W 内恰有 4 个整点，b 的取值范围是$-\frac{5}{4}\le b<-1$或$\frac{7}{4}<b\le\frac{11}{4}$.

25.（1） $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ ； $x>1$

（2）图象略

（3）① 4　　②$3+2\sqrt{3}$（不唯一，写 6-7 之间均可）

26. 解：（1）①由已知得：$x^2-2bx-3b^2+2=2$

化简得：$x^2-2bx-3b^2=0$

$(x-3b)(x+b)=0$

解得：$x_1=3b, x_2=-b$

∵$b<0$,又点 A 在点 B 的左侧

∴A（$3b$,2）

②∵B（$-b$,2），$P(-b-1,2)$,∴$BP=1$

(2)∵抛物线的对称轴为 $x=b$,与 y 轴交点坐标为（$0,2-3b^2$）

∴（$2b,2-3b^2$）必在抛物线上

又由已知$b\neq0$, ∴$2-2b^2>2-3b^2$

即点 Q 必在抛物线内部

当$b>0$时，点 A（-b,2）

$-b-1<-b$,∴点 P 一定在点 A 左侧即点点 P 一定在抛物线外部

∴当$b>0$时，抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点.

当$b<0$时，点 B（-b,2）

若抛物线与线段 PQ 恰有一个公共点，则$\begin{cases} b<0 \\ -b-1\le 3b \end{cases}$解得$-\frac{1}{4}\le b<0$

综上所述：$-\frac{1}{4}\le b<0$或$b>0$

27.（小于补）

28.

（1） P_1，P_3

（2） 可借助相似或者三角形函数求出

D（$\sqrt{5}-2$，-1）

$2\sqrt{5}-5\le b<9$

（3）$-\sqrt{5}-1$<t≤ $2\sqrt{5}$