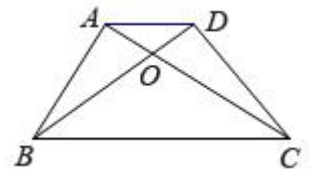


理工附中初三年级数学线上模拟测试四



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

- $-\frac{3}{4}$  的绝对值是 ( )  
 A.  $-\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{4}{3}$                               C.  $-\frac{3}{4}$                               D.  $\frac{3}{4}$
- 我国第六次全国人口普查数据显示，居住在城镇的人口总数达到 665 575 306 人，将 665 575 306 用科学记数法表示（保留三个有效数字）约为 ( )  
 A.  $66.6 \times 10^7$                       B.  $0.666 \times 10^8$                       C.  $6.66 \times 10^8$                       D.  $6.66 \times 10^7$
- 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ( )  
 A. 等边三角形                      B. 平行四边形                      C. 梯形                              D. 矩形
- 如图，在梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ，若  $AD=1$ ， $BC=$



- 3，则  $\frac{AO}{CO}$  的值为 ( )  
 A.  $\frac{1}{2}$                                       B.  $\frac{1}{3}$   
 C.  $\frac{1}{4}$                                       D.  $\frac{1}{9}$

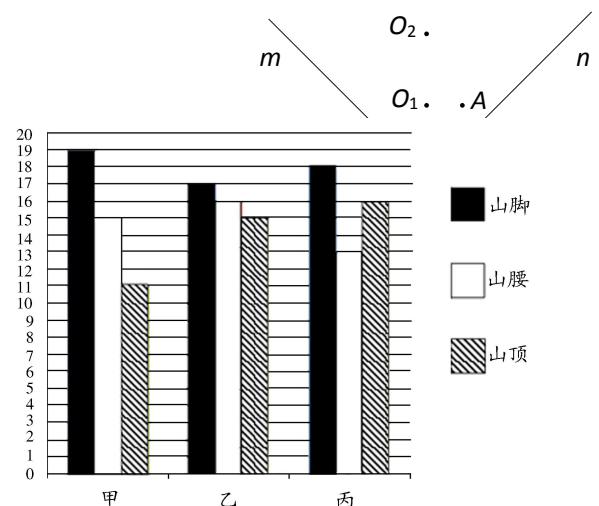
5. 北京市今年 6 月某日部分区县的最高气温如下表：

区县	大兴	通州	平谷	顺义	怀柔	门头沟	延庆	昌平	密云	房山
最高气温 (°C)	32	32	30	32	30	32	29	32	30	32

- 则这 10 个区县该日最高气温的众数和中位数分别是 ( )  
 A. 32, 32                              B. 32, 30                              C. 30, 32                              D. 32, 31
- 一个不透明的盒子中装有 2 个白球、5 个红球和 8 个黄球，这些球除颜色外，没有任何其他区别。现从这个盒子中随机摸出一个球，摸到红球的概率为 ( )  
 A.  $\frac{8}{15}$                                       B.  $\frac{1}{3}$                                       C.  $\frac{2}{15}$                                       D.  $\frac{1}{16}$

7. 如图，直线  $m \perp n$ 。在平面直角坐标系  $xOy$  中， $x$  轴  $\parallel m$ ， $y$  轴  $\parallel n$ 。如果以  $O_1$  为原点，点  $A$  的坐标为  $(1, 1)$ 。将点  $O_1$  平移  $2\sqrt{2}$  个单位长度到点  $O_2$ ，点  $A$  的位置不变，如果以  $O_2$  为原点，那么点  $A$  的坐标可能是

- A.  $(3, -1)$                               B.  $(1, -3)$   
 C.  $(-2, -1)$                               D.  $(2\sqrt{2}+1, 2\sqrt{2}+1)$



8. 甲，乙，丙三种作物，分别在山脚，山腰和山顶三个试验田进行试验，每个试验田播种二十粒种子，农业专家将每个试验田成活的种子个数统计如条形统计图，如图所示，下面有四个推断：

①甲种作物受环境影响最小；

- ②乙种作物平均成活率最高；
- ③丙种作物最适合播种在山腰；
- ④如果每种作物只能在一个地方播种，那么山脚，山腰和山顶分别播种甲，乙，丙三种作物能使得成活率最高。其中合理的是：

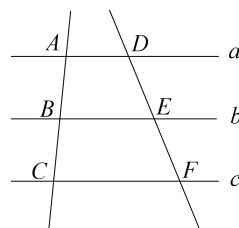
- A. ①③                      B. ①④                      C. ②③                      D. ②④

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 若分式  $\frac{x-8}{x}$  的值为 0，则  $x$  的值等于\_\_\_\_\_。

10. 分解因式： $a^3-10a^2+25a=$ \_\_\_\_\_。

11. 如图，直线  $a \parallel b \parallel c$ ，点  $B$  是线段  $AC$  的中点，若  $DE=2$ ，则  $DF$  的长度为\_\_\_\_\_。

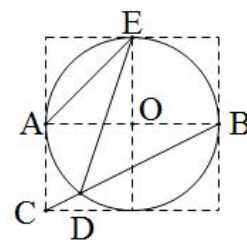


12. 若边长为 2 的正方形内接于  $\odot O$ ，则  $\odot O$  的半径是\_\_\_\_\_。

13. 在二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  中， $y$  与  $x$  的部分对应值如下表：

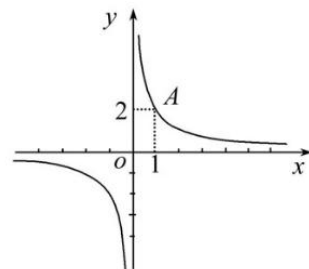
$x$	.....	-1	0	1	$\frac{2}{k}$	3	4	.....
$y$	.....	-7	-2	$m$	$y = \frac{k}{n}x$	-2	-7	.....

则  $m$ 、 $n$  的大小关系为  $m$  \_\_\_\_\_  $n$ 。（填“>”，“=”或“<”）



14. 如图所示，边长为 1 的小正方形构成的网格中，半径为 1 的  $\odot O$  的圆心  $O$  在格点上，则  $\angle AED$  的正切值是\_\_\_\_\_。

15. 如图，反比例函数的图象位于第一、三象限，且图象上的点与坐标轴围成的矩形面积为 2，请在第三象限的图象上取一个符合题意的点，并写出它的坐标\_\_\_\_\_。



16. 在平面直角坐标系中，给出如下定义：已知点  $A(2,3)$ ，点  $B(6,3)$ ，连接  $AB$ 。如果线段  $AB$  上有一个点与点  $P$  的距离不大于 1，那么称点  $P$  是线段  $AB$  的“环绕点”。已知  $\odot M$  上有一点  $P$  是线段  $AB$  的“环绕点”，且点  $M(4,1)$ ，则  $\odot M$  的半径  $r$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

三、解答题（17—24 题均为 5 分，25 题 6 分，27 题、28 题每题 7 分）

17. 计算： $4\sin 30^\circ - (\pi - 3)^0 + |\sqrt{3} - 2| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

18. 解不等式组： $\begin{cases} 2(x+3) \leq 4x+7 \\ \frac{x+2}{2} > x \end{cases}$  并写出它的所有整数解。



19.我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理，创造了一幅“弦图”后人称其为“赵爽弦图”（如图1）. 图2是弦图变化得到，它是用八个全等的直角三角形拼接而成，记图中正方形ABCD,正方形EFGH, 正方形MNKT的面积分别为 $S_1, S_2, S_3$ , 若 $S_1 + S_2 + S_3 = 10$ , 求 $S_2$ 的值. 以下是求 $S_2$ 的值的解题过程, 请你根据图形补充完整.

解：设每个直角三角形的面积为 $s$

$S_1 - S_2 =$  \_\_\_\_\_ (用含 $s$ 的代数式表示) ①

$S_2 - S_3 =$  \_\_\_\_\_ (用含 $s$ 的代数式表示) ②

由①, ②得,

$S_1 + S_3 =$  \_\_\_\_\_

因为 $S_1 + S_2 + S_3 = 10$ ,

所以 $2S_2 + S_2 = 10$ .

所以 $S_2 = \frac{10}{3}$ .

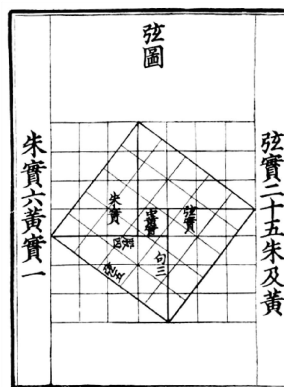


图1

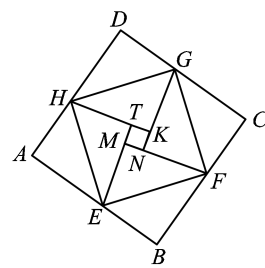
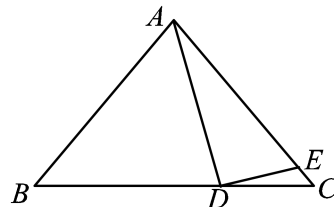


图2

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 $D$ ，点 $E$ 分别是 $BC$ ， $AC$ 上一点，且 $DE \perp AD$ . 若 $\angle BAD=55^\circ$ ， $\angle B=50^\circ$ ，求 $\angle DEC$ 的度数.



21. 已知关于 $x$ 的一元二次方程 $3x^2 - 6x + 1 - k = 0$ 有实数根， $k$ 为负整数.

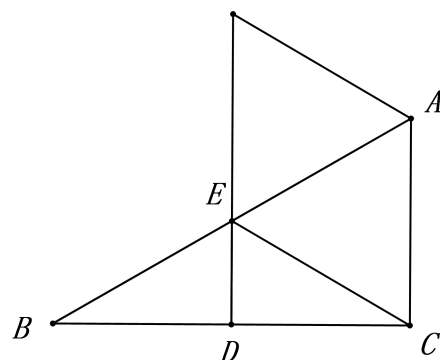
(1) 求 $k$ 的值;

(2) 如果这个方程有两个整数根，求出它的根.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 $D, E$ 分别是 $BC, AB$ 上的中点，连接 $DE$ 并延长至点 $F$ ，使 $EF = 2DE$ ，连接 $CE, AF$ .

(1) 证明： $AF = CE$ ;

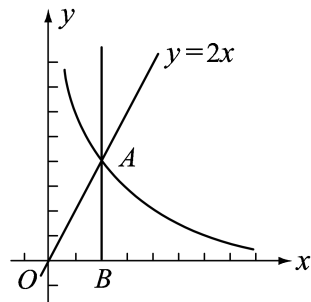
(2) 若 $\angle B = 30^\circ$ ， $AC=2$ ，连接 $BF$ ，求 $BF$ 的长.



23. 如图，点  $A$  是直线  $y = 2x$  与反比例函数  $y = \frac{m-1}{x}$  ( $m$  为常数) 的图象的交点. 过点  $A$  作  $x$  轴的垂线，垂足为  $B$ ，且  $OB = 2$ .

(1) 求点  $A$  的坐标及  $m$  的值;

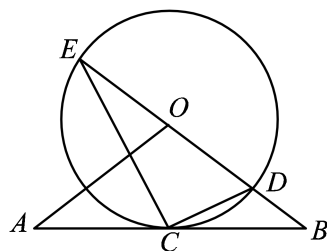
(2) 已知点  $P(0, n)$  ( $0 < n \leq 8$ )，过点  $P$  作平行于  $x$  轴的直线，交直线  $y = 2x$  于点  $C(x_1, y_1)$ ，交反比例函数  $y = \frac{m-1}{x}$  ( $m$  为常数) 的图象于点  $D(x_2, y_2)$ ，交垂线  $AB$  于点  $E(x_3, y_3)$ ，若  $x_2 < x_3 < x_1$ ，结合函数的图象，直接写出  $x_1 + x_2 + x_3$  的取值范围.



24. 已知：如图，在  $\triangle OAB$  中， $OA = OB$ ， $\odot O$  经过  $AB$  的中点  $C$ ，与  $OB$  交于点  $D$  且与  $BO$  的延长线交于点  $E$ ，连接  $EC$ ， $CD$ 。

(1) 试判断  $AB$  与  $\odot O$  的位置关系，并加以证明;

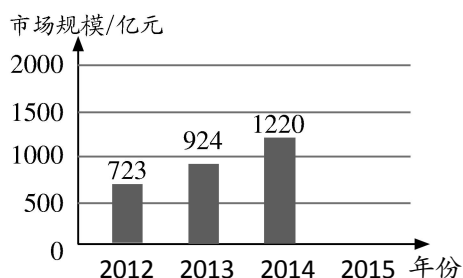
(2) 若  $\tan E = \frac{1}{2}$ ， $\odot O$  的半径为 3，求  $OA$  的长.



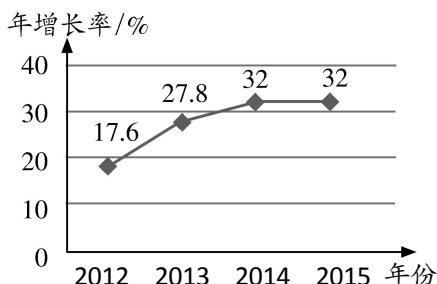
25. 阅读下面材料:

当前，中国互联网产业发展迅速，互联网教育市场增长率位居全行业前列。以下是根据某媒体发布的 2012 - 2015 年互联网教育市场规模的相关数据，绘制的统计图表的一部分。

2012 - 2015 年互联网教育  
市场规模统计图



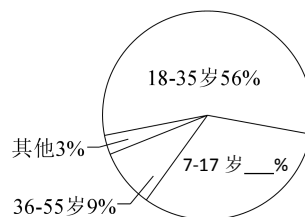
2012 - 2015 年互联网教育  
市场规模的增长率统计图



(1) 2015 年互联网教育市场规模约是\_\_\_\_\_亿元（结果精确到 1 亿元），  
并补全条形统计图；

(2) 截至 2015 年底，约有 5 亿网民使用互联网进行学习，互联网学习用户的年龄分布如右图所示，请你补全扇形统计图，并估计 7-17 岁年龄段有\_\_\_\_\_亿网民通过互联网进行学习；

截至 2015 年底互联网学习用户分布图

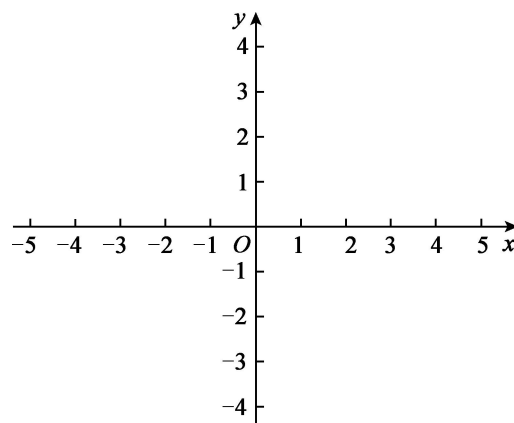


(3) 根据以上材料，写出你的思考或建议（一条即可）。

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y=mx^2-2mx+2(m \neq 0)$  与  $y$  轴交于点  $A$ ，其对称轴与  $x$  轴交于点  $B$ 。

(1) 求点  $A, B$  的坐标；

(2) 点  $C, D$  在  $x$  轴上（点  $C$  在点  $D$  的左侧），且与点  $B$  的距离都为 2，若该抛物线与线段  $CD$  有两个公共点，结合函数的图象，求  $m$  的取值范围。



27. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，以 $AB$ 为斜边作等腰直角三角形 $ABD$ ，且点 $D$ 与点 $C$ 在直线 $AB$ 的两侧，连接 $CD$ 。

(1) 如图1，若 $\angle ABC=30^\circ$ ，则 $\angle CAD$ 的度数为\_\_\_\_\_。

(2) 已知 $AC=1$ ， $BC=3$ 。

①依题意将图2补全；

②求 $CD$ 的长；

小聪通过观察、实验、提出猜想，与同学们进行交流，通过讨论，形成了求 $CD$ 长的几种想法：

想法1: 延长 $CB$ ，在 $CB$ 延长线上截取 $BE=AC$ ，连接 $DE$ 。要求 $CD$ 的长，需证明

$\triangle ACD \cong \triangle BED$ ， $\triangle CDE$ 为等腰直角三角形。

想法2: 过点 $D$ 作 $DH \perp BC$ 于点 $H$ ， $DG \perp CA$ ，交 $CA$ 的延长线于点 $G$ ，要求 $CD$ 的长，需证明 $\triangle BDH \cong \triangle ADG$ ， $\triangle CHD$ 为等腰直角三角形。

.....

请参考上面的想法，帮助小聪求出 $CD$ 的长（一种方法即可）。

(3) 用等式表示线段 $AC$ ， $BC$ ， $CD$ 之间的数量关系（直接写出即可）。

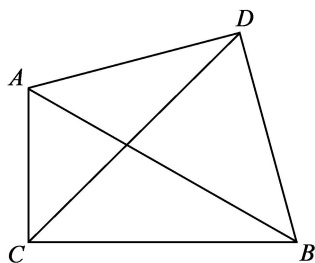


图1

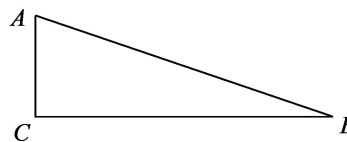


图2



28. 我们规定：平面内点A到图形G上各个点的距离的最小值称为该点到这个图形的最小距离d，点A到图形G上各个点的距离的最大值称为该点到这个图形的最大距离D，定义点A到图形G的距离跨度为 $R=D-d$ .

(1) ①如图 1，在平面直角坐标系  $xOy$  中，图形  $G_1$  为以  $O$  为圆心，2 为半径的圆，直接写出以下各点到图形

$G_1$  的距离跨度：

$A(1, 0)$  的距离跨度\_\_\_\_\_；

$B(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  的距离跨度\_\_\_\_\_；

$C(-3, -2)$  的距离跨度\_\_\_\_\_；

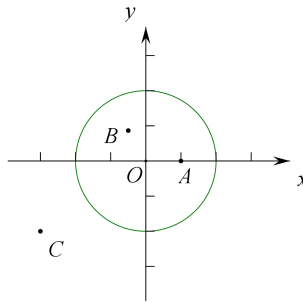


图 1

②根据①中的结果，猜想到图形  $G_1$  的距离跨度为 2 的所有的点组成的图形的形状是\_\_\_\_\_.

(2) 如图 2，在平面直角坐标系  $xOy$  中，图形  $G_2$  为以  $D(-1, 0)$  为圆心，2 为半径的圆，直线  $y = k(x-1)$  上存在

在到  $G_2$  的距离跨度为 2 的点，求  $k$  的取值范围。

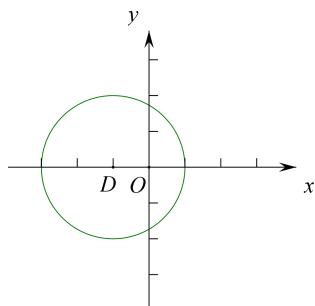


图 2

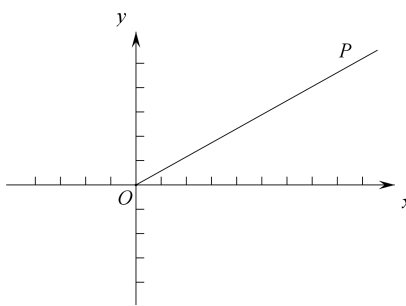


图 3

(3) 如图 3，在平面直角坐标系  $xOy$  中，射线  $OP: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x (x \geq 0)$ ， $\odot E$  是以 3 为半径的圆，且圆心  $E$  在

$x$  轴上运动，若射线  $OP$  上存在点到  $\odot E$  的距离跨度为 2，直接写出圆心  $E$  的横坐标  $x_E$  的取值范围\_\_\_\_\_

