# 东城区 2019—2020 学年度第二学期初三年级统一测试(一)

## 数学试卷参考答案及评分标准

2020.5

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分) 公众号：北京初高中数学

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | B | D | D | C | B | A | C | C |

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. $x\geqslant\frac{1}{2}$　　10. $\frac{2}{3}$　　11. $-5$　　12. 5

13. $\begin{cases}50x+10y=30,\\ x+y=2\end{cases}$　　14. $\frac{\sqrt{3}}{5}$　　15. ③④　　16. 5

三、解答题(本题共 68 分,第 17—22 题,每小题 5 分,第 23—26 题,每小题 6 分,第 27—28 题,每小题 7 分)

17. 解:原式 $=\sqrt{3}-1+1+2$ ……………………………… 4 分

$=\sqrt{3}+2$. ……………………………… 5 分

18. 解: $\begin{cases}2x-6<3x, ①\\ \frac{x+2}{5}-\frac{x-1}{4}\geqslant 0. ②\end{cases}$

由①得, $x>-6$. ……………………………… 2 分

由②得, $x\leqslant 13$. ……………………………… 4 分

∴不等式组的解集为 $-6<x\leqslant 13$. ……………………………… 5 分

19. 解:错误的步骤是:步骤 1、2、3、6,理由略. ……………………………… 4 分

正确的结果是 $x=1$. ……………………………… 5 分

20. 解:(1)∵关于 $x$ 的方程 $ax^2+2x-3=0$ 有两个不相等的实数根,

∴$\Delta>0$,且 $a\neq0$.

即 $2^2-4a\cdot(-3)>0$,且 $a\neq0$.

∴$a>-\frac{1}{3}$ 且 $a\neq0$. ……………………………… 3 分

(2)将 $x=1$ 代入方程 $ax^2+2x-3=0$,

解得 $a=1$.

将 $a=1$ 代入方程 $ax^2+2x-3=0$,

解方程得 $x_1=1$, $x_2=-3$.

∴方程的另一个根为 $x=-3$. ……………………………… 5 分

21. (1)证明:∵四边形 $ABCD$ 为菱形,

∴$CB=CD$.

又∵$BE\perp CD$ 于点 $E$, $DF\perp BC$ 于点 $F$,

∴$\angle BEC=\angle DFC=90°$.

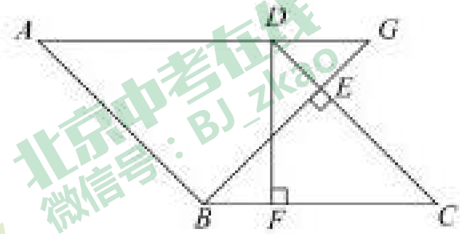
$\because \angle C=\angle C$,

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFC$.

$\therefore EC=FC$.

$\therefore BF=DE$. ………………………………………………………………………… 2 分

(2)解：设 $AD=\sqrt{2}a$.




$\because \angle A=45°$,

$\therefore \triangle DEG$ 和 $\triangle BEC$ 都是等腰直角三角形.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

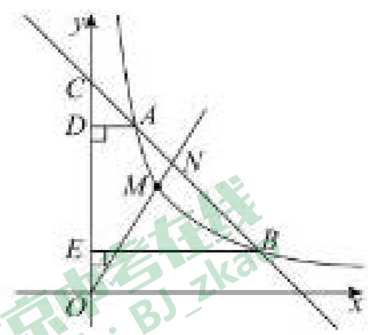
$\therefore \dfrac{DG}{AD}=\dfrac{DG}{BC}=\dfrac{DE}{CE}$.

可求出 $CE=a$，$DE=(\sqrt{2}-1)a$.

$\therefore \dfrac{DG}{AD}=\sqrt{2}-1$. ………………………………………………………………… 5 分

22. 解：(1)将点 $A(1,4)$ 代入 $y=\dfrac{m}{x}$，

得 $m=4$.




$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=\dfrac{4}{x}$.

$\because BE\perp y$ 轴，$AD\perp y$ 轴，

$\therefore \angle CEB=\angle CDA=90°$.

$\therefore \triangle CDA \backsim \triangle CEB$.

$\therefore \dfrac{CD}{CE}=\dfrac{AD}{BE}$.

$\because \dfrac{CD}{CE}=\dfrac{1}{4}$,

$\therefore BE=4AD$.

$\because A(1,4)$,

$\therefore AD=1$.

$\therefore BE=4$.

$\therefore x_B=4$.

$\therefore y_B=\dfrac{4}{x}=1$.

$\therefore B(4,1)$.

将 $A(1,4)$，$B(4,1)$ 代入 $y=kx+b$，

得 $\begin{cases} k+b=4, \\ 4k+b=1. \end{cases}$

解得，$k=-1$，$b=5$.

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=-x+5$. ………………………………………………… 3 分

（2）当 $MN$ 长度最大时，点 $M$ 的坐标为(2,2). ………………………………………… 5 分

23.（1）证明：如图，连接 $OB$，则 $OP=OB$.

$\therefore \angle OBP=\angle OPB=\angle CPA$.

$\because AB=AC$,

$\therefore \angle ACB=\angle ABC$.

而 $OA\perp l$，即 $\angle OAC=90°$,

$\therefore \angle ACB+\angle CPA=90°$.

即 $\angle ABP+\angle OBP=90°$.

$\therefore \angle ABO=90°$.

$\therefore OB\perp AB$，故 $AB$ 是⊙$O$ 的切线. ………………………………………… 2 分

（2）解：$\because \tan\angle ACB=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 在 Rt$\triangle ACP$ 中，设 $AP=x$，$AC=2x$.

$\because OA=5$,

$\therefore OP=5-x$.

$\therefore OB=5-x$.

$\because AB=AC$,

$\therefore AB=2x$.

$\because \angle ABO=90°$,

由勾股定理，得 $OB^2+AB^2=OA^2$.

即 $(5-x)^2+(2x)^2=5^2$.

解得 $x=2$.

$\therefore AP=2$.

$\therefore OB=OP=3$.

$\therefore AB=AC=4$.

$\therefore CP=2\sqrt{5}$.

过 $O$ 作 $OD\perp PB$ 于 $D$,

在$\triangle ODP$ 和$\triangle CAP$ 中，

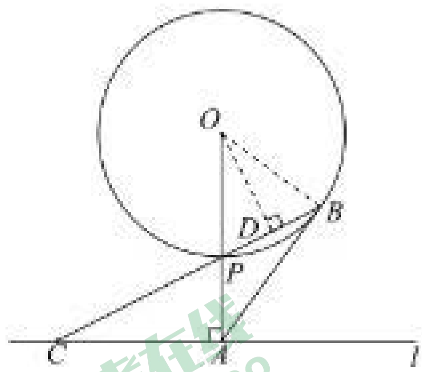
$\because \angle OPD=\angle CPA$，$\angle ODP=\angle CAP=90°$,

$\therefore \triangle ODP\backsim\triangle CAP$.

$\therefore \frac{PD}{PA}=\frac{OP}{CP}=\frac{OD}{CA}$.

$\therefore PD=\frac{OP\cdot PA}{CP}=\frac{3}{5}\sqrt{5}$.

$\therefore BP=2PD=\frac{6}{5}\sqrt{5}$. ………………………………………… 6 分



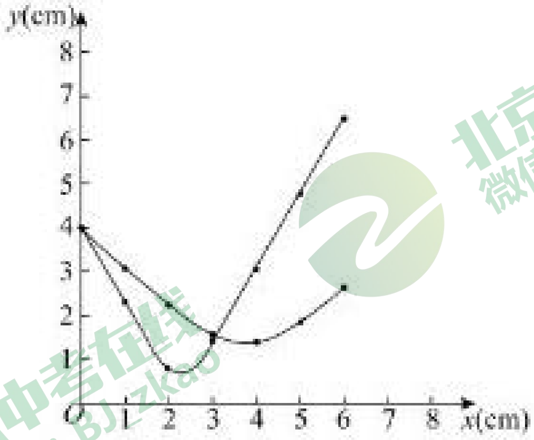
24. 解：(1)6；…………………………………………………………………… 2 分

(2)2，3.8；…………………………………………………………………… 4 分

(3)①②. …………………………………………………………………… 6 分

25. 解：(1)$AP$，$PQ$，$AQ$；………………………………………………… 3 分

(2)如图所示：




…………………………………………………………………………………… 5 分

(3)3.07. …………………………………………………………………… 6 分

26. 解：(1) $y=ax^2-2ax-1=a(x-1)^2-a-1$.

∴抛物线顶点坐标为$(1,-a-1)$. ………………………………………… 2 分

(2)当 $a=\frac{1}{2}$ 时，画出直线 $y=\frac{1}{2}x$ 和抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-x-1$ 围成的封闭区域 $W$.

∴区域 $W$ 内的所有整点坐标分别为$(1,0)$，$(2,0)$，$(1,-1)$，$(3,1)$. ……………… 4 分

(3)①$a>0$，

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，区域 $W$ 内的所有整点有 4 个；

当 $a>\frac{1}{2}$ 时，区域 $W$ 内的所有整点多于 3 个；

当 $\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$ 时，区域 $W$ 内的所有整点有 4 个；

当 $a=\frac{1}{3}$ 时，区域 $W$ 内的所有整点有 3 个；

当 $0<a<\frac{1}{3}$ 时，区域 $W$ 内的所有整点多于 3 个.

②$a<0$，

当 $-1\leqslant a<0$ 时，区域 $W$ 内的所有整点有 0 个；

当 $a<-\frac{3}{2}$ 时，区域 $W$ 内的所有整点多于 3 个.

∴区域 $W$ 内有 3 个整点时，$a$ 的取值范围是 $-\frac{3}{2}\leqslant a<-1$.

综上，$a$ 的取值范围是 $a=\frac{1}{3}$ 或 $-\frac{3}{2}\leqslant a<-1$. ……………………… 6 分

北京中考在线 微信号：BJ_zkao

27. 解：(1)补全图形如图 1 所示. ………………………………………………………………… 1 分

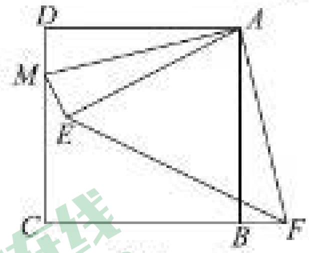


图 1

(2)如图 2，连接 $BM$.

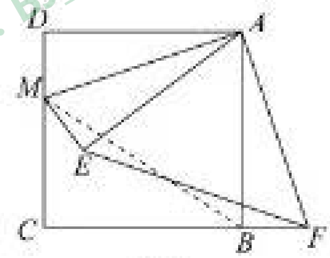


图 2

∵点 $D$ 与点 $E$ 关于 $AM$ 所在的直线对称，

∴$AE=AD$，$\angle MAD=\angle MAE$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=AB$，$\angle D=\angle ABF=90°$.

又∵$DM=BF$，

∴$\triangle ADM\cong\triangle ABF$.

∴$AF=AM$，$\angle FAB=\angle MAD$.

∴$\angle FAB=\angle MAE$.

∴$\angle FAB+\angle BAE=\angle BAE+\angle MAE$.

∴$\angle FAE=\angle MAB$.

∴$\triangle FAE\cong\triangle MAB$(SAS).

∴$EF=BM$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$BC=CD=AB=3$.

∵$DM=1$，

∴$CM=2$.

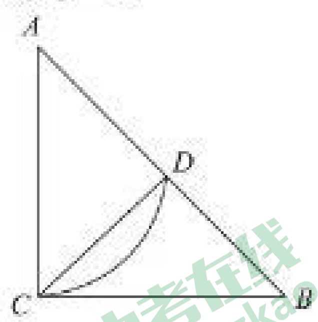
∴在 $\mathrm{Rt}\triangle BCM$ 中，$BM=\sqrt{CM^2+BC^2}=\sqrt{13}$.

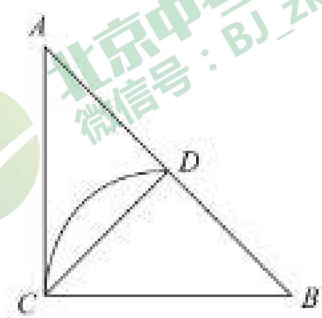
∴$EF=\sqrt{13}$. ………………………………………………………………………………… 5 分

(3)当点 $M$ 在 $CD$ 边上运动时，若使$\triangle AEF$ 为等腰三角形，则 $\tan\angle DAM=1$ 或$\frac{1}{2}$.

………………………………………………………………………………………………… 7 分

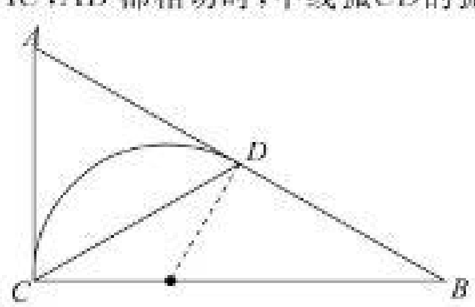
28. 解：(1)①如图(答案不唯一).





中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的半径 $r$ 的最小值为$\frac{1}{2}$. ………………………………………… 2 分

②当中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆与 $AC$，$AB$ 都相切时，中线弧$\overset{\frown}{CD}$的弧长 $l$ 最大.



如图，此时中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的圆心在 $BC$ 上，半径为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

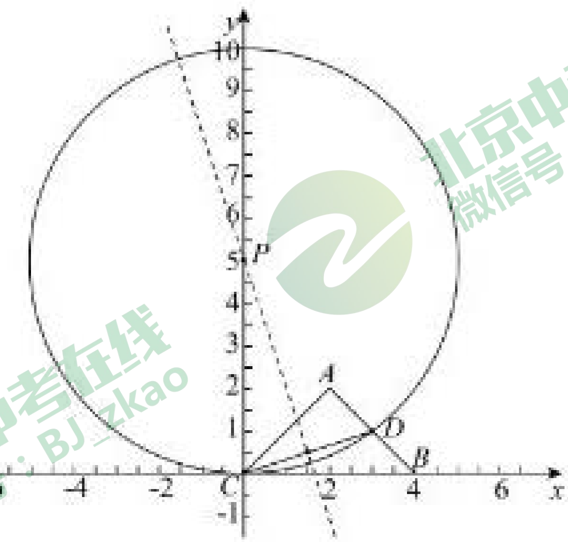
北京中考在线 微信号：BJ_zkao

所以最大弧长 $l=\frac{120}{360}\times 2\pi\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$. …………………………………… 3 分

(2)$\triangle ABC$ 的中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的圆心 $P$ 在 $CD$ 的垂直平分线上.

如图，若中线弧$\overset{\frown}{CD}$在 $CD$ 下方，

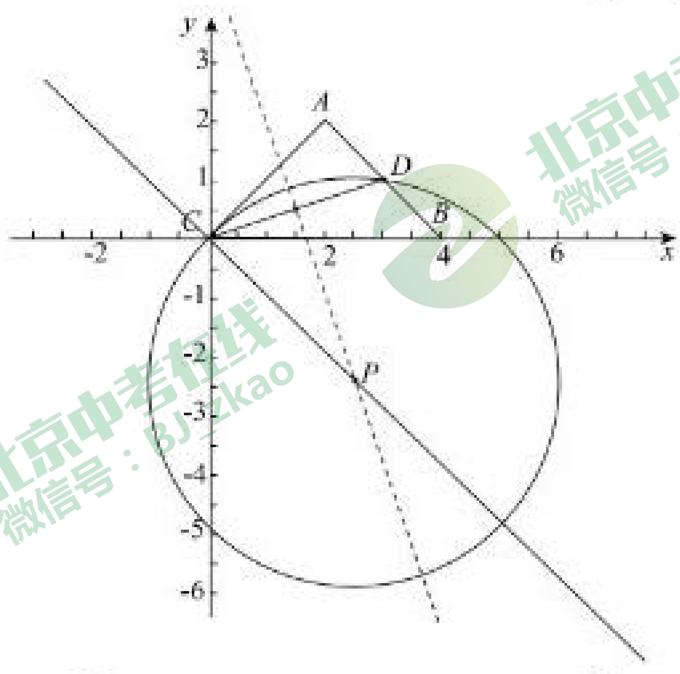
当中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆与 $BC$ 相切时，可得圆心 $P$ 的坐标为(0，5).




所以$\triangle ABC$ 的中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的圆心 $P$ 的纵坐标 $t\geqslant 5$.

如图，若中线弧$\overset{\frown}{CD}$在 $CD$ 上方，

当中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆与 $AC$ 相切时，可得圆心 $P$ 的坐标为$(\frac{5}{2},-\frac{5}{2})$.




所以$\triangle ABC$ 的中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的圆心 $P$ 的纵坐标 $t\leqslant -\frac{5}{2}$.

综上，$\triangle ABC$ 的中线弧$\overset{\frown}{CD}$所在圆的圆心 $P$ 的纵坐标 $t$ 的取值范围为：$t\geqslant 5$ 或 $t\leqslant -\frac{5}{2}$.

……………………………………………………………………………… 7 分

北京中考在线 微信号：BJ_zkao