2023 北京燕山初二（下）期末

数　　学

2023 年 6 月

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题纸上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，请将答题卡和试卷一并交回。

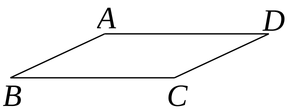
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．计算 $\sqrt{3^2}$ 的结果为

A．3　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．-3

2．如图，▱$ABCD$ 中，$\angle B=25°$，则 $\angle A=$



A．$50°$　　B．$65°$

C．$115°$　　D．$155°$

3．点 $P(1，3)$在正比例函数 $y=kx\left(k\neq 0\right)$ 的图象上，则 k 的值为

A．$\frac{1}{3}$　　B．2　　C．3　　D．4

4．下列计算正确的是

A．$\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{10}$　　B．$2\sqrt{2}-2=\sqrt{2}$

C．$\sqrt{2}\times\sqrt{8}=4$　　D．$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=4$

5．在△ABC中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边分别是a，b，c．下列条件中，不能判定△ABC是直角三角形的是

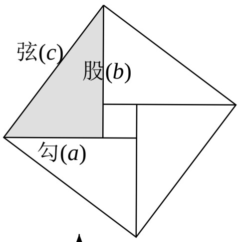
A．$\angle A+\angle B=90°$　　B．$\angle A$：$\angle B$：$\angle C$=3：4：5

C．a：b：c=3：4：5　　D．$a=b=1$，$c=\sqrt{2}$

6．某企业参加“科技创新企业百强”评选，创新能力、创新价值、创新影响三项得分分别为 8 分，9 分，7 分，若将三项得分依次按 5：3：2 的比例计算总成绩，则该企业的总成绩为

A．8 分　　B．8.1 分　　C．8.2 分　　D．8.3 分

7．如图，四个全等的直角三角形围成一个大正方形，中间是个小正方形，这个图形是我国汉代赵爽在注解《周髀算经》时给出的，人们称它为“赵爽弦图”．如果图中勾 $a=3$，弦 $c=5$，则小正方形的面积为



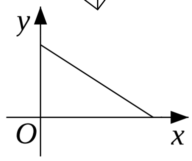
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．下面的三个问题中都有两个变量：

①三角形的高一定，三角形的面积 y 与底边长 x；

②将泳池中的水匀速放出，直至放完，泳池中的剩余水量 y 与放水时间 x；

③一艘观光船沿直线从码头匀速行驶到某景区，观光船与景区间的距离 y 与行驶时间 x．其中，变量 y 与变量 x 之间的函数关系可以用如图所示的图象表示的是



A．①②　　B．②③　　C．①③　　D．①②③

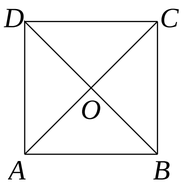
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_______．

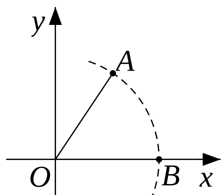
10．将直线 $y=3x$ 向上平移 2 个单位长度后，得到的直线是_______．

11．已知点 $P(-2，y_1)$，$Q(1，y_2)$在一次函数 $y=kx+1(k\neq 0)$ 的图象上，且 $y_1>y_2$，则 k 的值可以是_________(写出一个即可)．

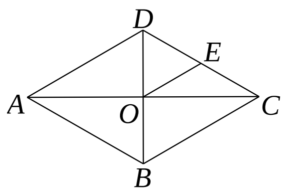
12．如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，再添加一个条件，使得四边形 $ABCD$ 是正方形，这个条件可以是_______(写出一个条件即可)．



（第 12 题）



（第 13 题）

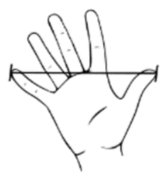


（第 14 题）

13．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(2，3)$，以点 O 为圆心，OA 长为半径画弧，交 x 轴的正半轴于点 B，则点 B 的横坐标为_______．

14．如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 为边 CD 的中点，连接 OE．若 $AC=2\sqrt{3}$，$BD=2$，则 OE 的长为_______．

15．如图，大拇指与小拇指尽量张开时，两指尖的距离称为指距．某项研究表明，一般情况下人的身高 y(单位：cm)是指距 x(单位：cm)的一次函数，现测得指距 x 与身高 y 的几组对应值：

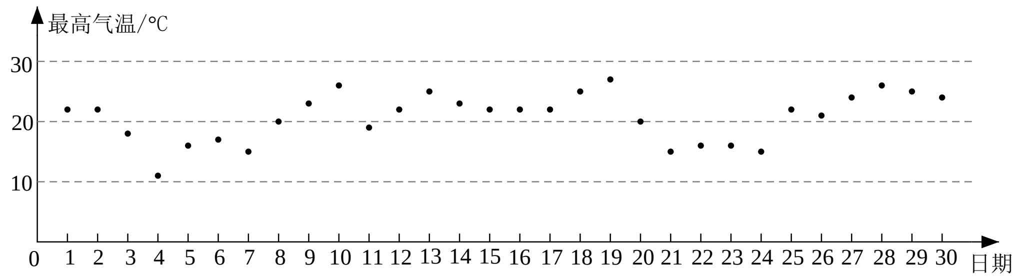


指距 x / cm	16	18	20	22

身高 y/cm	133	151	169	187

小明的身高是 160cm，一般情况下，他的指距约是_______cm．

16．2023 年 4 月，北京市每日最高气温的统计图如图所示：



根据统计图提供的信息，有下列三个结论：

① 若按每日最高气温由高到低排序，4 月 4 日排在第 30 位；

② 4 月 7 日到 4 月 8 日气温上升幅度最大；

③ 若记 4 月上旬(1 日至 10 日)的最高气温的方差为 s_1^2，中旬(11 日至 20 日)的最高气温的方差为 s_2^2，下旬(21 日至 30 日)的最高气温的方差为 s_3^2，则 $s_2^2 < s_3^2 < s_1^2$．

其中所有正确结论的序号是_______．

三、解答题（共 68 分，第 17—22 题，每题 5 分，第 23—26 题, 每题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．计算：$\sqrt{6}\times\sqrt{50}\div\sqrt{3}$．

18．计算：$(\sqrt{2023})^0+|-\sqrt{2}|-\sqrt{18}+(\sqrt{2})^2$．

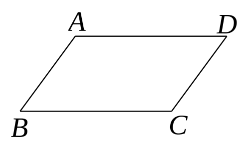
19．已知 $a=\sqrt{5}+1$，求代数式 a^2-2a 的值．

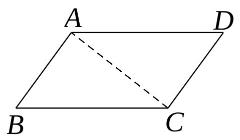
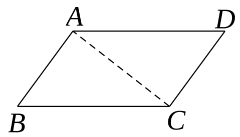
20．已知一次函数 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$ 的图象与两坐标轴分别交于点 $A(-1，0)$，$B(0，3)$．求该一次函数的解析式．

21．下面是证明平行四边形判定定理“一组对边平行且相等的四边形是平行四边形”的两种思路，选择其中一种，完成证明．

已知：如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AB=CD$．

求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

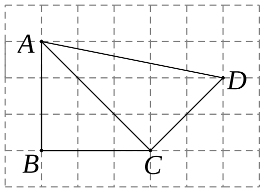


思路一：条件中已有$AB//CD$，只需证明 $BC//AD$即可． 证明：如图，连接AC． 	思路二：条件中已有$AB=CD$，只需证明 $BC=AD$即可． 证明：如图，连接AC． 

22．如图，在正方形网格中，每个小正方形网格的边长均为1，点A，B，C，D均在格点上．

(1) 判断$\triangle ACD$的形状，并说明理由；

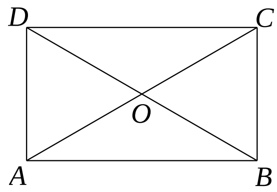
(2) 求四边形$ABCD$的面积．



23．如图，在▱$ABCD$中，对角线AC，BD交于点O，$OA=OB$．

(1) 求证：四边形$ABCD$是矩形；

(2) 若$AD=2$，$\angle CAB=30°$，作$\angle DCB$的平分线CE交AB于点E，求AE的长．



24．探究函数性质时，我们经历了列表、描点、连线画出函数的图象，观察分析图象特征，概括函数性质的过程．小腾根据学习函数的经验，对函数$y_1=2x$与$y_2=-x+6$进行了探究．**下面是小腾的探究过程，请补充完整：**

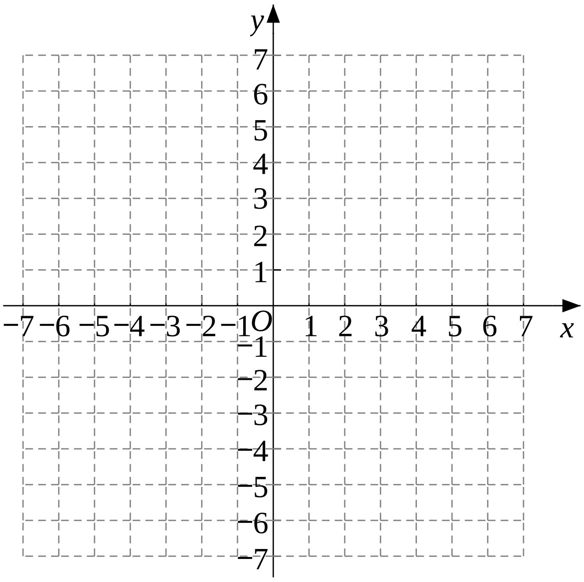
(1) 绘制函数图象

① 列表：下表是x与y_1，y_2的几组对应值；

x	…	0	1	…
y_1	…	0	2	…
y_2	…	b	5	…

其中，b=______；

② 描点、连线：在同一平面直角坐标系xOy中，描出上表中各组数值所对应的点$(x，y_1)$，$(x，y_2)$，并画出函数y_1，y_2的图象；



(2) 结合函数图象，探究函数性质

①函数 y_1， y_2 的图象的交点坐标为______________，则关于 x，y 的二元一次方程组 $\begin{cases} y=2x, \\ y=-x+6 \end{cases}$ 的

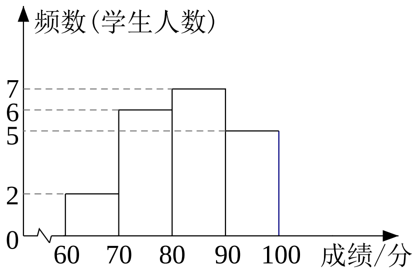
解是______________；

②过点 $M(m$，$0)$作垂直于 x 轴的直线与函数 y_1， y_2 的图象分别交于点 P，Q，

当点 P 位于点 Q 下方时， m 的取值范围是______________.

25．为了了解学生对党的二十大精神的学习领会情况，某校团委从七，八年级各随机抽取 20 名学生进行测试，获得了他们的成绩(百分制)，并对数据(成绩)进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息：

a．八年级学生成绩的频数分布直方图如下(数据分为 4 组：$60 \leqslant x < 70$，$70 \leqslant x < 80$，$80 \leqslant x < 90$，$90 \leqslant x \leqslant 100$)



b．八年级学生成绩在 $80 \leqslant x < 90$ 这一组的是：

81　83　84　84　84　86　89

c．七、八年级学生成绩的平均数、中位数、众数如下：

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 写出表中 m 的值；

(2) 七年级学生小亮和八年级学生小宇的成绩都是 86 分，这两名学生在本年级成绩排名更靠前的是______(填“小亮”或“小宇”)，理由是__________.

____________________________________；

(3) 成绩不低于 85 分的学生可获得优秀奖，假设该校八年级 300 名学生都参加测试，估计八年级获得优秀奖的学生人数．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $M(a，m)$和点 $N(a+2，n)$在一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的图象上．

(1) 若 $a=0$，$m=4$，$n=2$，求该一次函数的解析式；

(2) 已知点 $A(1，2)$，将点 A 向左平移 3 个单位长度，得到点 B．

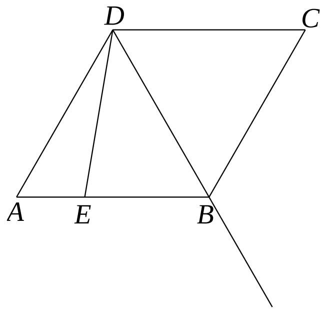
①求点 B 的坐标；

②若 $m-n=4$，一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的图象与线段 AB 有公共点，求 b 的取值范围．

27．如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=120°$，E 为边 AB 上一点．点 F 在 DB 的延长线上，$EF=ED$．作点 F 关于直线 AB 的对称点 G，连接 EG．

(1) 依题意补全图形，并证明$\angle ADE=\angle FEB$；

(2) 用等式表示 AE，CG，DF 之间的数量关系，并证明．



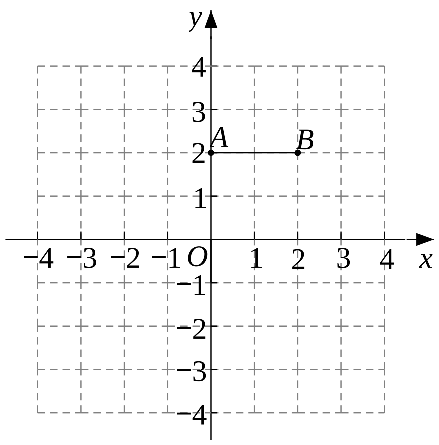
28．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(0，2)$，$B(2，2)$，对于直线 l 和点 P，给出如下定义：

若在线段 AB 上存在点 Q，使得点 P，Q 关于直线 l 对称，则称直线 l 为点 P 的关联直线，点 P 是直线 l 的关联点．

(1) 已知直线 l_1：$y=-x$，在点 $P_1(-2，1)$，$P_2(-2，-1)$，$P_3(2，0)$中，直线 l_1 的关联点是______；

(2) 若在 x 轴上存在点 P，使得点 P 为直线 l_2：$y=-x+b$ 的关联点，求 b 的取值范围；

(3) 已知点 $N(n，-n)$，若存在直线 l_3：$y=mx$ 是点 N 的关联直线，直接写出 n 的取值范围．



参考答案

阅卷须知：

1．为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。

2．若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。

3．评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	A	D	C	C	B	B	A	B

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \geqslant 5$； 10．$y=3x+2$； 11．答案不唯一，如：-2；

12．答案不唯一，如：$AB=AD$；$AC\perp BD$…； 13．$\sqrt{13}$；

14．1； 15．19； 16．①③．

三、解答题（共 68 分，第 17—22 题，每题 5 分，第 23—26 题，每题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分）

17．解：原式$=\sqrt{6\times 50\div 3}$ ……3 分

$=\sqrt{100}$

$=10$． ……5 分

18．解：原式$=1+\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2$ ……4 分

$=3-2\sqrt{2}$． ……5 分

19．解：$a^2-2a=(a-1)^2-1$． ……2 分

当$a=\sqrt{5}+1$时，$a-1=\sqrt{5}$， ……3 分

$\therefore a^2-2a=(\sqrt{5})^2-1$

$=4$． ……5 分

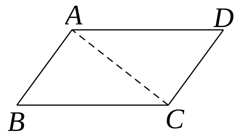
20．解：将点 $A(-1,0)$，$B(0,3)$的坐标分别代入 $y=kx+b$ 中，

得 $\begin{cases}-k+b=0,\\ b=3,\end{cases}$ ……2 分

解得 $\begin{cases}k=3,\\ b=3,\end{cases}$ ……4 分

∴一次函数的解析式

$y=3x+3$． ……………………………………………………5 分



21．证明：思路一：

如图，连接 AC.

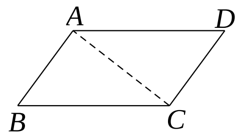
∵$AB//CD$，

∴$\angle BAC=\angle DCA$.

又∵$AB=CD$，$AC=CA$，

∴$\triangle BAC\cong\triangle DCA$，

∴$\angle ACB=\angle CAD$，



∴$BC//AD$.

又∵$AB//CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形. ……………………………………………………5 分

思路二：如图，连接 AC.

∵$AB//CD$，

∴$\angle BAC=\angle DCA$.

又∵$AB=CD$，$AC=CA$，

∴$\triangle BAC\cong\triangle DCA$，

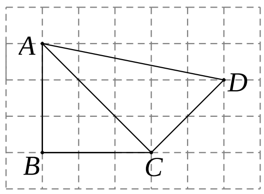
∴$BC=AD$.

又∵$AB=CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形. ……………………………………………………5 分

22．解：(1) $\triangle ACD$ 为直角三角形.

理由如下：由题意，



$AC^2=3^2+3^2=18$，

$CD^2=2^2+2^2=8$，

$AD^2=1^2+5^2=26$，

∴ $AC^2+CD^2=AD^2$，

∴$\angle ACD=90°$，$\triangle ACD$ 为直角三角形. ………………………………………3 分

(2) 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB=AC=3$，$\angle ABC=90°$，

∴$S_{\text{Rt}\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BC=\dfrac{9}{2}$.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AC=3\sqrt{2}$，$CD=2\sqrt{2}$，$\angle ACD=90°$，

∴$S_{\text{Rt}\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}AC\cdot CD=6$.

∴$S_{\text{四边形}ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\dfrac{21}{2}$. ……………………………………………5 分

23．(1) 证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

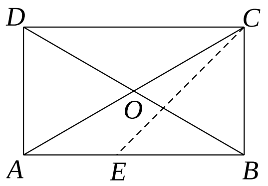
∴$AC=2AO$，$BD=2BO$.

∵$AO=BO$，

∴$AC=BD$，

∴平行四边形 $ABCD$ 为矩形. ……………………………………………………3 分

(2) 解：如图，



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle DCB=\angle ABC=90°$，$BC=AD=2$.

∵CE 为$\angle DCB$ 的平分线，

∴$\angle ECB=\frac{1}{2}\angle DCB=45°$.

在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=90°$，$\angle CAB=30°$，$BC=2$，

∴$AC=2BC=4$，

$AB=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

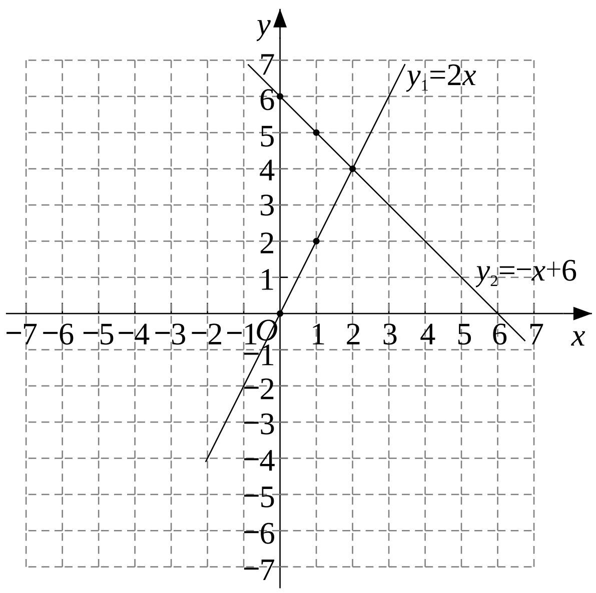
在 Rt△CBE 中，$\angle CBE=90°$，$\angle ECB=45°$，

∴$BE=BC=2$，

∴$AE=AB-BE=2\sqrt{3}-2$. ……………………………………………………6 分

24．解：(1) $b=\underline{6}$； ……………………………………………………1 分

(2) 画出函数 y_1，y_2 的图象如图； ……………………………………………………3 分



(3) ①(2，4)；

$\begin{cases}x=2,\\y=4\end{cases}$； ……………………………………………………5 分

②$m<2$. ……………………………………………………6 分

25．解：(1) $m=\underline{83.5}$； ……………………………………………………2 分

(2) 小宇；

理由：小亮的成绩为 86 分低于七年级学生成绩的中位数 88 分，故小亮的成绩低于七年级一半的学生成绩；小宇的成绩为 86 分高于八年级学生成绩的中位数 83.5 分，故小宇的成绩高于八年级一半的学生成绩，所以学生小宇的成绩在本年级排名更靠前；

……………………………………………………………4 分

(3) $\frac{5+2}{20}\times 300=105$，

估计八年级获得优秀奖的学生有 105 人．……………………………………………6 分

26．解：(1) 当 $a=0$，$m=4$，$n=2$ 时，$M(0，4)$和点 $N(2，2)$，代入 $y=kx+b$ 中，

得$\begin{cases}b=4，\\2k+b=2，\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=-1，\\b=4，\end{cases}$

∴一次函数的解析式 $y=-x+4$．……………………………………………………3 分

(2) ① $B(-2，2)$；……………………………………………………………4 分

② ∵点 $M(a，m)$和点 $N(a+2，n)$在一次函数 $y=kx+b\,(k\neq 0)$的图象上，

∴ $m=ka+b$， $n=k(a+2)+b$．

∵$m-n=4$，

∴ $k(a+2)+b-(ka+b)=4$，

∴ $k=-2$，

∴一次函数 $y=kx+b$ 的解析式为 $y=-2x+b$．

当直线 $y=-2x+b$ 经过点 $A(1，2)$时，

$-2+b=2$，

解得 $b=4$．

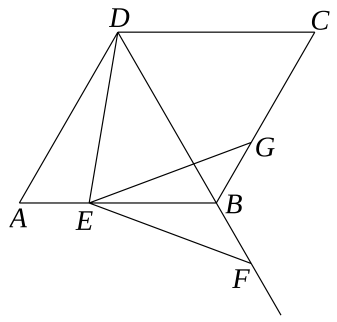
当直线 $y=-2x+b$ 经过点 $B(-2，2)$时，

$-2\times(-2)+b=2$，

解得 $b=-2$．

综上所述，b 的取值范围是 $-2\leqslant b\leqslant 4$．……………………………………6 分

27．(1) 补全的图形如图所示；……………………………………1 分



证明：∵菱形 $ABCD$，

∴$\angle ADC=\angle ABC=120^\circ$，

∴$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ADC=60^\circ$，

$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=60^\circ$，

∴ $\angle ADE+\angle BDE=60°$，

$\angle FEB+\angle BFE=60°$.

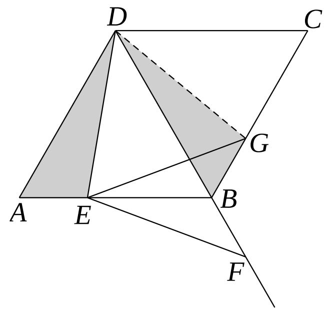
∵ $ED=EF$，

∴ $\angle BDE=\angle BFE$，

∴ $\angle ADE=\angle FEB$. ………………………………………………………………3 分

(2) AE，CG，DF 之间的数量关系：$DF=CG+2AE$. ………………………………4 分

证明：方法 1



如图，连接 DG.

∵菱形 $ABCD$，$\angle ABC=120°$，

∴ $\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=60°=\angle A$，

∴△ABD 为等边三角形，

∴ $AD=DB$，$\angle ABF=120°$，

点 F 关于 AB 的对称点 G 在线段 BC 上，

∴ $EG=EF=ED$，$\angle GEB=\angle FEB=\angle ADE$.

∵ $\angle DEB=\angle A+\angle ADE=\angle DEG+\angle GEB$，

∴ $\angle DEG=\angle A=60°$，

∴△DEG 为等边三角形，

∴ $DE=DG$，$\angle EDG=60°$，

∴ $\angle ADE+\angle EDB=\angle EDB+\angle BDG=60°$，

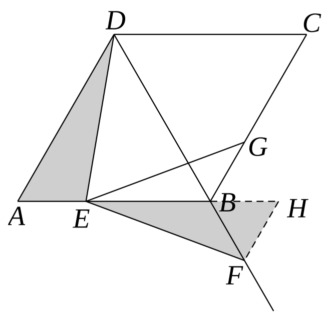
∴ $\angle ADE=\angle BDG$，

∴△ADE≌△BDG，

∴ $AE=BG$，

∴ $DF=DB+BF=BC+AE=CG+BG+AE=CG+2AE$. ………………………7 分

证明：方法 2



如图，延长 AB 到 H，使 $BH=AE$，

∴ $AB=EH$.

∵菱形 $ABCD$，

∴ $AB=AD=EH$.

又∵ $\angle ADE=\angle FEB$，$DE=EF$，

∴△ADE≌△FEH，

∴ $\angle EHF=\angle A=60°$，$HF=AE=BH$，

∴△BFH 为等边三角形，

∴ $HF=BF=AE$.

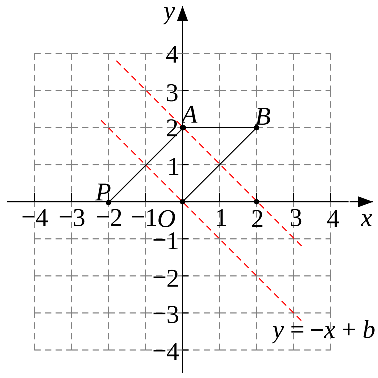
∵菱形 $ABCD$，$\angle ABC=120°$，点 F 关于直线 AB 的对称点为 G，

∴点 G 在线段 BC 上，$BG=BF=AE$，

∴$DF=DB+BF=BC+AE=CG+BG+AE=CG+2AE$．…………………………7 分

28．解：(1) P_2；　　　　　　　　　　……………………………………………1 分

(2) 如图，设点 P 关于直线 l_2 的对称点为 Q，



∵点 P 为直线 l_2 的关联点，

∴点 Q 在线段 AB 上，

当点 Q 与点 A 重合时，点 P 的坐标为(−2，0)，

△AOP 是等腰直角三角形，直线 l_2 经过原点，

此时 $b=0$；

当点 Q 与点 B 重合时，点 P 的坐标为(0，0)，

△ABO 是等腰直角三角形，直线 l_2 经过点 A，

此时 $b=2$．

综上所述，b 的取值范围是 $0\leqslant b\leqslant 2$．　　……………………………………………3 分

(3) $-2\leqslant n\leqslant -\sqrt{2}$，或 $\sqrt{2}\leqslant n\leqslant 2$．　　　……………………………………………7 分