2017北京市房山区初三（上）期末

数　　学

一、　选择题（每小题3分，共30分）：下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意.

1．下列函数中是反比例函数的是（　　　）

A．$y=\dfrac{x}{3}$　　B．$y=\dfrac{3}{x+1}$　　C．$y=\dfrac{x^2}{2}$　　D．$y=\dfrac{3}{2x}$

2．已知：⊙*O*的半径为*r*，点*P*到圆心的距离为*d*．如果*d*≥*r*，那么*P*点（　　　）

A．在圆外　　B．在圆外或圆上　　C．在圆内或圆上　　D．在圆内

3．已知，在*Rt*△*ABC*中，∠*C*=90°，*AB*=5，*BC*=3，则sin*A*的值是（　　　）

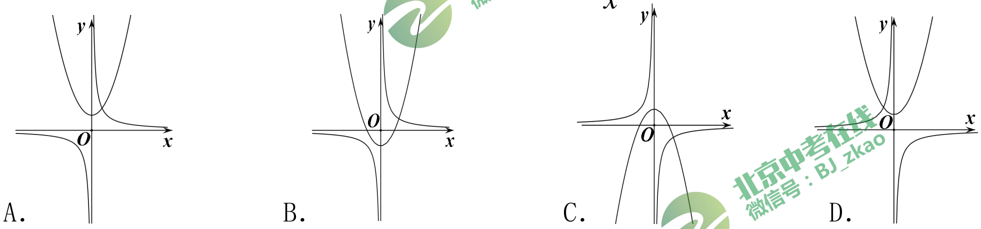
A．$\dfrac{3}{5}$　　B．$\dfrac{5}{3}$　　C．$\dfrac{4}{5}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

4．三角形内切圆的圆心为（　　　）

A．三条高的交点　　B．三条边的垂直平分线的交点

C．三条角平分线的交点　　D．三条中线的交点

5．在同一平面直角坐标系中，函数$y=kx^2+k$与$y=\dfrac{k}{x}$的图象可能是（　　　）



A．　　B．　　C．　　D．

6．同时抛掷两枚质量均匀的硬币，恰好一枚正面朝上、一枚反面朝上的概率是（　　　）

A．1　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

7．已知*A*（x_1，y_1）、*B*（x_2，y_2）是函数$y=-2x^2+m$（*m*是常数）图象上的两个点，如果$x_1<x_2<0$，那么y_1，y_2的大小关系是（　　　）

A．$y_1>y_2$　　B．$y_1=y_2$　　C．$y_1<y_2$　　D．y_1，y_2的大小不能确定

8．已知：*A*、*B*、*C*是⊙*O*上的三个点，且∠*AOB*=60°，那么∠*ACB*的度数是（　　　）

A．30°　　B．120°　　C．150°　　D．30°或150°

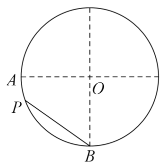
9．在同一坐标系下，抛物线$y_1=-x^2+4x$和直线$y_2=2x$的图象如图所示，

那么不等式$-x^2+4x>2x$的解集是（　　　）

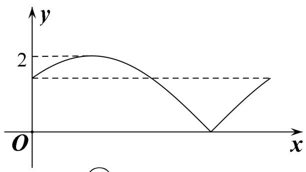
A．$x<0$　　B．$0<x<2$

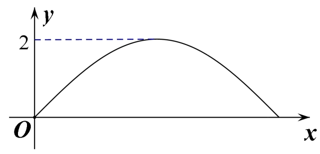
C．$x>2$　　D．$x<0$或$x>2$

10．如图，*A*、*B*是半径为1的⊙*O*上两点，且*OA*⊥*OB*．点*P*从*A*出发，在⊙*O*上以每秒一个单位的速度匀速运动，回到点*A*运动结束．设运动时间为*x*，弦*BP*的长度为*y*，那么下面图象中可能表示*y*与*x*的函数关系的是（　　　）



①　　　　　　②





③　　　　　　④

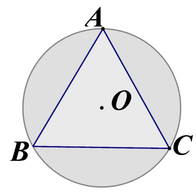
A. ①　　　B. ④　　　C. ①或③　　　D. ②或④

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）：

11. 函数 $y=\dfrac{x}{x-1}$ 中自变量 x 的取值范围是__________________.

12. 在圆中，如果 75° 的圆心角所对的弧长为 2.5π cm，那么这个圆的半径是________________.

13. 如果一个等腰三角形的三条边长分别为 1、1、$\sqrt{3}$，那么这个等腰三角形底角的度数为________.



14. 如图，正△ABC 内接于半径是 2 的圆，那么阴影部分的面积是__________________.

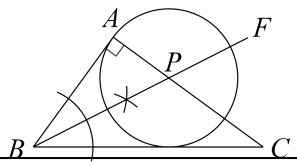
15. 某商店销售一种进价为 50 元/件的商品，当售价为 60 元/件时，一天可卖出 200 件；经调查发现，如果商品的单价每上涨 1 元，一天就会少卖出 10 件．设商品的售价上涨了 x 元/件（x 是正整数），销售该商品一天的利润为 y 元，那么 y 与 x 的函数关系的表达式为__________________.（不写出 x 的取值范围）

16. 在数学课上，老师请同学思考如下问题：

> 已知：在△ABC 中，∠A=90°．
> 求作：⊙P，使得点 P 在 AC 上，且⊙P 与 AB，BC 都相切.

小轩的作法如下：

> （1）作∠ABC 的平分线 BF，与 AC 交于点 P;
> （2）以点 P 为圆心，AP 长为半径作⊙P.
> ⊙P 即为所求.



老师说：“小轩的作法正确.”

请回答：⊙P 与 BC 相切的依据是____

____.

三、解答题（每小题 5 分，共 50 分）

17. 计算：$2\cos 45°-\tan 60°+\sin 30°-\dfrac{1}{2}\tan 45°$

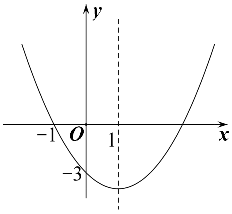
18. 已知二次函数的表达式为：$y=x^2-6x+5$，

（1）利用配方法将表达式化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

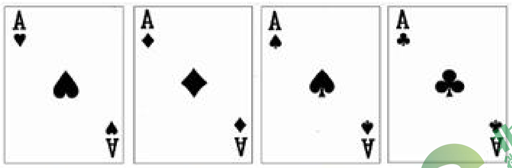
（2）写出该二次函数图象的对称轴和顶点坐标.

19. 在 Rt△ABC中，已知∠B = 90°，AB =2，AC =$2\sqrt{2}$，解这个直角三角形.

20. 已知：二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图所示.请你根据图象提供的信息，求出这条抛物线的表达式.



21. 如图，有四张背面相同的纸牌 A、B、C、D，其正面分别是红桃 A、方块 A、黑桃 A、梅花 A，其中红桃、方块为红色，黑桃、梅花为黑色．小明将这 4 张纸牌背面朝上洗匀后，摸出一张，将剩余 3 张洗匀后再摸出一张．请用画树状图或列表的方法，求摸出的两张牌均为黑色的概率.



A　　B　　C　　D

22. 已知：二次函数 $y=x^2+(2m+1)x+m^2-1$ 与 x 轴有两个交点.

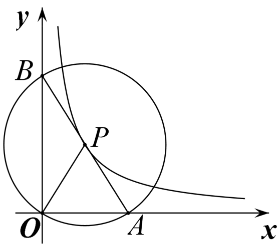
（1）求 m 的取值范围；

（2）写出一个满足条件的 m 的值，并求此时二次函数与 x 轴的交点.

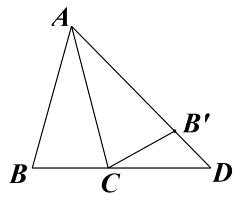
23. 如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，P 是反比例函数 $y=\dfrac{12}{x}$（$x>0$）图象上任意一点，以 P 为圆心，PO 为半径的圆与 x 轴交于点 A、与 y 轴交于点 B，连接 AB.

（1） 求证：P 为线段 AB 的中点；

（2） 求△AOB 的面积；



24. 已知：△ABC中，∠BAC = 30°，$AB=AC=4$．将△ABC沿 AC 翻折，点 B 落在 B' 点，连接并延长 AB' 与线段 BC 的延长线相交于点 D，求 AD 的长.



25. 我们将能完全覆盖某平面图形的**最小圆**称为该平面图形的**最小覆盖圆**．例如线段 AB 的最小覆盖圆就是以线段 AB 为直径的圆(图 1)．

(1) 在图 2 中作出锐角△ABC 的最小覆盖圆（要求用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）;

(2) 图 3 中，△ABC 是直角三角形，且∠C = 90°，请说明△ABC 的最小覆盖圆圆心所在位置；

(3) 请在图 4 中对钝角△ABC 的最小覆盖圆进行探究，并结合（1)、（2）的结论，写出关于任意△ABC 的最小覆盖圆的规律.

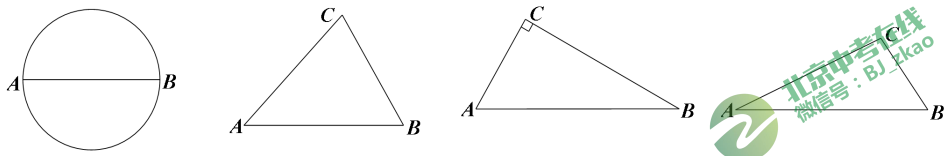
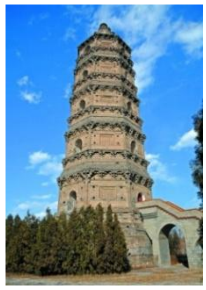


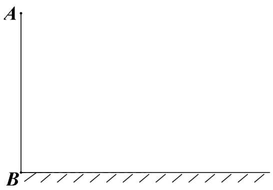
图1　　图2　　图3　　图4

26. “昊天塔”又称多宝佛塔，是北京地区惟一的楼阁式空心砖塔，位于良乡东北 1 公里的燎石岗上．此塔始建于隋，唐朝曾重修，现存塔是辽代修建的，已历经一千多年．某校九年级数学兴趣小组的同学进行社会实践活动时，想利用所学的解直角三角形的知识测量它的高度．他们的测量工具有：高度为 1.5m 的测角仪（测量仰角、俯角的仪器）、皮尺．请你帮他们设计一种测量方案，求出昊天塔的塔顶到地面的高度 AB，注意：因为有护栏，他们不能到达塔的底部．



要求：（1）画出测量方案的示意图，标出字母，写出图中需要并且能测量的角与线段（用图中的字母表示)；

（2）结合示意图，　简要说明你测量与计算的思路（不必写出结果）.

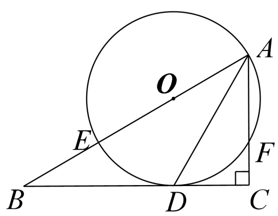


四、解答题（第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分，共 22 分）

27. 已知：△ABC 中∠ACB = 90°，E 在 AB 上，以 AE 为直径的⊙O 与 BC 相切于 D，与 AC 相交于 F，连接 AD.

（1）求证：AD 平分∠BAC;

（2）连接 OC，如果∠B=30°，CF=1，求 OC 的长.



28. 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = x^2 - 2x + n - 1$ 与 y 轴交于点 A，其对称轴与 x 轴交于点 B.

（1）当△OAB 是等腰直角三角形时，求 n 的值；

（2）点 C 的坐标为（3，0），若该抛物线与线段 OC 有且只有一个公共点，结合函数的图象求 n 的取值范围．

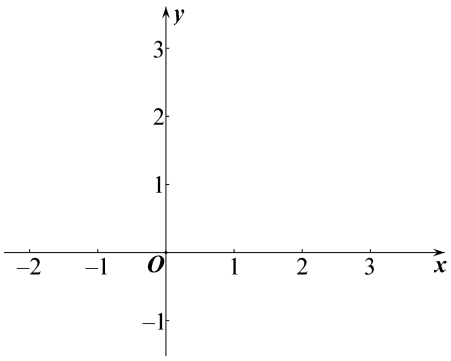
29．若抛物线 L：$y=ax^2+bx+c\left(a，b，c是常数，且abc\neq 0\right)$与直线 l 都经过 y 轴上的同一点，且抛物线 L 的顶点在直线 l 上，则称此抛物线 L 与直线 l 具有“一带一路”关系，并且将直线 l 叫做抛物线 L 的“路线”，抛物线 L 叫做直线 l 的“带线”．

(1) 若“路线” l 的表达式为 $y=2x-4$，它的“带线” L 的顶点在反比例函数 $y=\dfrac{6}{x}$ （x<0）的图象上，求“带线” L 的表达式；

(2) 如果抛物线 $y=mx^2-2mx+m-1$ 与直线 $y=nx+1$ 具有“一带一路”关系，求 m, n 的值；

(3) 设(2) 中的“带线” L 与它的“路线” l 在 y 轴上的交点为 A．已知点 P 为“带线” L 上的点，当以点 P 为圆心的圆与“路线” l 相切于点 A 时，求出点 P 的坐标．

备用图



数学试题答案

一．选择题（每小题 3 分，共 30 分）：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	D	C	A	C	A	D	B	C

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）：

11. $x\neq1$；　12. 6；　13. 30°；　14. $4p-3\sqrt{3}$；　15. $y=(10+x)(200-10x)=-10x^2+100x+2000$；

16. 角平分线上的点到角两边距离相等；（1 分）经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线（或：如果圆心到直线的距离等于半径，那么直线与圆相切）．（2 分）

三．解答题（每小题 5 分，共 50 分）：

17. 解：原式$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times1$ ………………4 分

$=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ………………5 分

18. 解：（1） $y=x^2-6x+9-9+5$ ………………1 分

$=(x-3)^2-4$ ………………3 分

（2）抛物线的对称轴为：$x=3$ ………………4 分

顶点坐标为（3，-4） ………………5 分

19. 解：∵在 Rt△ABC 中，$\angle B=90°$，$AB=2$，$AC=2\sqrt{2}$，

∴ $BC^2=AC^2-AB^2=(2\sqrt{2})^2-2^2=4$　即 $BC=2$ ………………1 分

∵ $\sin A=\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　∴ $\angle A=45°$ ………………3 分

∴$\angle C=45°$ ………………4 分

答：这个三角形的 $BC=2$，$\angle A=\angle C=45°$ ………………5 分

注：此题方法不唯一，其他正确解答请相应评分.

20. 解：由图象可知：抛物线的对称轴为 $x=1$， ………………1 分

设抛物线的表达式为：$y=a(x-1)^2+k$ ………………2 分

∵ 抛物线经过点（－1，0）和（0，－3）

∴ $\begin{cases}0=4a+k\\-3=a+k\end{cases}$　解得 $\begin{cases}a=1\\k=-4\end{cases}$ ………………4 分

∴ 抛物线的表达式为：$y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$（不要求化简）……………5 分

此题解答过程不唯一，其他正确解答请相应评分.

21. 解：树状图：

第一次	A			B			C			D		
第二次	B	C	D	A	C	D	A	B	D	A	B	C
结　果	AB	AC	AD	BA	BC	BD	CA	CB	CD	DA	DB	DC

第二次 \ 第一次	A	B	C	D
A		BA	CA	DA
B	AB		CB	DB
C	AC	BC		DC
D	AD	BD	CD	

列表：　　　　　　　　树状图或列表正确　　　　　　··················1 分

结果共有 12 种等可能的情况··················2 分

其中两张均为黑色有 CD、DC 两种不同的情况　　　　　　　　··················3 分

∴P$_{(\text{摸出的两张牌均为黑色})}$= $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ ··················4 分

答：摸出的两张牌均为黑色的概率是 $\frac{1}{6}$　　　　　　　　··················5 分

22. 解：(1) ∵二次函数 $y=x^2+(2m+1)x+m^2-1$ 与 x 轴有两个交点

∴ △>0　　　　　　　　　　　　　··················1 分

即 $(2m+1)^2-4(m^2-1)=4m+5>0$

∴$m>-\frac{5}{4}$　　　　　　　　　　　　··················2 分

(2) m 取值正确　　　　　　　　　　　··················3 分

相应的两个交点坐标正确　　　　　　··················5 分

23. (1)证明：∵点 A、O、B 在⊙P 上，且∠AOB =90°，

∴ AB 为⊙P 直径，即 P 为 AB 中点. ··················1 分

(2) ∵P 为 $y=\frac{12}{x}$（x>0）上的点，

设点 P 的坐标为（m，n），则 mn=12　　　··················2 分

过点 P 作 PM⊥x 轴于 M，PN⊥y 轴于 N ··················3 分

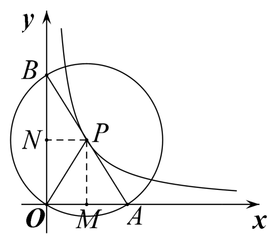
∴M 的坐标为（m，0），N 的坐标为（0，n），

且 OM= m，　ON= n

∵点 A、O、B 在⊙P 上，

∴M 为 OA 中点，OA=2 m ；

N 为 OB 中点，　OB=2 n　　　　　··················4 分



$\therefore S_{\triangle AOB}=\dfrac{1}{2}OA \cdot OB=2mn=24$ ………………5 分

24．解：过点 B 作 $BE \perp AD$ 于 E ………………1 分

∵△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=30°$ ∴$\angle ABC=75°$

∵△ABC 沿 AC 翻折，∴$\angle BAB'=2\angle BAC=60°$，

∴$\angle D=45°$ ………………2 分

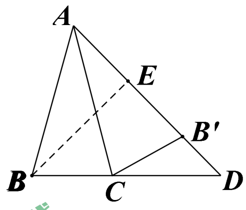
在 Rt△ABE 中，$\angle AEB=90°$，$AB=4$，$\angle BAE=60°$

∴$AE=2$，$BE=2\sqrt{3}$ ………………4 分

在 Rt△BED 中，$\angle BED=90°$，$\angle D=45°$，$BE=2\sqrt{3}$

∴$ED=2\sqrt{3}$，

∴$AD=AE+ED=2+2\sqrt{3}$ ………………5 分



25．(1) 锐角△ABC 的最小覆盖圆是它的外接圆（不必写出结论，作图正确即可）画图略.

…………………2 分

(2) 直角△ABC 最小覆盖圆的圆心是斜边中点； …………………3 分

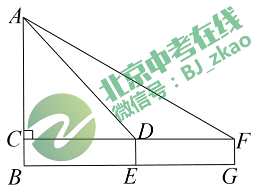
(3) ①锐角△ABC 的最小覆盖圆是它的外接圆，

②直角△ABC 的最小覆盖圆是它的外接圆（或以最长边为直径的圆），

③钝角△ABC 的最小覆盖圆是以最长边为直径的圆. …………………5 分

注：第(3)问不必严格分三种情况叙述，不遗漏即可.

26．(1) 测量方案的示意图：



……………………1 分

需要测量的线段 EG ＝ DF；需要测量的角：$\angle ADC$、$\angle AFC$ ……………………3 分

(2)在 Rt△ACD 中，$\tan\angle ADC=\dfrac{AC}{CD}$，$CD=AC \cdot \tan\angle ADC$

在 Rt△ABD 中，$\tan\angle AFC=\dfrac{AC}{CF}$，$CF=AC \cdot \tan\angle AFC$ ……………………4 分

由 $CF-CD=DF$，可得到关于 AC 的方程，解这个方程求出 AC 的值，得到塔高 $AB=AC+1.5$

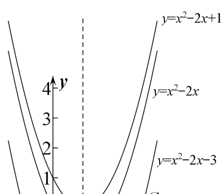
……………………5 分

注：学生提出的方案可测量、可操作均可适度评分.

四、解答题（第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分，共 22 分）

27．解：(1) ∵ 抛物线 $y=x^2-2x+n-1$ 的对称轴为 $x=1$，…………1 分

∴ B 点坐标为（1，0），$OB=1$



∵ 抛物线与 y 轴的交点为 A（0，n—1），∴$OA=|n-1|$

又∵△OAB 是等腰直角三角形，

∴ $OA=OB$ ，即 $|n-1|=1$

∴n = 2 或 n = 0 ………………3 分

(2) 如图，当抛物线顶点在 x 轴上时 $y=x^2-2x+1$，此时 $n=2$；

抛物线与线段 OC 有且只有一个公共点（1，0）； ………………4 分

当抛物线过原点时 $y=x^2-2x$， $n=1$，

此时抛物线与线段 OC 有两个公共点（0，0）和（2，0）；………………5 分

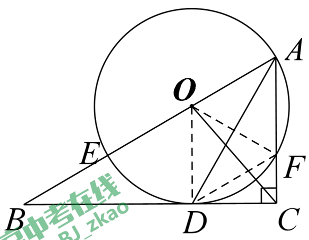
当抛物线过点 C 时 $y=x^2-2x-3$， $n=-2$，

此时抛物线与线段 OC 有且只有一个公共点 C（3，0）； ………………6 分

综上所述：当 $-2\leqslant n<1$ 或 $n=2$ 时，抛物线与线段 OC 有且只有一个公共点.

………………7 分

28. （1）证明：连接 OD ………………1 分



∵ ⊙O 切 BC 于点 D

∴ $OD\perp BC$ ………………2 分

∵$\angle ACB$ =90°

∴OD// AC ， $\angle ODA=\angle DAC$

∵ $OA=OD$ ∴ $\angle ODA=\angle OAD$

∴ $\angle OAD=\angle DAC$ ，即 AD 平分 $\angle BAC$ ………………3 分

（2）解：连接 OF、DF ………………4 分

∵$\angle B$=30°，$\angle ACB$ =90°

∴$\angle BAC$=60°，$\angle DAC$=30°

∴$\angle DOF=2\angle DAF$=60° ………………5 分

∵⊙O 中半径 $OD=OF$,

∴△ODF 是等边三角形，$DF=OD$，$\angle ODF$=60°

∵$OD\perp BC$，∴$\angle FDC$=30°

在△DCF 中 CF=1，$\angle DCF$=90°，$\angle FDC$=30°

∴$DF=OD$=2，$DC=\sqrt{3}$ ………………6 分

在 Rt△ODC 中， OD=2，$DC=\sqrt{3}$，$\angle ODC$=90°

∴$OC=\sqrt{7}$ ………………7 分

29. 解：（1）∵“带线”L 的顶点在反比例函数 $y=\dfrac{6}{x}$（x < 0）的图象上，

且它的“路线”l 的表达式为 $y=2x-4$，

∴ 直线 $y=2x-4$ 与 $y=\dfrac{6}{x}$ 的交点为“带线”L 的顶点，

令 $2x-4=\dfrac{6}{x}$， 解得 $x_1=-1$，$x_2=3$（舍去） ………………1 分

∴“带线”L 的顶点坐标为 $(-1,-6)$．

设 L 的表达式为 $y=a(x+1)^2-6$ …………………2 分

∵“路线” $y=2x-4$ 与 y 轴的交点坐标为(0，-4)

∴“带线”L 也经过点(0，-4)，将(0，-4)代入 L 的表达式，解得 $a=2$

∴“带线”L 的表达式为 $y=2(x+1)^2-6=2x^2+4x-4$ …………………3 分

（不必化为一般式）

(2) ∵直线 $y=nx+1$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0,1)$，

∴ 抛物线 $y=mx^2-2mx+m-1$ 与 y 轴的交点坐标也为 $(0,1)$，得 $m=2$ …………4 分

∴ 抛物线表达式为 $y=2x^2-4x+1$，其顶点坐标为（1，-1）

∴ 直线 $y=nx+1$ 经过点（1，-1），解得 $n=-2$ ……………………5 分

∴ “带线”L 的表达式为 $y=2x^2-4x+1$ “路线”l 的表达式为 $y=-2x+1$

(3) 设抛物线的顶点为 B，则点 B 坐标为（1，-1），

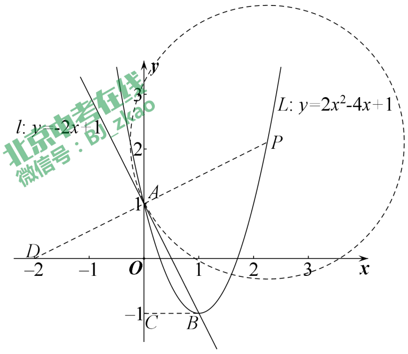
过点 B 作 $BC\perp$y 轴于点 C，又∵点 A 坐标为(0，1)，

∴$AO=1$，$BC=1$，$AC=2$．

∵“路线”l 是经过点 A、B 的直线

且⊙P 与“路线”l 相切于点 A，

连接 PA 交 x 轴于点 D，则 $PA\perp AB$……………………6 分



显然 Rt△AOD≌Rt△BCA，∴$OD=AC=2$，D 点坐标为(-2，0)

则经过点 D、A、P 的直线表达式为 $y=\dfrac{1}{2}x+1$ ……………

………7 分

∵点 P 为直线 $y=\dfrac{1}{2}x+1$ 与抛物线 L： $y=2x^2-4x+1$ 的交点，

解方程组 $\begin{cases} y=2x^2-4x+1 \\ y=\dfrac{1}{2}x+1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=1 \end{cases}$（即点 A 舍去），$\begin{cases} x_2=\dfrac{9}{4} \\ y_2=\dfrac{17}{8} \end{cases}$

即点 P 的坐标为 $\left(\dfrac{9}{4},\dfrac{17}{8}\right)$． ………………………8 分

本评分标准仅出示一种解答过程，其他正确解答请相应评分．