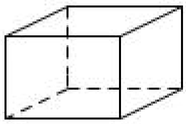
重庆市 2020 年中考数学试卷（B 卷）

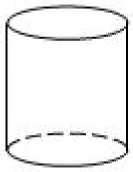
一．选择题（共 12 小题）

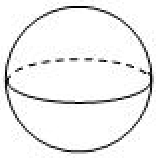
1．5 的倒数是（　　）

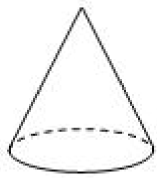
A．5　　B．$\frac{1}{5}$　　C．-5　　D．$-\frac{1}{5}$

2．围成下列立体图形的各个面中，每个面都是平的是（　　）

A． 长方体

B． 圆柱体

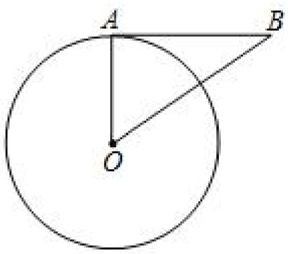
C． 球体

D． 圆锥体

3．计算 $a \cdot a^2$ 结果正确的是（　　）

A．a　　B．a^2　　C．a^3　　D．a^4

4．如图，AB 是⊙O 的切线，A 为切点，连接 OA，OB．若 $\angle B=35°$，则 $\angle AOB$ 的度数为（　　）

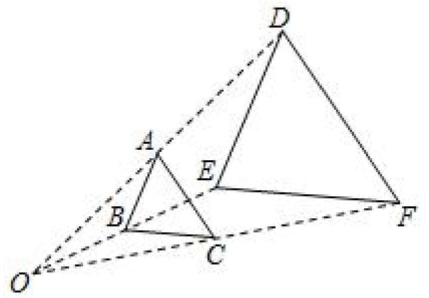


A．65°　　B．55°　　C．45°　　D．35°

5．已知 $a+b=4$，则代数式 $1+\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$ 的值为（　　）

A．3　　B．1　　C．0　　D．-1

6．如图，△ABC 与△DEF 位似，点 O 为位似中心．已知 OA：$OD=1$：2，则△ABC 与△DEF 的面积比为（　　）

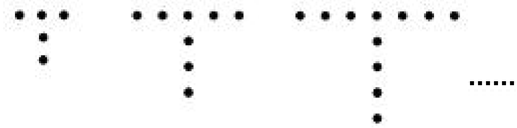


A．1：2　　B．1：3　　C．1：4　　D．1：5

7．小明准备用 40 元钱购买作业本和签字笔．已知每个作业本 6 元，每支签字笔 2.2 元，小明买了 7 支签字笔，他最多还可以买的作业本个数为（　　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

8．下列图形都是由同样大小的实心圆点按一定规律组成的，其中第①个图形一共有 5 个实心圆点，第②个图形一共有 8 个实心圆点，第③个图形一共有 11 个实心圆点，…，按此规律排列下去，第⑥个图形中实心圆点的个数为（　　）

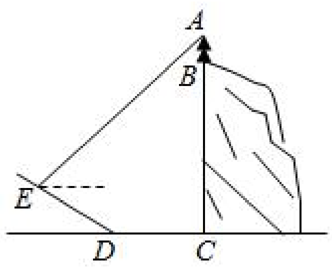


图①　　图②　　图③

A．18　　B．19　　C．20　　D．21

9．如图，垂直于水平面的 5*G* 信号塔 *AB* 建在垂直于水平面的悬崖边 *B* 点处，某测量员从山脚 *C* 点出发沿水平方向前行 78 米到 *D* 点（点 *A*，*B*，*C* 在同一直线上），再沿斜坡 *DE* 方向前行 78 米到 *E* 点（点 *A*，*B*，*C*，*D*，*E* 在同一平面内），在点 *E* 处测得 5*G* 信号塔顶端 *A* 的仰角为 43°，悬崖 *BC* 的高为 144.5 米，斜坡 *DE* 的坡度（或坡比）$i=1:2.4$，则信号塔 *AB* 的高度约为（　　）

（参考数据：sin43°≈0.68，cos43°≈0.73，tan43°≈0.93）

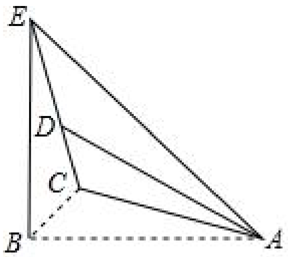


A．23 米　　B．24 米　　C．24.5 米　　D．25 米

10．若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases}2x-1\leqslant 3(x-2),\\ \dfrac{x-a}{2}>1\end{cases}$ 的解集为 $x\geqslant 5$，且关于 y 的分式方程 $\dfrac{y}{y-2}+\dfrac{a}{2-y}=-1$ 有非负整数解，则符合条件的所有整数 a 的和为（　　）

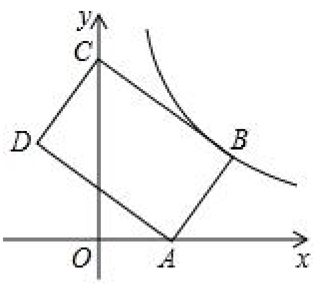
A．-1　　B．-2　　C．-3　　D．0

11．如图，在△ABC 中，$AC=2\sqrt{2}$，$\angle ABC=45°$，$\angle BAC=15°$，将△ACB 沿直线 AC 翻折至△ABC 所在的平面内，得△ACD．过点 A 作 AE，使 $\angle DAE=\angle DAC$，与 CD 的延长线交于点 E，连接 BE，则线段 BE 的长为（　　）



A．$\sqrt{6}$　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

12．如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的顶点 A，C 分别在 x 轴，y 轴的正半轴上，点 $D(-2，3)$，$AD=5$，若反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（$k>0$，$x>0$）的图象经过点 B，则 k 的值为（　　）



A．$\dfrac{16}{3}$　　B．8　　C．10　　D．$\dfrac{32}{3}$

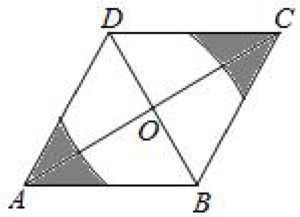
二．填空题（共 6 小题）

13．计算：$(\dfrac{1}{5})^{-1}-\sqrt{4}=$_______．

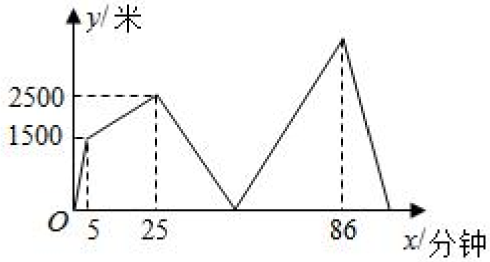
14．经过多年的精准扶贫，截至 2019 年底，我国的农村贫困人口减少了约 94000000 人．请把数 94000000 用科学记数法表示为_______．

15．盒子里有 3 张形状、大小、质地完全相同的卡片，上面分别标着数字 1，2，3，从中随机抽出 1 张后不放回，再随机抽出 1 张，则两次抽出的卡片上的数字之和为奇数的概率是_______．

16．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，$\angle ABC=120°$，$AB=2\sqrt{3}$，以点 O 为圆心，OB 长为半径画弧，分别与菱形的边相交，则图中阴影部分的面积为_______．（结果保留π）



17．周末，自行车骑行爱好者甲、乙两人相约沿同一路线从 A 地出发前往 B 地进行骑行训练，甲、乙分别以不同的速度匀速骑行，乙比甲早出发 5 分钟．乙骑行 25 分钟后，甲以原速的$\frac{8}{5}$继续骑行，经过一段时间，甲先到达 B 地，乙一直保持原速前往 B 地．在此过程中，甲、乙两人相距的路程 y（单位：米）与乙骑行的时间 x（单位：分钟）之间的关系如图所示，则乙比甲晚_______分钟到达 B 地．



18．为刺激顾客到实体店消费，某商场决定在星期六开展促销活动．活动方案如下：在商场收银台旁放置一个不透明的箱子，箱子里有红、黄、绿三种颜色的球各一个（除颜色外大小、形状、质地等完全相同），顾客购买的商品达到一定金额可获得一次摸球机会，摸中红、黄、绿三种颜色的球可分别返还现金 50 元、30 元、10 元．商场分三个时段统计摸球次数和返现金额，汇总统计结果为：第二时段摸到红球次数为第一时段的 3 倍，摸到黄球次数为第一时段的 2 倍，摸到绿球次数为第一时段的 4 倍；第三时段摸到红球次数与第一时段相同，摸到黄球次数为第一时段的 4 倍，摸到绿球次数为第一时段的 2 倍，三个时段返现总金额为 2510 元，第三时段返现金额比第一时段多 420 元，则第二时段返现金额为_______元．

三．解答题

19.计算：

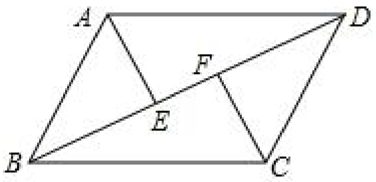
（1）$(x+y)^2+y(3x-y)$；

（2）$\left(\frac{4-a^2}{a-1}+a\right)\div\frac{a^2-16}{a-1}$.

20.如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AE，CF 分别平分$\angle BAD$ 和$\angle DCB$，交对角线 BD 于点 E，F.

（1）若$\angle BCF=60°$，求$\angle ABC$ 的度数；

（2）求证：$BE=DF$.



21.每年的 4 月 15 日是我国全民国家安全教育日．某中学在全校七、八年级共 800 名学生中开展“国家安全法”知识竞赛，并从七、八年级学生中各抽取 20 名学生，统计这部分学生的竞赛成绩（竞赛成绩均为整数，满分 10 分，6 分及以上为合格）．相关数据统计、整理如下：

八年级抽取的学生的竞赛成绩：

4，4，6，6，6，6，7，7，7，8，8，8，8，8，8，9，9，9，10，10.

七、八年级抽取的学生的竞赛成绩统计表

年级	七年级	八年级
平均数	7.4	7.4
中位数	a	b
众数	7	c
合格率	85%	90%

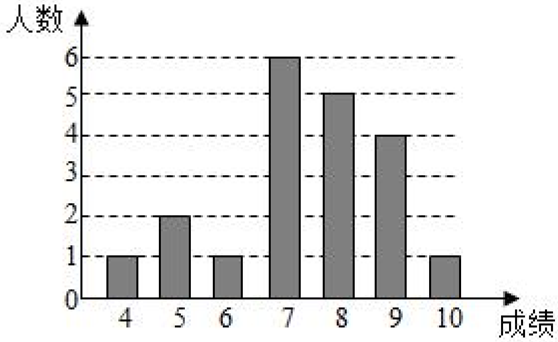
根据以上信息，解答下列问题：

（1）填空：a=____，b=____，c=____；

（2）估计该校七、八年级共 800 名学生中竞赛成绩达到 9 分及以上的人数；

（3）根据以上数据分析，从一个方面评价两个年级“国家安全法”知识竞赛的学生成绩谁更优异.

七年级抽取的学生的竞赛成绩条形统计图



22.在数的学习过程中，我们总会对其中一些具有某种特性的数充满好奇，如学习自然数时，我们发现一种特殊的自然数﹣﹣“好数”.

定义：对于三位自然数 n，各位数字都不为 0，且百位数字与十位数字之和恰好能被个位数字整除，则称这个自然数 n 为“好数”.

例如：426 是“好数”，因为 4，2，6 都不为 0，且 4+2＝6，6 能被 6 整除；

643 不是“好数”，因为 6+4＝10，10 不能被 3 整除.

（1）判断 312，675 是否是“好数”？并说明理由；

（2）求出百位数字比十位数字大 5 的所有“好数”的个数，并说明理由.

23.探究函数性质时，我们经历了列表、描点、连线画出函数图象，观察分析图象特征，概括函数性质的过程．结合已有的学习经验，请画出函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$ 的图象并探究该函数的性质.

x	…	﹣4	﹣3	﹣2	﹣1	0	1	2	3	4	…
y	…	$-\frac{2}{3}$	a	﹣2	﹣4	b	﹣4	﹣2	$-\frac{12}{11}$	$-\frac{2}{3}$	…

（1）列表，写出表中 a，b 的值：a＝____，b＝____；

描点、连线，在所给的平面直角坐标系中画出该函数的图象.

（2）观察函数图象，判断下列关于函数性质的结论是否正确（在答题卡相应位置正确的用“√”作答，错误的用“×”作答）：

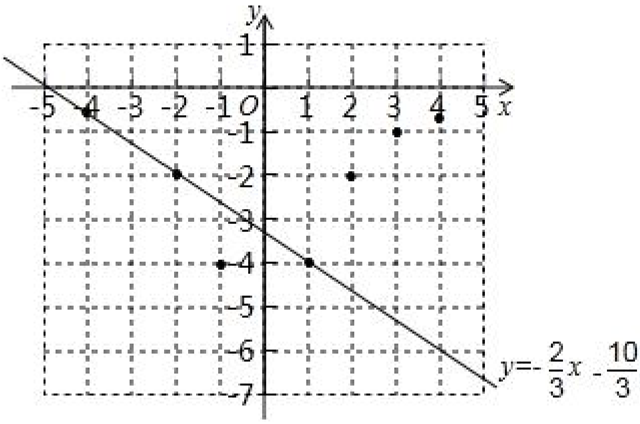
①函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$ 的图象关于 y 轴对称；

②当 $x=0$ 时，函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$ 有最小值，最小值为﹣6；

③在自变量的取值范围内函数 y 的值随自变量 x 的增大而减小.

（3）已知函数 $y=-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$ 的图象如图所示，结合你所画的函数图象，直接写出不等

式 $-\frac{12}{x^2+2} < -\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$ 的解集.



24.为响应“把中国人的饭碗牢牢端在自己手中”的号召，确保粮食安全，优选品种，提高产量，某农业科技小组对 A，B 两个玉米品种进行实验种植对比研究．去年 A、B 两个品种各种植了 10 亩．收获后 A、B 两个品种的售价均为 2.4 元/kg，且 B 品种的平均亩产量比 A 品种高 100 千克，A、B 两个品种全部售出后总收入为 21600 元．

（1）求 A、B 两个品种去年平均亩产量分别是多少千克？

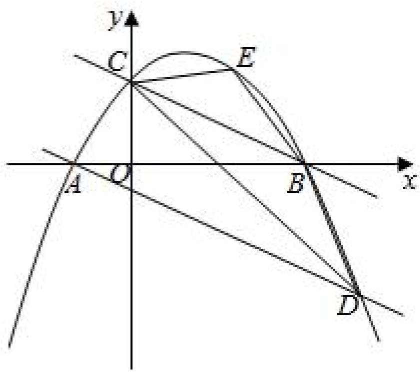
（2）今年，科技小组优化了玉米的种植方法，在保持去年种植面积不变的情况下，预计 A、B 两个品种平均亩产量将在去年的基础上分别增加 $a\%$和 $2a\%$．由于 B 品种深受市场欢迎，预计每千克售价将在去年的基础上上涨 $a\%$，而 A 品种的售价保持不变，A、B 两个品种全部售出后总收入将增加 $\frac{20}{9}a\%$．求 a 的值．

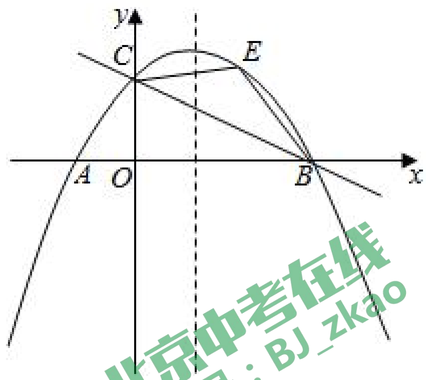
25.如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq 0$）与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），且 A 点坐标为（$-\sqrt{2}$，0），直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{\sqrt{2}}{3}x+2$．

（1）求抛物线的解析式；

（2）过点 A 作 $AD\parallel BC$，交抛物线于点 D，点 E 为直线 BC 上方抛物线上一动点，连接 CE，EB，BD，DC．求四边形 $BECD$ 面积的最大值及相应点 E 的坐标；

（3）将抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq 0$）向左平移 $\sqrt{2}$ 个单位，已知点 M 为抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq 0$）的对称轴上一动点，点 N 为平移后的抛物线上一动点．在（2）中，当四边形 $BECD$ 的面积最大时，是否存在以 A，E，M，N 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．





备用图

26.△*ABC* 为等边三角形，*AB*＝8，*AD*⊥*BC* 于点 *D*，*E* 为线段 *AD* 上一点，*AE*＝$2\sqrt{3}$．以 *AE* 为边在直线 *AD* 右侧构造等边三角形 *AEF*，连接 *CE*，*N* 为 *CE* 的中点．

（1）如图 1，*EF* 与 *AC* 交于点 *G*，连接 *NG*，求线段 *NG* 的长；

（2）如图 2，将△*AEF* 绕点 *A* 逆时针旋转，旋转角为α，*M* 为线段 *EF* 的中点，连接 *DN*，*MN*．当 30°＜α＜120° 时，猜想∠*DNM* 的大小是否为定值，并证明你的结论；

（3）连接 *BN*，在△*AEF* 绕点 *A* 逆时针旋转过程中，当线段 *BN* 最大时，请直接写出△*ADN* 的面积．

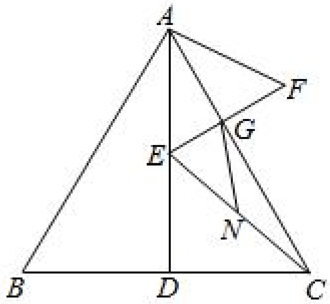


图 1

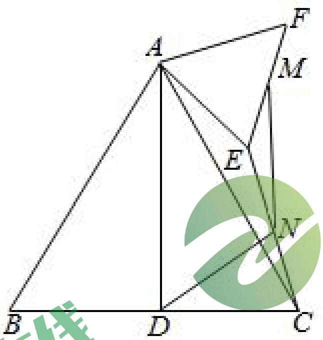
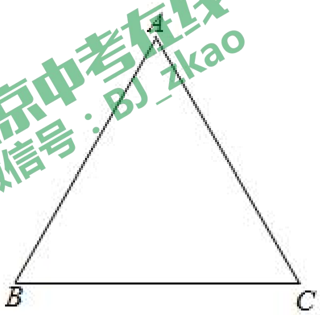


图 2



备用图

2020年重庆市中考数学试卷（B卷）

参考答案与试题解析

一．选择题（共12小题）

1．5的倒数是（　　）

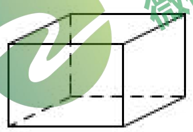
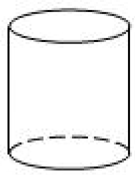
A．5　　B．$\frac{1}{5}$　　C．－5　　D．$-\frac{1}{5}$

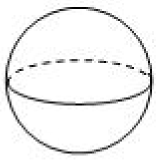
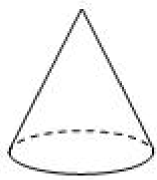
【分析】根据倒数的定义，可得答案．

【解答】解：5得倒数是$\frac{1}{5}$，

故选：B．

2．围成下列立体图形的各个面中，每个面都是平的是（　　）

A． 长方体　　B． 圆柱体

C． 球体　　D． 圆锥体

【分析】根据平面与曲面的概念判断即可．

【解答】解：A、六个面都是平面，故本选项正确；

B、侧面不是平面，故本选项错误；

C、球面不是平面，故本选项错误；

D、侧面不是平面，故本选项错误；

故选：A．

3．计算$a \cdot a^2$结果正确的是（　　）

A．a　　B．a^2　　C．a^3　　D．a^4

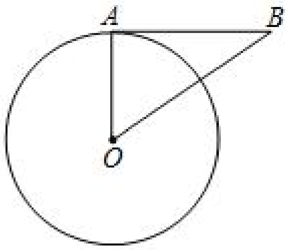
【分析】根据同底数幂的乘法法则计算即可．

【解答】解：$a \cdot a^2 = a^{1+2} = a^3$．

故选：C．

4．如图，AB是$\odot O$的切线，A为切点，连接OA，OB．若$\angle B = 35°$，则$\angle AOB$的度数为

（　　）



A．65°　　　　　B．55°　　　　　C．45°　　　　　D．35°

【分析】根据切线的性质得到$\angle OAB=90°$，根据直角三角形的两锐角互余计算即可．

【解答】解：$\because AB$ 是⊙O 的切线，

$\therefore OA\perp AB$，

$\therefore \angle OAB=90°$，

$\therefore \angle AOB=90°-\angle B=55°$，

故选：B．

5．已知 $a+b=4$，则代数式 $1+\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$的值为（　　）

A．3　　　　　B．1　　　　　C．0　　　　　D．-1

【分析】将 $a+b$ 的值代入原式$=1+\frac{1}{2}(a+b)$计算可得．

【解答】解：当 $a+b=4$ 时，

原式$=1+\frac{1}{2}(a+b)$

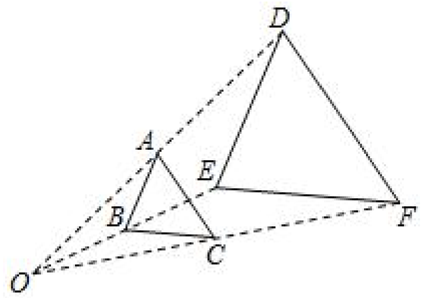
$=1+\frac{1}{2}\times4$

$=1+2$

$=3$，

故选：A．

6．如图，$\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 位似，点 O 为位似中心．已知 OA：$OD=1$：2，则$\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 的面积比为（　　）



A．1：2　　　　B．1：3　　　　C．1：4　　　　D．1：5

【分析】根据位似图形的概念求出△ABC 与△DEF 的相似比，根据相似三角形的性质计算即可．

【解答】解：∵△ABC 与△DEF 是位似图形，OA：OD＝1：2，

∴△ABC 与△DEF 的位似比是 1：2．

∴△ABC 与△DEF 的相似比为 1：2，

∴△ABC 与△DEF 的面积比为 1：4，

故选：C．

7．小明准备用 40 元钱购买作业本和签字笔．已知每个作业本 6 元，每支签字笔 2.2 元，小明买了 7 支签字笔，他最多还可以买的作业本个数为（　　）

A．5　　　　B．4　　　　C．3　　　　D．2

【分析】设还可以买 x 个作业本，根据总价＝单价×数量结合总价不超过 40 元，即可得出关系 x 的一元一次不等式，解之取其中的最大整数值即可得出结论．

【解答】解：设还可以买 x 个作业本，

依题意，得：$2.2\times7+6x\leqslant40$，

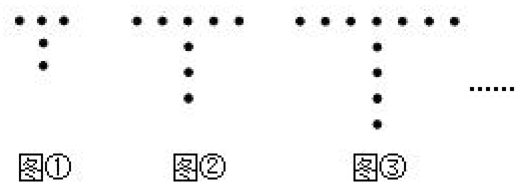
解得：$x\leqslant4\frac{1}{10}$．

又∵x 为正整数，

∴x 的最大值为 4．

故选：B．

8．下列图形都是由同样大小的实心圆点按一定规律组成的，其中第①个图形一共有 5 个实心圆点，第②个图形一共有 8 个实心圆点，第③个图形一共有 11 个实心圆点，…，按此规律排列下去，第⑥个图形中实心圆点的个数为（　　）



A．18　　　　　B．19　　　　　C．20　　　　　D．21

【分析】根据已知图形中实心圆点的个数得出规律：第 n 个图形中实心圆点的个数为 $2n+n+2$，据此求解可得．

【解答】解：∵第①个图形中实心圆点的个数 $5=2\times1+3$，

第②个图形中实心圆点的个数 $8=2\times2+4$，

第③个图形中实心圆点的个数 $11=2\times3+5$，

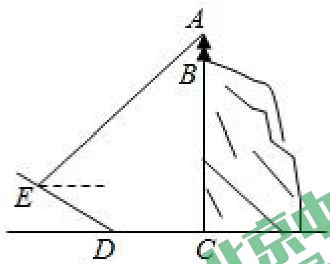
……

∴第⑥个图形中实心圆点的个数为 $2\times6+8=20$，

故选：C．

9．如图，垂直于水平面的 5G 信号塔 AB 建在垂直于水平面的悬崖边 B 点处，某测量员从山脚 C 点出发沿水平方向前行 78 米到 D 点（点 A，B，C 在同一直线上），再沿斜坡 DE 方向前行 78 米到 E 点（点 A，B，C，D，E 在同一平面内），在点 E 处测得 5G 信号塔顶端 A 的仰角为 43°，悬崖 BC 的高为 144.5 米，斜坡 DE 的坡度（或坡比）$i=1$：2.4，则信号塔 AB 的高度约为（　　）

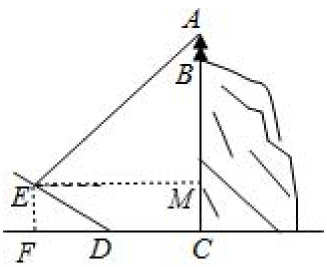
（参考数据：sin43°≈0.68，cos43°≈0.73，tan43°≈0.93）



A．23 米　　　　B．24 米　　　　C．24.5 米　　　　D．25 米

【分析】过点 E 作 $EF\perp DC$ 交 DC 的延长线于点 F，过点 E 作 $EM\perp AC$ 于点 M，根据斜坡 DE 的坡度（或坡比）$i=1$：2.4 可设 $EF=x$，则 $DF=2.4x$，利用勾股定理求出 x 的值，进而可得出 EF 与 DF 的长，故可得出 CF 的长．由矩形的判定定理得出四边形 $EFCM$ 是矩形，故可得出 $EM=FC$，$CM=EF$，再由锐角三角函数的定义求出 AM 的长，进而可得出答案．

【解答】解：过点 E 作 $EF\perp DC$ 交 DC 的延长线于点 F，过点 E 作 $EM\perp AC$ 于点 M，



∵斜坡 DE 的坡度（或坡比）$i=1$：2.4，$BE=CD=78$ 米，

∴设 $EF=x$，则 $DF=2.4x$.

在 Rt△DEF 中，

∵$EF^2+DF^2=DE^2$，即 $x^2+(2.4x)^2=78^2$，

解得 $x=30$，

∴$EF=30$ 米，$DF=72$ 米，

∴$CF=DF+DC=72+78=150$ 米.

∵$EM\perp AC$，$AC\perp CD$，$EF\perp CD$，

∴四边形 $EFCM$ 是矩形，

∴$EM=CF=150$ 米，$CM=EF=30$ 米.

在 Rt△AEM 中，

∵$\angle AEM=43°$，

∴$AM=EM\cdot\tan43°\approx150\times0.93=139.5$ 米，

∴$AC=AM+CM=139.5+30=169.5$ 米.

∴$AB=AC-BC=169.5-144.5=25$ 米.

故选：D.

10. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases}2x-1\leqslant3(x-2),\\ \frac{x-a}{2}>1\end{cases}$ 的解集为 $x\geqslant5$，且关于 y 的分式方程 $\frac{y}{y-2}+\frac{a}{2-y}=-1$ 有非负整数解，则符合条件的所有整数 a 的和为（　　）

A. -1　　　　B. -2　　　　C. -3　　　　D. 0

【分析】不等式组整理后，根据已知解集确定出 a 的范围，分式方程去分母转化为正整数方程，由分式方程有非负整数解，确定出 a 的值，求出之和即可.

【解答】解：不等式组整理得：$\begin{cases}x\geqslant5\\ x>2+a\end{cases}$，

由解集为 $x\geqslant5$，得到 $2+a\leqslant5$，即 $a\leqslant3$，

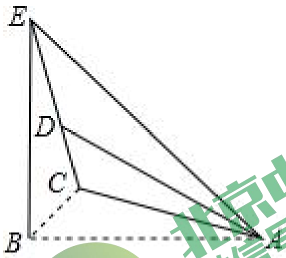
分式方程去分母得：$y-a=-y+2$，即 $2y-2=a$，

解得：$y=\frac{a}{2}+1$，

由 y 为非负整数，且 $y\neq2$，得到 $a=0$，-2，之和为 -2，

故选：B.

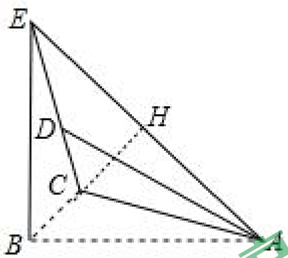
11．如图，在△ABC 中，$AC=2\sqrt{2}$，$\angle ABC=45°$，$\angle BAC=15°$，将△ACB 沿直线 AC 翻折至△ABC 所在的平面内，得△ACD．过点 A 作 AE，使 $\angle DAE=\angle DAC$，与 CD 的延长线交于点 E，连接 BE，则线段 BE 的长为（　　）



A．$\sqrt{6}$　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

【分析】延长 BC 交 AE 于 H，由折叠的性质 $\angle DAC=\angle BAC=15°$，$\angle ADC=\angle ABC=45°$，$\angle ACB=\angle ACD=120°$，由外角的性质可求 $\angle AED=\angle EAC$，可得 $AC=EC$，由"SAS"可证△ABC≌△EBC，可得 $AB=BE$，$\angle ABC=\angle EBC=45°$，利用等腰直角三角形的性质和直角三角形的性质可求解．

【解答】解：如图，延长 BC 交 AE 于 H，



∵$\angle ABC=45°$，$\angle BAC=15°$，

∴$\angle ACB=120°$，

∵将△ACB 沿直线 AC 翻折，

∴$\angle DAC=\angle BAC=15°$，$\angle ADC=\angle ABC=45°$，$\angle ACB=\angle ACD=120°$，

∵$\angle DAE=\angle DAC$，

∴$\angle DAE=\angle DAC=15°$，

∴$\angle CAE=30°$，

∵$\angle ADC=\angle DAE+\angle AED$，

∴$\angle AED=45°-15°=30°$，

∴$\angle AED=\angle EAC$，

∴$AC=EC$，

又∵$\angle BCE=360°-\angle ACB-\angle ACE=120°=\angle ACB$，$BC=BC$，

∴$\triangle ABC\cong\triangle EBC$（$SAS$），

∴$AB=BE$，$\angle ABC=\angle EBC=45°$，

∴$\angle ABE=90°$，

∵$AB=BE$，$\angle ABC=\angle EBC$，

∴$AH=EH$，$BH\perp AE$，

∵$\angle CAE=30°$，

∴$CH=\frac{1}{2}AC=\sqrt{2}$，$AH=\sqrt{3}CH=\sqrt{6}$，

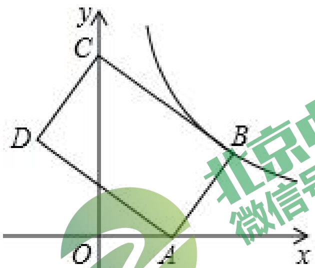
∴$AE=2\sqrt{6}$，

∵$AB=BE$，$\angle ABE=90°$，

∴$BE=\frac{AE}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$，

故选：C．

12．如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的顶点 A，C 分别在 x 轴，y 轴的正半轴上，点 D（-2，3），$AD=5$，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$，$x>0$）的图象经过点 B，则 k 的值为（　　）



A．$\frac{16}{3}$　　　　B．8　　　　C．10　　　　D．$\frac{32}{3}$

【分析】过 D 作 $DE\perp x$ 轴于 E，过 B 作 $BF\perp x$ 轴，$BH\perp y$ 轴，得到$\angle BHC=90°$，根据勾股定理得到 $AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=4$，根据矩形的性质得到 $AD=BC$，根据全等三角形的性质得到 $BH=AE=4$，求得 $AF=2$，根据相似三角形的性质即可得到结论．

【解答】解：过 D 作 $DE\perp x$ 轴于 E，过 B 作 $BF\perp x$ 轴，$BH\perp y$ 轴，

∴$\angle BHC=90^\circ$，

∵点 D（-2，3），$AD=5$，

∴$DE=3$，

∴$AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=4$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$AD=BC$，

∴$\angle BCD=\angle ADC=90^\circ$，

∴$\angle DCP+\angle BCH=\angle BCH+\angle CBH=90^\circ$，

∴$\angle CBH=\angle DCH$，

∵$\angle DCG+\angle CPD=\angle APO+\angle DAE=90^\circ$，

$\angle CPD=\angle APO$，

∴$\angle DCP=\angle DAE$，

∴$\angle CBH=\angle DAE$，

∵$\angle AED=\angle BHC=90^\circ$，

∴$\triangle ADE\cong\triangle BCH$（$AAS$），

∴$BH=AE=4$，

∵$OE=2$，

∴$OA=2$，

∴$AF=2$，

∵$\angle APO+\angle PAO=\angle BAF+\angle PAO=90^\circ$，

∴$\angle APO=\angle BAF$，

∴$\triangle APO\backsim\triangle BAF$，

∴$\frac{OP}{AF}=\frac{OA}{BF}$，

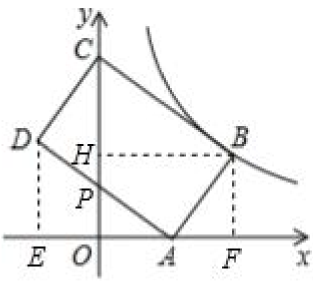
∴$\frac{\frac{1}{2}\times 3}{2}=\frac{2}{BF}$，

∴$BF=\frac{8}{3}$，

∴B（4，$\frac{8}{3}$），

$\therefore k=\frac{32}{3}$，

故选：D．



二．填空题（共 6 小题）

13．计算：$(\frac{1}{5})^{-1}-\sqrt{4}=$__3__．

【分析】先计算负整数指数幂和算术平方根，再计算加减可得．

【解答】解：原式＝5－2＝3，

故答案为：3．

14．经过多年的精准扶贫，截至 2019 年底，我国的农村贫困人口减少了约 94000000 人．请把数 94000000 用科学记数法表示为__9.4×10^7__．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞10 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【解答】解：$94000000=9.4\times10^7$，

故答案为：9.4×10^7．

15．盒子里有 3 张形状、大小、质地完全相同的卡片，上面分别标着数字 1，2，3，从中随机抽出 1 张后不放回，再随机抽出 1 张，则两次抽出的卡片上的数字之和为奇数的概率是__$\frac{2}{3}$__．

【分析】列表得出所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式计算可得．

【解答】解：列表如下

	1	2	3
1		3	4
2	3		5

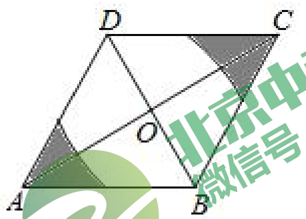
3	4	5	

由表可知，共有 6 种等可能结果，其中两次抽出的卡片上的数字之和为奇数的有 4 种结果，

所以两次抽出的卡片上的数字之和为奇数的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，

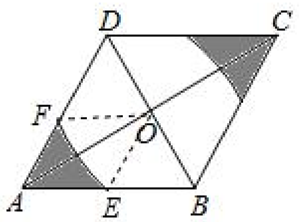
故答案为：$\frac{2}{3}$.

16．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，$\angle ABC=120°$，$AB=2\sqrt{3}$，以点 O 为圆心，OB 长为半径画弧，分别与菱形的边相交，则图中阴影部分的面积为__$3\sqrt{3}-\pi$__．（结果保留π）



【分析】由菱形的性质可得 $AC\perp BD$，$BO=DO$，$OA=OC$，$AB=AD$，$\angle DAB=60°$，可证△BEO，△DFO 是等边三角形，由等边三角形的性质可求$\angle EOF=60°$，由扇形的面积公式和面积和差关系可求解．

【解答】解：如图，设连接以点 O 为圆心，OB 长为半径画弧，分别与 AB，AD 相交于 E，F，连接 EO，FO，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=120°$，

∴$AC\perp BD$，$BO=DO$，$OA=OC$，$AB=AD$，$\angle DAB=60°$，

∴△ABD 是等边三角形，

∴$AB=BD=2\sqrt{3}$，$\angle ABD=\angle ADB=60°$，

∴$BO=DO=\sqrt{3}$，

∵以点 O 为圆心，OB 长为半径画弧，

∴$BO=OE=OD=OF$，

∴△BEO，△DFO 是等边三角形，

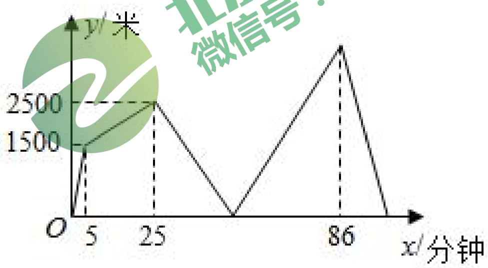
∴$\angle DOF=\angle BOE=60°$，

∴$\angle EOF=60°$，

∴阴影部分的面积$=2\times(S_{\triangle ABD}-S_{\triangle DFO}-S_{\triangle BEO}-S_{扇形OEF})=2\times(\frac{\sqrt{3}}{4}\times12-\frac{\sqrt{3}}{4}\times3-\frac{\sqrt{3}}{4}\times3-\frac{60°\times\pi\times3}{360°})=3\sqrt{3}-\pi$，

故答案为：$3\sqrt{3}-\pi$．

17．周末，自行车骑行爱好者甲、乙两人相约沿同一路线从 A 地出发前往 B 地进行骑行训练，甲、乙分别以不同的速度匀速骑行，乙比甲早出发 5 分钟．乙骑行 25 分钟后，甲以原速的$\frac{8}{5}$继续骑行，经过一段时间，甲先到达 B 地，乙一直保持原速前往 B 地．在此过程中，甲、乙两人相距的路程 y（单位：米）与乙骑行的时间 x（单位：分钟）之间的关系如图所示，则乙比甲晚__12__分钟到达 B 地．



【分析】首先确定甲乙两人的速度，求出总里程，再求出甲到达 B 地时，乙离 B 地的距离即可解决问题．

【解答】解：由题意乙的速度为 $1500\div5=300$（米/分），设甲的速度为 x 米/分．

则有：$7500-20x=2500$，

解得 $x=250$，

25 分钟后甲的速度为 $250\times\frac{8}{5}=400$（米/分）．

由题意总里程$=250\times20+61\times400=29400$（米），

86 分钟乙的路程为 $86\times300=25800$（米），

∴$\frac{29400-25800}{300}=12$（分钟）．

故答案为 12．

18．为刺激顾客到实体店消费，某商场决定在星期六开展促销活动．活动方案如下：在商场收银台旁放置一个不透明的箱子，箱子里有红、黄、绿三种颜色的球各一个（除颜色外大小、形状、质地等完全相同），顾客购买的商品达到一定金额可获得一次摸球机会，摸

中红、黄、绿三种颜色的球可分别返还现金 50 元、30 元、10 元．商场分三个时段统计摸球次数和返现金额，汇总统计结果为：第二时段摸到红球次数为第一时段的 3 倍，摸到黄球次数为第一时段的 2 倍，摸到绿球次数为第一时段的 4 倍；第三时段摸到红球次数与第一时段相同，摸到黄球次数为第一时段的 4 倍，摸到绿球次数为第一时段的 2 倍，三个时段返现总金额为 2510 元，第三时段返现金额比第一时段多 420 元，则第二时段返现金额为<u> 1230 </u>元．

【分析】设第一时段摸到红球 x 次，摸到黄球 y 次，摸到绿球 z 次，（x，y，z 均为非负整数），则第一时段返现（$50x+30y+10z$），根据"第三时段返现金额比第一时段多 420 元"，得出 $z=42-9y$，进而确定出 $y\leqslant\frac{42}{9}$，再根据"三个时段返现总金额为 2510 元"，得出 $25x=42y-43$，进而得出$\frac{43}{42}\leqslant y\leqslant\frac{42}{9}$，再将满足题意的 y 的知代入④，计算 x，进而得出 x，z，即可得出结论．

【解答】解：设第一时段摸到红球 x 次，摸到黄球 y 次，摸到绿球 z 次，（x，y，z 均为非负整数），则第一时段返现金额为（$50x+30y+10z$），

第二时段摸到红球 $3x$ 次，摸到黄球 $2y$ 次，摸到绿球 $4z$ 次，则第二时段返现金额为（$50\times3x+30\times2y+10\times4z$），

第三时段摸到红球 x 次，摸到黄球 $4y$ 次，摸到绿球 $2z$ 次，则第三时段返现金额为（$50x+30\times4y+10\times2z$），

∵第三时段返现金额比第一时段多 420 元，

∴（$50x+30\times4y+10\times2z$）－（$50x+30y+10z$）$=420$，

∴$z=42-9y$①，

∵z 为非负整数，

∴$42-9y\geqslant0$，

∴$y\leqslant\frac{42}{9}$，

∵三个时段返现总金额为 2510 元，

∴（$50x+30y+10z$）+（$50x+30\times4y+10\times2z$）+（$50x+30\times4y+10\times2z$）$=2510$，

∴$25x+21y+7z=251$②，

将①代入②中，化简整理得，$25x=42y-43$，

∴$x=\frac{42y-43}{25}$④，

∵x 为非负整数，

∴$\frac{42y-43}{25}\geqslant 0$，

∴$y\geqslant\frac{43}{42}$，

∴$\frac{43}{42}\leqslant y\leqslant\frac{42}{9}$，

∵y 为非负整数，

∴$y=2$，34，

当 $y=2$ 时，$x=\frac{41}{25}$，不符合题意，

当 $y=3$ 时，$x=\frac{83}{25}$，不符合题意，

当 $y=4$ 时，$x=5$，则 $z=6$，

∴第二时段返现金额为 $50\times3x+30\times2y+10\times4z=10$（$15\times5+6\times4+4\times6$）$=1230$（元），

故答案为：1230．

三．解答题

19.计算：

（1）$(x+y)^2+y(3x-y)$；

（2）$\left(\frac{4-a^2}{a-1}+a\right)\div\frac{a^2-16}{a-1}$．

【考点】4A：单项式乘多项式；4C：完全平方公式；6C：分式的混合运算．

【专题】512：整式；513：分式；66：运算能力；69：应用意识．

【分析】（1）利用完全平方公式和多项式的乘法，进行计算即可；

（2）根据分式的四则计算的法则进行计算即可，

【解答】解：（1）$(x+y)^2+y(3x-y)$，

$=x^2+2xy+y^2+3xy-y^2$，

$=x^2+5xy$；

（2）$\left(\frac{4-a^2}{a-1}+a\right)\div\frac{a^2-16}{a-1}$，

$=\left(\frac{4-a^2}{a-1}+\frac{a^2-a}{a-1}\right)\times\frac{a-1}{(a+4)(a-4)}$，

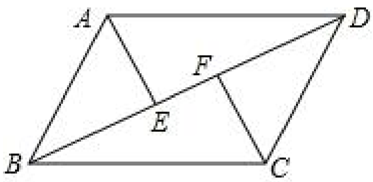
$=\frac{4-a}{a-1}\times\frac{a-1}{(a+4)(a-4)}$，

$=-\frac{1}{a+4}$．

20.如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AE，CF 分别平分 $\angle BAD$ 和 $\angle DCB$，交对角线 BD 于点 E，F.

（1）若 $\angle BCF=60°$，求 $\angle ABC$ 的度数；

（2）求证：$BE=DF$.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；L5：平行四边形的性质.

【专题】555：多边形与平行四边形；67：推理能力.

【分析】(1)根据平行四边形的性质得到 $AB\parallel CD$，根据平行线的性质得到 $\angle ABC+\angle BCD=180°$，根据角平分线的定义得到 $\angle BCD=2\angle BCF$，于是得到结论；

（2）根据平行四边形的性质得到 $AB\parallel CD$，$AB=CD$，$\angle BAD=\angle DCB$，求得 $\angle ABE=\angle CDF$，根据角平分线的定义得到 $\angle BAE=\angle DCE$，根据全等三角形的性质即可得到结论.

【解答】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB\parallel CD$，

∴$\angle ABC+\angle BCD=180°$，

∵CF 平分 $\angle DCB$，

∴$\angle BCD=2\angle BCF$，

∵$\angle BCF=60°$，

∴$\angle BCD=120°$，

∴$\angle ABC=180°-120°=60°$；

（2）∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB\parallel CD$，$AB=CD$，$\angle BAD=\angle DCB$，

∴$\angle ABE=\angle CDF$，

∵AE，CF 分别平分 $\angle BAD$ 和 $\angle DCB$，

∴$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAD$，$\angle DCF=\frac{1}{2}\angle BCD$，

∴$\angle BAE=\angle DCE$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle CDF$（$ASA$），

∴$BE=CF$.

21.每年的 4 月 15 日是我国全民国家安全教育日．某中学在全校七、八年级共 800 名学生中开展“国家安全法”知识竞赛，并从七、八年级学生中各抽取 20 名学生，统计这部分学生的竞赛成绩（竞赛成绩均为整数，满分 10 分，6 分及以上为合格）．相关数据统计、整理如下：

八年级抽取的学生的竞赛成绩：

4，4，6，6，6，6，7，7，7，8，8，8，8，8，8，9，9，9，10，10．

七、八年级抽取的学生的竞赛成绩统计表

年级	七年级	八年级
平均数	7.4	7.4
中位数	a	b
众数	7	c
合格率	85%	90%

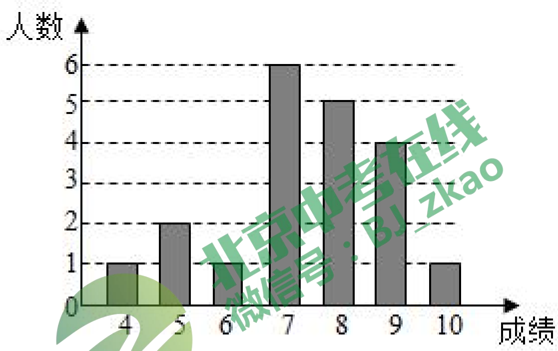
根据以上信息，解答下列问题：

（1）填空：a＝ 7.5 ，b＝ 8 ，c＝ 8 ；

（2）估计该校七、八年级共 800 名学生中竞赛成绩达到 9 分及以上的人数；

（3）根据以上数据分析，从一个方面评价两个年级“国家安全法”知识竞赛的学生成绩谁更优异．

七年级抽取的学生的竞赛成绩条形统计图



【考点】V5：用样本估计总体；W4：中位数；W5：众数．

【专题】542：统计的应用；69：应用意识．

【分析】（1）由图表可求解；

（2）利用样本估计总体思想求解可得；

（3）由八年级的合格率高于七年级的合格率，可得八年级“国家安全法”知识竞赛的学

生成绩更优异．

【解答】解：（1）由图表可得：$a=\frac{7+8}{2}=7.5$，$b=\frac{8+8}{2}=8$，$c=8$，

故答案为：7.5，8，8；

（2）该校七、八年级共 800 名学生中竞赛成绩达到 9 分及以上的人数＝$800\times\frac{5+5}{40}=200$（人），

答：该校七、八年级共 800 名学生中竞赛成绩达到 9 分及以上的人数为 200 人；

（3）∵八年级的合格率高于七年级的合格率，

∴八年级"国家安全法"知识竞赛的学生成绩更优异．

22.在数的学习过程中，我们总会对其中一些具有某种特性的数充满好奇，如学习自然数时，我们发现一种特殊的自然数－－"好数"．

定义：对于三位自然数 n，各位数字都不为 0，且百位数字与十位数字之和恰好能被个位数字整除，则称这个自然数 n 为"好数"．

例如：426 是"好数"，因为 4，2，6 都不为 0，且 4+2＝6，6 能被 6 整除；

643 不是"好数"，因为 6+4＝10，10 不能被 3 整除．

（1）判断 312，675 是否是"好数"？并说明理由；

（2）求出百位数字比十位数字大 5 的所有"好数"的个数，并说明理由．

【考点】#3：数的整除性．

【专题】32：分类讨论；66：运算能力．

【分析】（1）根据"好数"的意义，判断即可得出结论；

（2）设十位数数字为 a，则百位数字为 $a+5$（$0<a\leqslant4$ 的整数），得出百位数字和十位数字的和为 $2a+5$，再分别取 $a=1$，2，3，4，计算判断即可得出结论．

【解答】解：（1）312 是"好数"，因为 3，1，2 都不为 0，且 3+1＝4，6 能被 2 整除，

675 不是"好数"，因为 6+7＝13，13 不能被 5 整除；

（2）611，617，721，723，729，831，941 共 7 个，理由：

设十位数数字为 a，则百位数字为 $a+5$（$0<a\leqslant4$ 的整数），

∴$a+a+5=2a+5$，

当 $a=1$ 时，$2a+5=7$，

∴7 能被 1，7 整除，

∴满足条件的三位数有 611，617，

当 a＝2 时，$2a+5=9$，

∴9 能被 1，3，9 整除，

∴满足条件的三位数有 721，723，729，

当 a＝3 时，$2a+5=11$，

∴11 能被 1 整除，

∴满足条件的三位数有 831，

当 a＝4 时，$2a+5=13$，

∴13 能被 1 整除，

∴满足条件的三位数有 941，

即满足条件的三位自然数为 611，617，721，723，729，831，941 共 7 个．

23.探究函数性质时，我们经历了列表、描点、连线画出函数图象，观察分析图象特征，概括函数性质的过程．结合已有的学习经验，请画出函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$的图象并探究该函数的性质．

x	…	－4	－3	－2	－1	0	1	2	3	4	…
y	…	$-\frac{2}{3}$	a	－2	－4	b	－4	－2	$-\frac{12}{11}$	$-\frac{2}{3}$	…

（1）列表，写出表中 a，b 的值：a＝$\underline{\ -\frac{12}{11}\ }$，$b$＝$\underline{\ -6\ }$；

描点、连线，在所给的平面直角坐标系中画出该函数的图象．

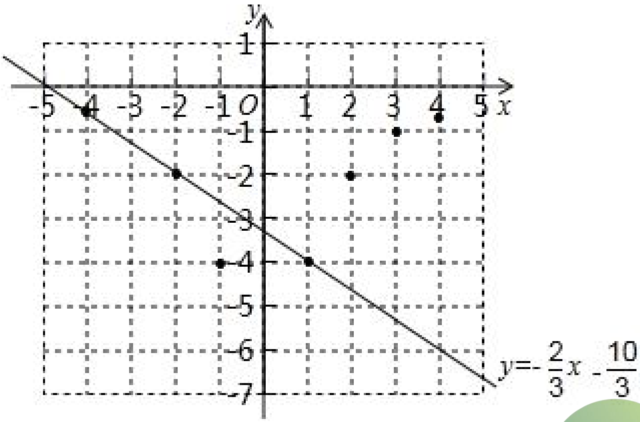
（2）观察函数图象，判断下列关于函数性质的结论是否正确（在答题卡相应位置正确的用“√”作答，错误的用“×”作答）：

①函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$的图象关于 y 轴对称；

②当 x＝0 时，函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$有最小值，最小值为－6；

③在自变量的取值范围内函数 y 的值随自变量 x 的增大而减小．

（3）已知函数 $y=-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$的图象如图所示，结合你所画的函数图象，直接写出不等式 $-\frac{12}{x^2+2}<-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$的解集．



【考点】F3：一次函数的图象；F5：一次函数的性质；FD：一次函数与一元一次不等式；P5：关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

【专题】533：一次函数及其应用；64：几何直观.

【分析】（1）将 $x=-3$，0 分别代入解析式即可得 y 的值，再画出函数的图象；

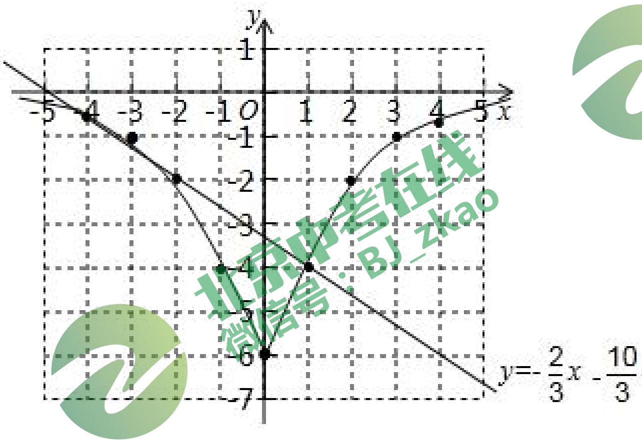
（2）结合图象可从函数的增减性及对称性进行判断；

（3）根据图象求得即可.

【解答】解：（1）$x=-3$、0 分别代入 $y=-\frac{12}{x^2+2}$，得 $a=-\frac{12}{9+2}=-\frac{12}{11}$，$b=-\frac{12}{0+2}=-6$，

故答案为 $-\frac{12}{11}$，-6；

画出函数的图象如图：



，

故答案为 $-\frac{12}{11}$，-6；

（2）根据函数图象：

①函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$的图象关于 y 轴对称，说法正确；

②当 $x=0$ 时，函数 $y=-\frac{12}{x^2+2}$有最小值，最小值为 -6，说法正确；

③在自变量的取值范围内函数 y 的值随自变量 x 的增大而减小，说法错误.

（3）由图象可知：不等式 $-\frac{12}{x^2+2}<-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$的解集为 $x<-4$ 或 $-2<x<1$.

24.为响应“把中国人的饭碗牢牢端在自己手中”的号召，确保粮食安全，优选品种，提高产量，某农业科技小组对 A，B 两个玉米品种进行实验种植对比研究. 去年 A、B 两个品种各种植了 10 亩. 收获后 A、B 两个品种的售价均为 2.4 元/kg，且 B 品种的平均亩产量比 A 品种高 100 千克，A、B 两个品种全部售出后总收入为 21600 元.

（1）求 A、B 两个品种去年平均亩产量分别是多少千克？

（2）今年，科技小组优化了玉米的种植方法，在保持去年种植面积不变的情况下，预计 A、B 两个品种平均亩产量将在去年的基础上分别增加 $a\%$和 $2a\%$. 由于 B 品种深受市场欢迎，预计每千克售价将在去年的基础上上涨 $a\%$，而 A 品种的售价保持不变，A、B 两个品种全部售出后总收入将增加$\frac{20}{9}a\%$. 求 a 的值.

【考点】9A：二元一次方程组的应用；AD：一元二次方程的应用.

【专题】523：一元二次方程及应用；69：应用意识.

【分析】（1）设 A、B 两个品种去年平均亩产量分别是 x 千克和 y 千克；根据题意列方程组即可得到结论；

（2）根据题意列方程即可得到结论.

【解答】解：（1）设 A、B 两个品种去年平均亩产量分别是 x 千克和 y 千克；

根据题意得，$\begin{cases}y-x=100\\10\times2.4(x+y)=21600\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=400\\y=500\end{cases}$，

答：A、B 两个品种去年平均亩产量分别是 400 千克和 500 千克；

（2）$2.4\times400\times10(1+a\%)+2.4(1+a\%)\times500\times10(1+2a\%)=21600(1+\frac{20}{9}a\%)$，

解得：$a=10$，

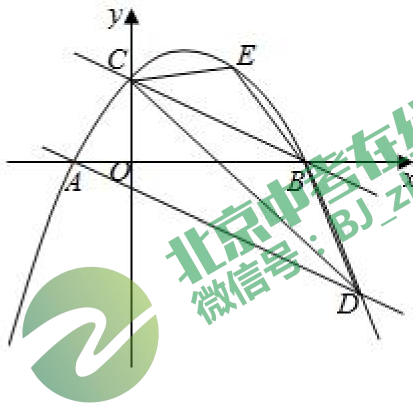
答：a 的值为 10.

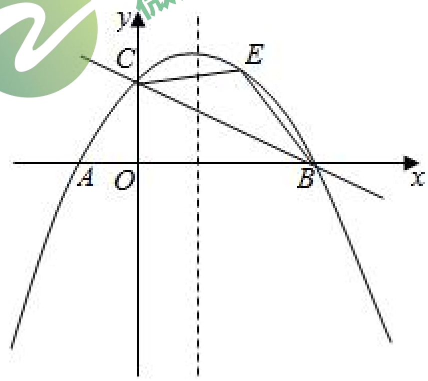
25.如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq0$）与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 的左侧），且 A 点坐标为（$-\sqrt{2}$，0），直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{\sqrt{2}}{3}x+2$.

（1）求抛物线的解析式；

（2）过点 A 作 $AD /\!/ BC$，交抛物线于点 D，点 E 为直线 BC 上方抛物线上一动点，连接 CE，EB，BD，DC．求四边形 $BECD$ 面积的最大值及相应点 E 的坐标；

（3）将抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq0$）向左平移 $\sqrt{2}$ 个单位，已知点 M 为抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq0$）的对称轴上一动点，点 N 为平移后的抛物线上一动点．在（2）中，当四边形 $BECD$ 的面积最大时，是否存在以 A，E，M，N 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由．





备用图

【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】153：代数几何综合题；32：分类讨论；65：数据分析观念．

【分析】（1）利用直线 BC 的解析式求出点 B、C 的坐标，则 $y=ax^2+bx+2=a(x+\sqrt{2})(x-3\sqrt{2})=ax^2-2\sqrt{2}a-6a$，即 $-6a=2$，解得：$a=\frac{1}{3}$，即可求解；

（2）四边形 $BECD$ 的面积 $S=S_{\triangle BCE}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times EF\times OB+\frac{1}{2}\times(x_D-x_C)\times BH$，即可求解；

（3）分 AE 是平行四边形的边、AE 是平行四边形的对角线两种情况，分别求解即可．

【解答】解：（1）直线 BC 的解析式为 $y=-\frac{\sqrt{2}}{3}x+2$，令 $y=0$，则 $x=3\sqrt{2}$，令 $x=0$，则 $y=2$，

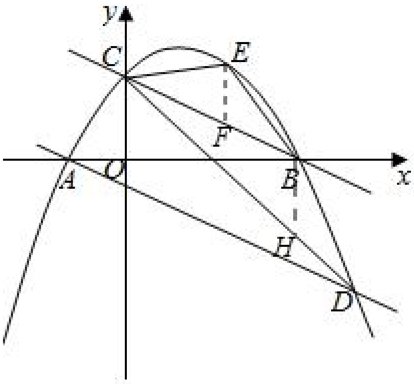
故点 B、C 的坐标分别为 $(3\sqrt{2},0)$、$(0,2)$；

则 $y=ax^2+bx+2=a(x+\sqrt{2})(x-3\sqrt{2})=a(x^2-2\sqrt{2}x-6)=ax^2-2\sqrt{2}a-6a$，

即 $-6a=2$，解得：$a=\frac{1}{3}$，

故抛物线的表达式为：$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{2\sqrt{2}}{3}x+2$①；

（2）如图，过点 B、E 分别作 y 轴的平行线分别交 CD 于点 H，交 BC 于点 F，



∵$AD\parallel BC$，则设直线 AD 的表达式为：$y=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}(x+\sqrt{2})$ ②，

联立①②并解得：$x=4\sqrt{2}$，故点 D（$4\sqrt{2}$，$-\dfrac{10}{3}$），

由点 C、D 的坐标得，直线 CD 的表达式为：$y=-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x+2$，

当 $x=3\sqrt{2}$ 时，$y_{BC}=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}x+2=-2$，即点 H（$3\sqrt{2}$，-2），故 $BH=2$，

设点 E（x，$-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x+2$），则点 F（x，$-\dfrac{\sqrt{2}}{3}x+2$），

则四边形 $BECD$ 的面积 $S=S_{\triangle BCE}+S_{\triangle BCD}=\dfrac{1}{2}\times EF\times OB+\dfrac{1}{2}\times(x_D-x_C)\times BH=\dfrac{1}{2}\times(-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x+2+\dfrac{\sqrt{2}}{3}x-2)\times 3\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2+3x+4\sqrt{2}$，

∵ $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<0$，故 S 有最大值，当 $x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ 时，S 的最大值为 $\dfrac{25\sqrt{2}}{4}$，此时点 E（$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{5}{2}$）；

（3）存在，理由：

$y=-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}x+2=-\dfrac{1}{3}(x-\sqrt{2})^2+\dfrac{8}{3}$，抛物线 $y=ax^2+bx+2$（$a\neq 0$）向左平移 $\sqrt{2}$ 个单位，

则新抛物线的表达式为：$y=-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{8}{3}$，

点 A、E 的坐标分别为（$-\sqrt{2}$，0）、（$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{5}{2}$）；设点 M（$\sqrt{2}$，m），点 N（n，s），$s=-\dfrac{1}{3}n^2+\dfrac{8}{3}$；

①当 AE 是平行四边形的边时，

点 A 向右平移 $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ 个单位向上平移 $\dfrac{5}{2}$ 个单位得到 E，同样点 M（N）向右平移 $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ 个单

位向上平移$\frac{5}{2}$个单位得到 N（M），

即$\sqrt{2}\pm\frac{5\sqrt{2}}{2}=n$，

则 $s=-\frac{1}{3}n^2+\frac{8}{3}=-\frac{11}{2}$或$\frac{5}{6}$，

故点 N 的坐标为（$\frac{7\sqrt{2}}{2}$，$-\frac{11}{2}$）或（$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$\frac{7}{6}$）；

②当 AE 是平行四边形的对角线时，

由中点公式得：$-\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}=n+\sqrt{2}$，解得：$n=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$s=-\frac{1}{3}n^2+\frac{8}{3}=\frac{15}{6}$，

故点 N 的坐标（$-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{5}{2}$）；

综上点 N 的坐标为：（$\frac{7\sqrt{2}}{2}$，$-\frac{11}{2}$）或（$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$\frac{7}{6}$）或（$-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{5}{2}$）.

26.△ABC 为等边三角形，$AB=8$，$AD\perp BC$ 于点 D，E 为线段 AD 上一点，$AE=2\sqrt{3}$．以 AE 为边在直线 AD 右侧构造等边三角形 AEF，连接 CE，N 为 CE 的中点．

（1）如图 1，EF 与 AC 交于点 G，连接 NG，求线段 NG 的长；

（2）如图 2，将△AEF 绕点 A 逆时针旋转，旋转角为α，M 为线段 EF 的中点，连接 DN，MN．当 30°＜α＜120°时，猜想∠DNM 的大小是否为定值，并证明你的结论；

（3）连接 BN，在△AEF 绕点 A 逆时针旋转过程中，当线段 BN 最大时，请直接写出△ADN 的面积＿＿＿＿＿＿．

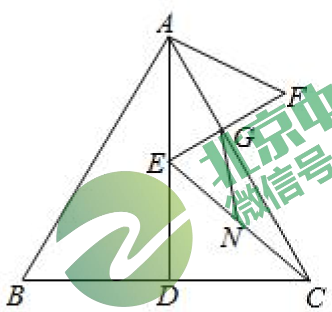


图 1

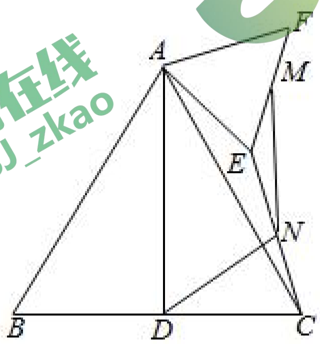
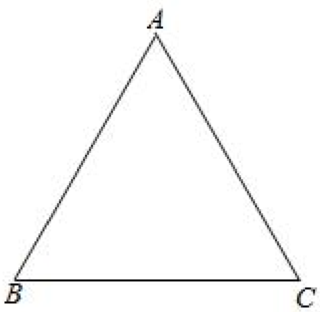


图 2



备用图

【考点】RB：几何变换综合题．

【专题】152：几何综合题；69：应用意识．

【分析】（1）如图 1 中，连接 BE，CF．解直角三角形求出 BE，再利用全等三角形的性

质证明 $CF=BE$，利用三角形的中位线定理即可解决问题．

（2）结论：$\angle DNM=120°$ 是定值．利用全等三角形的性质证明$\angle EBC+\angle BCF=120°$，再利用三角形的中位线定理，三角形的外角的性质证明$\angle DNM=\angle EBC+\angle BCF$ 即可．

（3）如图 3－1 中，取 AC 的中点，连接 BJ，BN．首先证明当点 N 在 BJ 的延长线上时，BN 的值最大，如图 3－2 中，过点 N 作 $NH\perp AD$ 于 H，设 BJ 交 AD 于 K，连接 AN．解直角三角形求出 NH 即可解决问题．

【解答】解：（1）如图 1 中，连接 BE，CF．

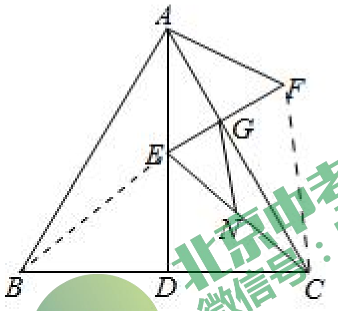


图 1

$\because\triangle ABC$ 是等边三角形，$AD\perp BC$，

$\therefore AB=BC=AC=8$，$BD=CD=4$，

$\therefore AD=\sqrt{3}BD=4\sqrt{3}$，

$\because AE=2\sqrt{3}$，

$\therefore DE=AE=2\sqrt{3}$，

$\therefore BE=\sqrt{BD^2+DE^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$，

$\because\triangle ABC$，$\triangle AEF$ 答等边三角形，

$\therefore AB=AC$，$AE=AF$，$\angle BAC=\angle EAF=60°$，

$\therefore\angle BAE=\angle CAF$，

$\therefore\triangle BAE\cong\triangle CAF$（$SAS$），

$\therefore CF=BE=2\sqrt{7}$，

$\because EN=CN$，$EG=FG$，

$\therefore GN=\frac{1}{2}CF=\sqrt{7}$．

（2）结论：$\angle DNM=120°$ 是定值．

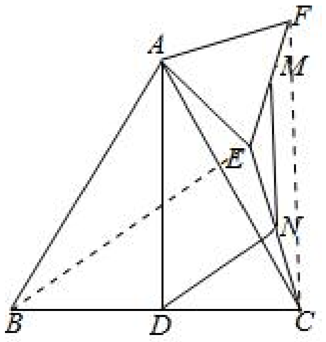


图2

理由：连接 BE，CF．同法可证$\triangle BAE\cong\triangle CAF$（SAS），

$\therefore\angle ABE=\angle ACF$，

$\because\angle ABC+\angle ACB=60^\circ+60^\circ=120^\circ$，

$\therefore\angle EBC+\angle BCF=\angle ABC-\angle ABE+\angle ACB+\angle ACF=120^\circ$，

$\because EN=NC$，$EM=MF$，

$\therefore MN\parallel CF$，

$\therefore\angle ENM=\angle ECM$，

$\because BD=DC$，$EN=NC$，

$\therefore DN\parallel BE$，

$\therefore\angle CDN=\angle EBC$，

$\because\angle END=\angle NDC+\angle ACB$，

$\therefore\angle DNM=\angle DNE+\angle ENM=\angle NDC+\angle ACN+\angle ECM=\angle EBC+\angle ACB+\angle ACF=\angle EBC+\angle BCF=120^\circ$．

（3）如图 3－1 中，取 AC 的中点，连接 BJ，BN．

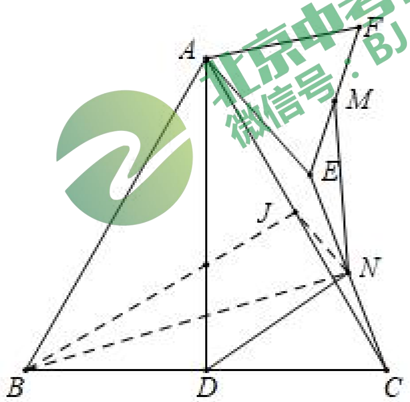


图3-1

$\because AJ=CJ$，$EN=NC$，

$\therefore JN=\frac{1}{2}AE=\sqrt{3}$,

$\because BJ=AD=4\sqrt{3}$,

$\therefore BN\leqslant BJ+JN$,

$\therefore BN\leqslant 5\sqrt{3}$,

$\therefore$当点 N 在 BJ 的延长线上时，BN 的值最大，如图 3－2 中，过点 N 作 $NH\perp AD$ 于 H，设 BJ 交 AD 于 K，连接 AN.

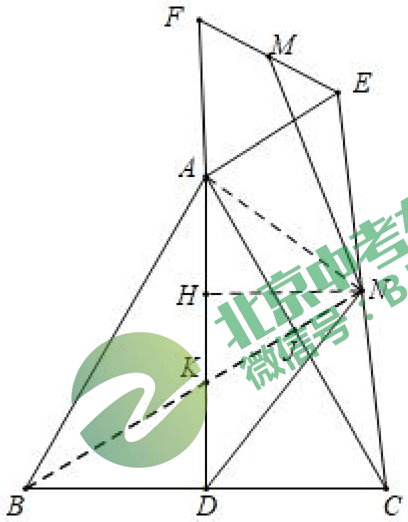


图3-2

$\because KJ=AJ\cdot\tan30^\circ=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$JN=\sqrt{3}$,

$\therefore KN=\frac{7\sqrt{3}}{3}$,

在 Rt$\triangle HKN$ 中，$\because\angle NHK=90^\circ$，$\angle NKH=60^\circ$，

$\therefore HN=NK\cdot\sin60^\circ=\frac{7\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{7}{2}$,

$\therefore S_{\triangle ADN}=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot NH=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times\frac{7}{2}=7\sqrt{3}$.