



# 北京市平谷区 2020 年中考统一练习(二)

## 数学试卷

2020.6

### 注意事项

- 本试卷共 10 页,包括三道大题,28 道小题,满分 100 分。考试时间 120 分钟。
- 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。
- 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
- 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
- 考试结束,请将答题卡交回。

### 一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 垃圾分类功在当代利在千秋,下列垃圾分类指引标志图形中,是轴对称图形又是中心对称图形的是



厨余垃圾  
Food Waste



可回收物  
Recyclable



其他垃圾  
Residual Waste



有害垃圾  
Hazardous Waste

A

B

C

D

2. 实数  $a, b, c$  在数轴上的对应点的位置如图所示,若  $a$  与  $c$  互为相反数,则  $a, b, c$  中绝对值最大的数是

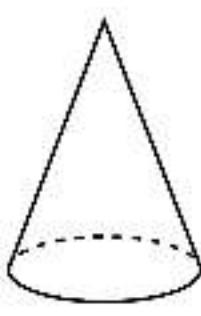


- A.  $a$       B.  $b$       C.  $c$       D. 无法确定

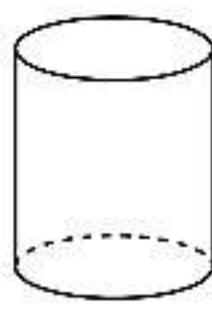
3. 聪聪在阅读一篇文章时看到水分子的直径约为 0.4 纳米,通过百度搜索聪聪又知道 1 纳米  $= 10^{-9}$  米,则水分子的直径约为

- A.  $4 \times 10^{-10}$  米      B.  $0.4 \times 10^{-10}$  米      C.  $4 \times 10^{-9}$  米      D.  $4 \times 10^{-8}$  米

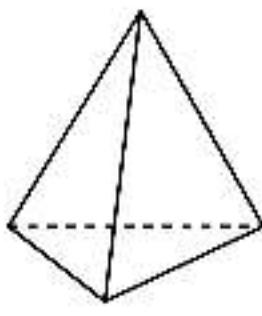
4. 下列几何体中主视图为矩形的是



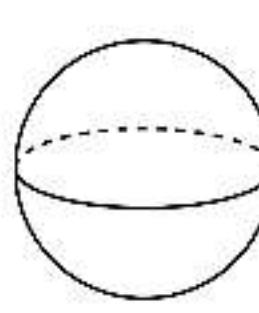
A



B



C



D

5. 如果  $x + y - 2 = 0$ ,那么代数式  $(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}) \cdot \frac{xy}{x^2 - y^2}$  的值为

- A.  $-\frac{1}{2}$

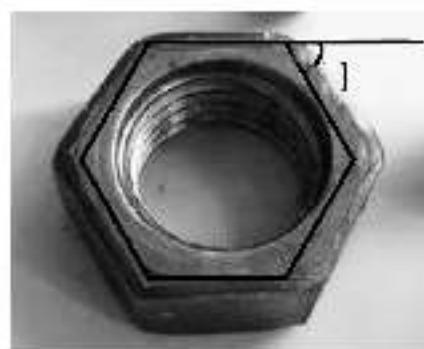
- B. -2

- C.  $\frac{1}{2}$

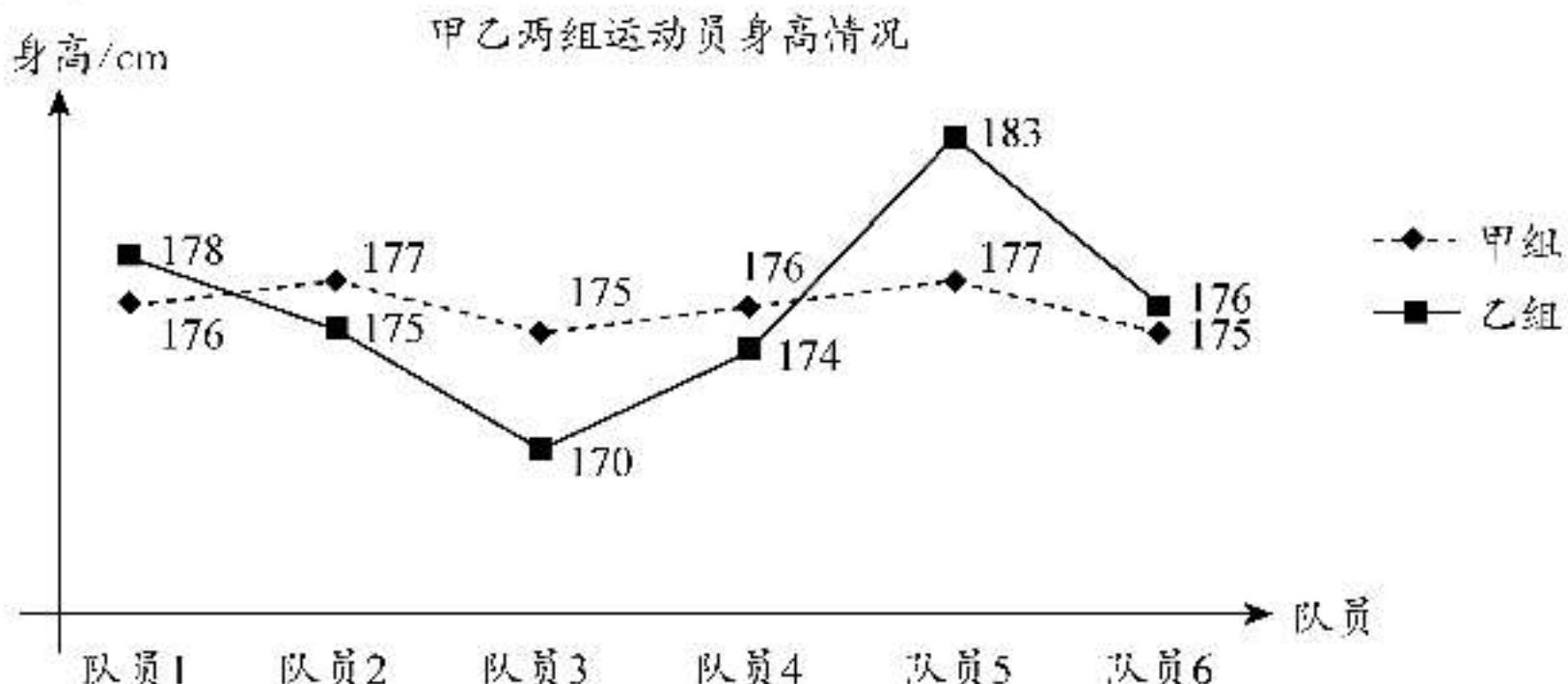
- D. 2

6. 如图,螺丝母的截面是正六边形,则 $\angle 1$ 的度数为

- A.  $30^\circ$
- B.  $45^\circ$
- C.  $60^\circ$
- D.  $75^\circ$



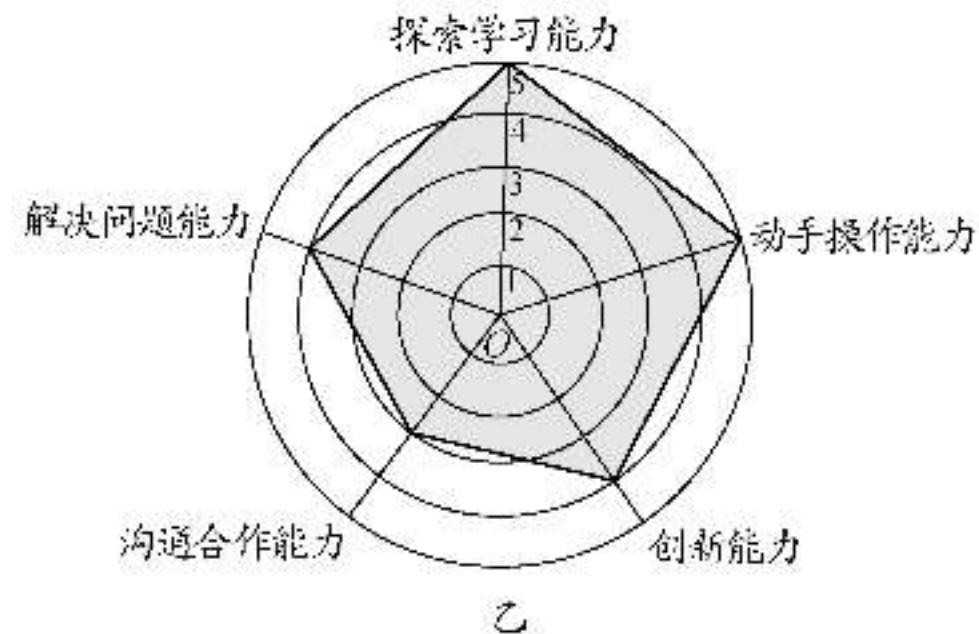
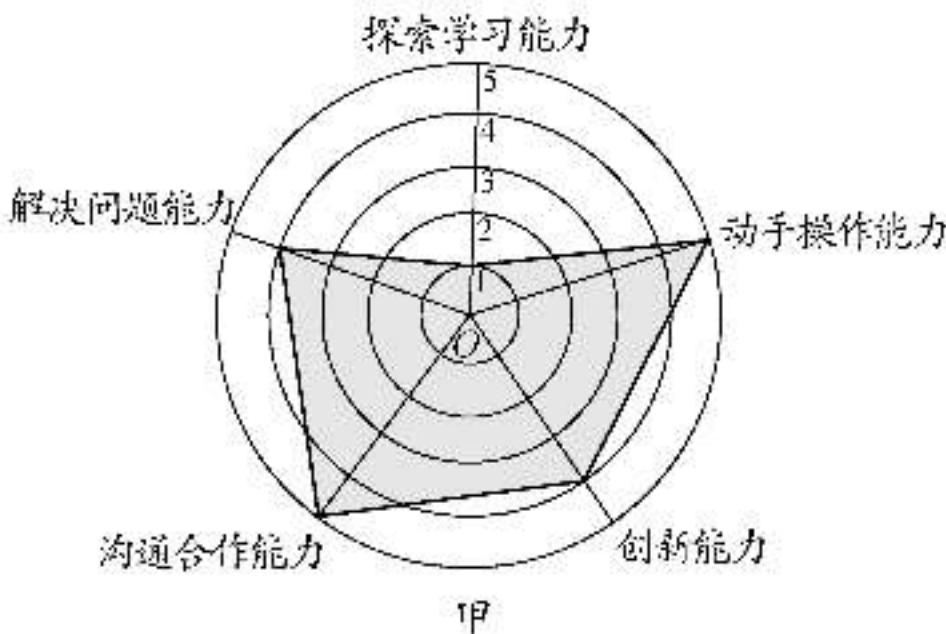
7. 某校开设了冰球选修课,12名同学被分成甲、乙两组进行训练,他们的身高(单位:cm)如下图所示:



设两队队员身高的平均数依次为 $\bar{x}_\text{甲}, \bar{x}_\text{乙}$ ,方差依次为 $s_\text{甲}^2, s_\text{乙}^2$ ,下列关系中完全正确的是

- A.  $\bar{x}_\text{甲} = \bar{x}_\text{乙}, s_\text{甲}^2 < s_\text{乙}^2$
- B.  $\bar{x}_\text{甲} = \bar{x}_\text{乙}, s_\text{甲}^2 > s_\text{乙}^2$
- C.  $\bar{x}_\text{甲} < \bar{x}_\text{乙}, s_\text{甲}^2 < s_\text{乙}^2$
- D.  $\bar{x}_\text{甲} > \bar{x}_\text{乙}, s_\text{甲}^2 > s_\text{乙}^2$

8. 如图,是某企业甲、乙两位员工的能力测试结果的网状图,以 $O$ 为圆心的五个同心圆分别代表能力水平的五个等级由低到高分别赋分1至5分,由原点出发的五条线段分别指向能力水平的五个维度,网状图能够更加直观的描述测试者的优势和不足,观察图形,有以下几个推断:



- ①甲和乙的动手操作能力都很强;
- ②缺少探索学习的能力是甲自身的不足;
- ③与甲相比乙需要加强与他人的沟通合作能力;
- ④乙的综合评分比甲要高.

其中合理的是

- A. ①③
- B. ②④
- C. ①②③
- D. ①②③④



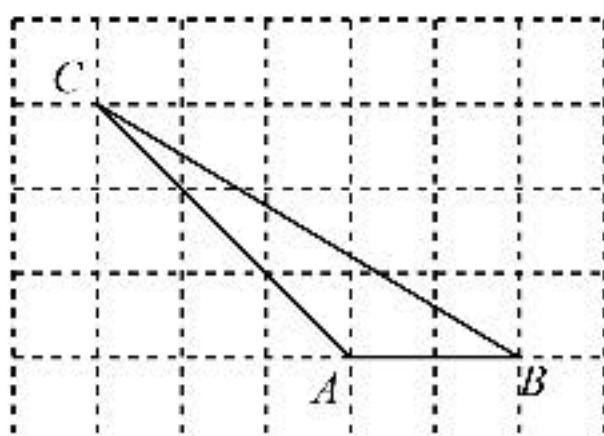


## 二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

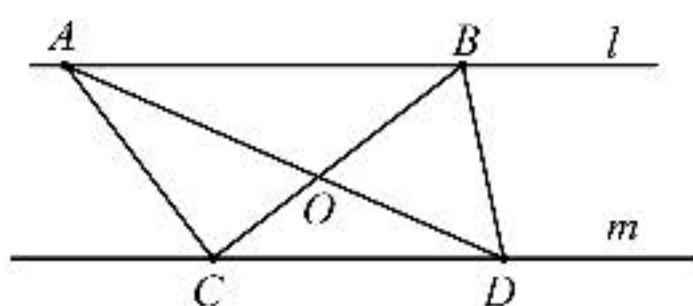
北京中考

9. 因式分解:  $x^2y - 9y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 如图所示,边长为 1 正方形网格中,点 A、B、C 落在格点上,则  $\angle ACB + \angle ABC$  的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



第 10 题图



第 12 题图

11. 如果二次根式  $\sqrt{x-1}$  有意义,那么  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 如图,直线  $l \parallel m$ ,点 A、B 是直线  $l$  上两点,点 C、D 是直线  $m$  上两点,连接  $AC$ 、 $AD$ 、 $BC$ 、 $BD$ .  $AD$ 、 $BC$  交于点  $O$ ,设  $\triangle AOC$  的面积为  $S_1$ , $\triangle BOD$  的面积为  $S_2$ ,则  $S_1 \underline{\hspace{2cm}} S_2$ .  
(填“ $>$ ”,“ $<$ ”或“ $=$ ”)

13. 一次函数的图象经过点  $(0, 2)$ ,且函数  $y$  随自变量  $x$  的增大而增大.写出一个符合条件的一次函数表达式  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 用一个  $a$  的值说明命题“ $-a$  一定表示一个负数”是错误的,  $a$  的值可以是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 图 1 中的小矩形长为  $x$ ,宽为  $y$ ,将四个同样的小矩形

- 拼成如图 2 的正方形,则可列出关于  $x$ , $y$  的方程组  
为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

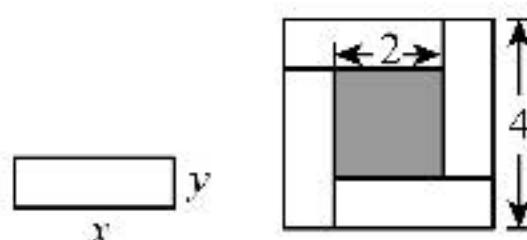


图1

图2

16. 某商场在端午节前以 1 元/个的价格购进 1000 个粽子, 现有以下三种销售方式: 不加工直接卖, 对产品进行粗加工后再卖, 对产品进行精加工后再卖. 受加工能力和气温影响, 粗加工一天只能加工 200 个, 细加工一天只能加工 100 个, 两种加工不能同时进行, 且最多加工三天.

加工方式	加工成本	销售单位	售价
直接卖	0	个	2 元/个
粗加工	1 元/个	包装袋(一袋 5 个)	30 元/袋
精加工	2.5 元/个	礼盒(一盒 10 个)	85 元/盒

假设所有粽子均能全部售出, 则以下销售方式中利润最大的是\_\_\_\_\_.

方案一: 不加工直接销售;

方案二: 三天全部进行精加工, 剩下的直接卖;

方案三: 两天精加工, 一天粗加工, 剩下的直接卖;

方案四: 两天粗加工, 一天精加工, 剩下的直接卖.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17~21 题, 每小题 5 分, 第 22~27 题, 每小题 6 分, 第 28 题 7 分)

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $2\cos 30^\circ - (3 - \pi)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{12}$ .

18. 解不等式组:  $\begin{cases} 2(x-3) < x-4, \\ \frac{x-1}{2} < x. \end{cases}$



19. 下面是小元设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

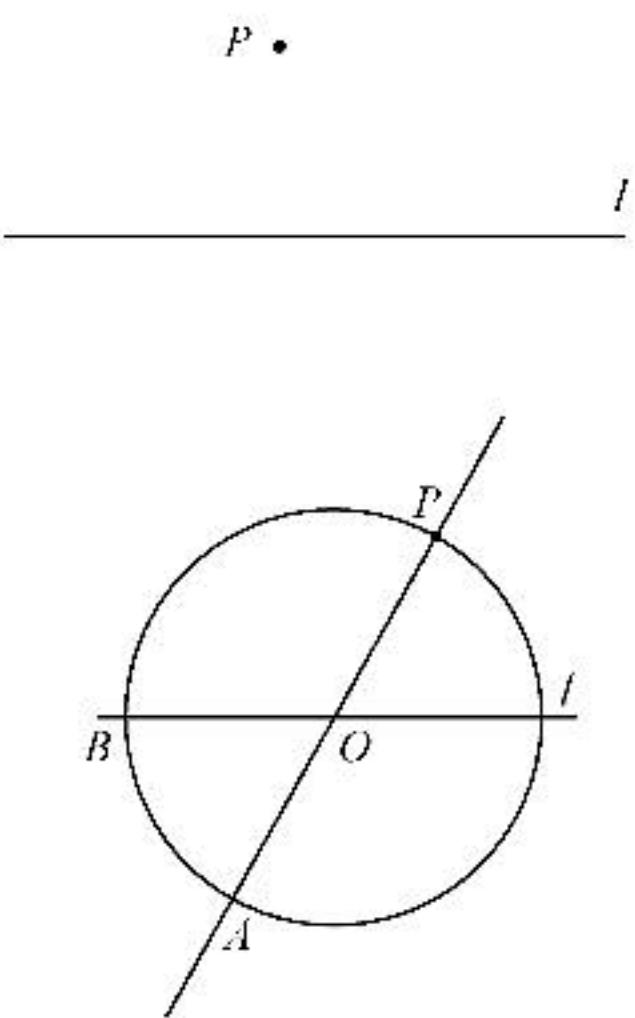
已知:如图,直线  $l$  和直线外一点  $P$ .

求作:过点  $P$  作直线  $l$  的平行线.

作法:如图,

- ① 在直线  $l$  上任取点  $O$ ;
- ② 作直线  $PO$ ;
- ③ 以点  $O$  为圆心  $OP$  长为半径画圆,交直线  $PO$  于点  $A$ ,交直线  $l$  于点  $B$ ;
- ④ 连接  $AB$ ,以点  $B$  为圆心,  $BA$  长为半径画弧,交  $\odot O$  于点  $C$ (点  $A$  与  $C$  不重合);
- ⑤ 作直线  $CP$ .

则直线  $CP$  即为所求.



根据小元设计的尺规作图过程,完成以下任务.

- (1) 补全图形;
- (2) 完成下面的证明:

证明:连接  $BP$ ,  $BC$

$$\because AB = BC$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\text{又 } \because OB = OP,$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \angle CPB = \angle OBP,$$

$\therefore CP \parallel l$ (                ) (填推理的依据).

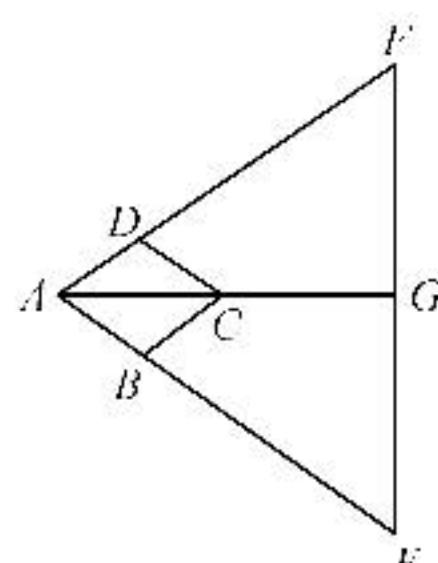


20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (k-1)x + k-2 = 0$ .

- (1) 求证:方程总有两个实数根;
- (2) 任意写出一个  $k$  值代入方程,并求出此时方程的解.

21. 如图,在菱形  $ABCD$  中,延长  $AB$  到  $E$ ,延长  $AD$  到  $F$ ,使  $BE = DF$ ,连接  $EF$ ,连接  $AC$  并延长交  $EF$  于点  $G$ .

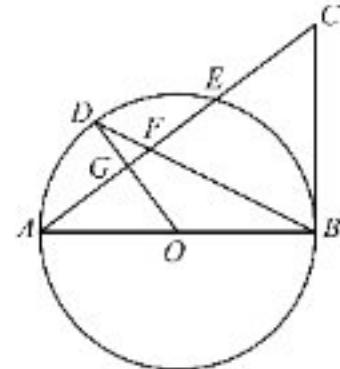
- (1) 求证:  $AG \perp EF$ ;
- (2) 连接  $BD$  交  $AC$  于  $O$ ,过  $B$  作  $BM \perp EF$  于点  $M$ ,若  $BD = 2$ ,  $C$  为  $AG$  中点,求  $EM$  的长.



22. 如图,以  $AB$  为直径的  $\odot O$ ,交  $AC$  于点  $E$ ,过点  $O$  作半径  $OD \perp AC$  于点  $G$ ,连接  $BD$  交  $AC$  于点  $F$ ,且  $FC = BC$ .

(1) 求证:  $BC$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\odot O$  的半径为 5,  $\tan A = \frac{3}{4}$ ,求  $GF$  的长.



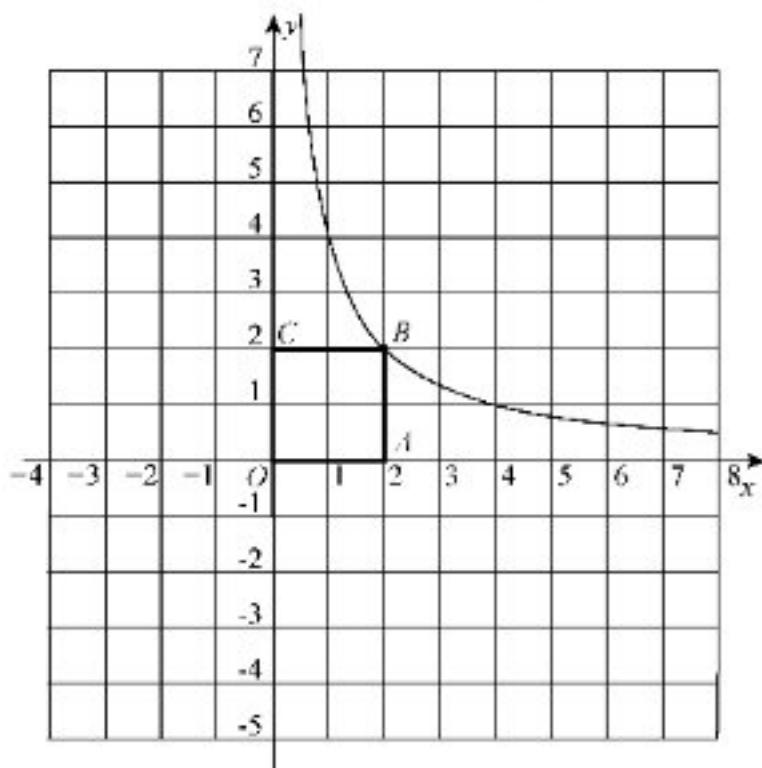
23. 如图,在平面直角坐标系  $xOy$  中,正方形  $OABC$  的边长为 2,函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象经过点  $B$ ,与直线  $y = x + b$  交于点  $D$ .

(1) 求  $k$  的值;

(2) 直线  $y = x + b$  与  $BC$  边所在直线交于点  $M$ ,与  $x$  轴交于点  $N$ .

①当点  $D$  为  $MN$  中点时,求  $b$  的值;

②当  $DM > MN$  时,结合函数图象,直接写出  $b$  的取值范围.

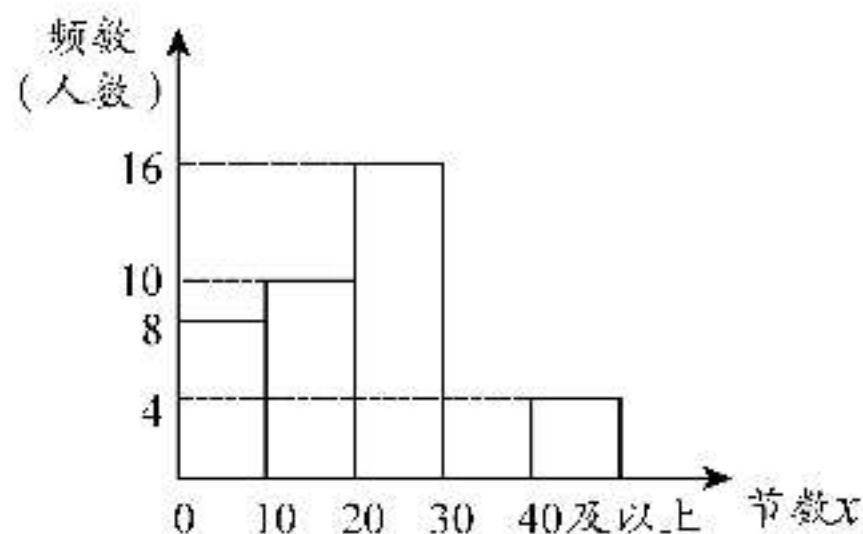


24. 疫情期间某校学生积极观看网络直播课程,为了了解全校 500 名学生观看网络直播课程的情况,随机抽取 50 名学生,对他们观看网络直播课程的节数进行收集,并对数据进行了整理、描述和分析,下面给出了部分信息.

观看直播课节数的频数分布表

节数 $x$	频数	频率
$0 \leq x < 10$	8	0.16
$10 \leq x < 20$	10	0.20
$20 \leq x < 30$	16	$b$
$30 \leq x < 40$	$a$	0.24
$x \geq 40$	4	0.08
总数	50	1

观看直播课节数的频数分布直方图



其中,节数在  $20 \leq x < 30$  这一组的数据是:

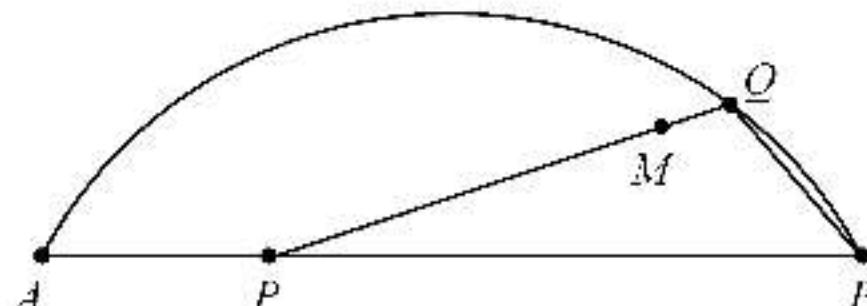
20 20 21 22 23 23 23 23 25 26 26 26 27 28 28 29

请根据所给信息,解答下列问题:

- (1)  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 请补全频数分布直方图;
- (3) 随机抽取的 50 名学生观看直播课节数的中位数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (4) 请估计该校学生中观看网络直播课节数不低于 30 次的约有  $\underline{\hspace{2cm}}$  人.

25. 如图,  $M$  是弦  $AB$  与弧  $AB$  所围成的图形的内部的一个定点,  $P$  是弦  $AB$  上一动点, 连接  $PM$  并延长交弧  $AB$  于点  $Q$ , 连接  $QB$ .

已知  $AB = 6\text{cm}$ , 设  $A, P$  两点间的距离为  $x\text{cm}$ ,  $P, Q$  两点间距离为  $y_1\text{cm}$ ,  $BQ$  两点间距离为  $y_2\text{cm}$ .



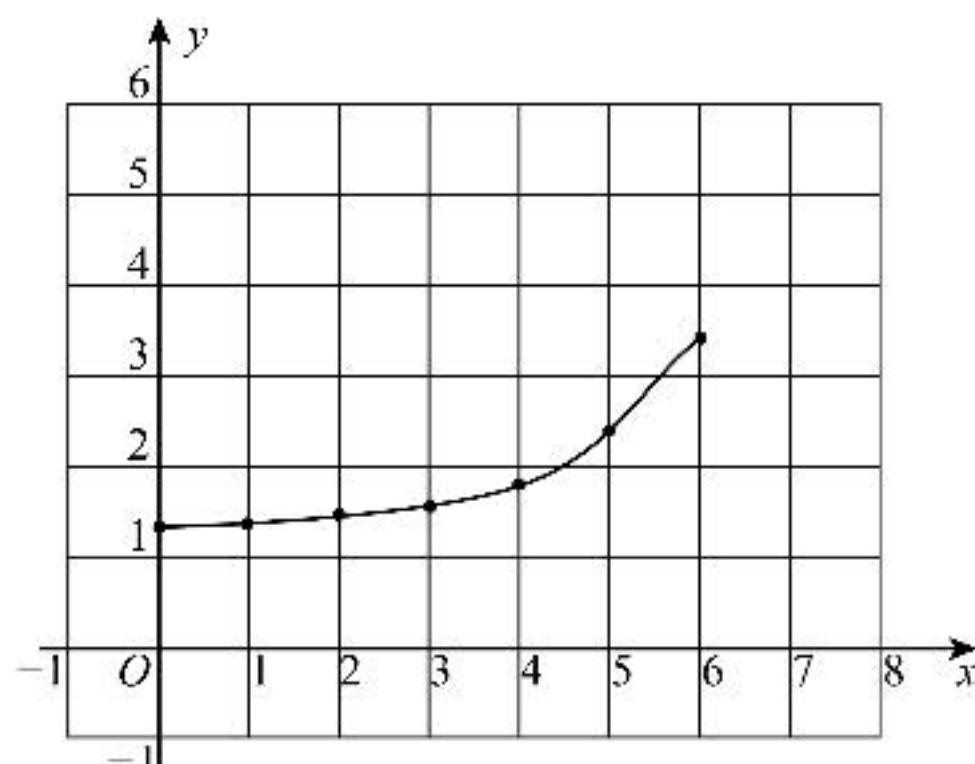
小明根据学习函数的经验, 分别对函数  $y_1, y_2$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了研究. 下面是小明的探究过程, 请补充完整.

- (1) 按照如表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量, 分别得到了  $y_1, y_2$  与  $x$  的几组对应值, 补全下表:



$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	5.24	4.24	3.24		1.54	1.79	3.47
$y_2/\text{cm}$	1.31	1.34	1.42	1.54	1.80	2.45	3.47

- (2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 描出表中各组数值对应的点  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  并画出函数  $y_1, y_2$  的图象;

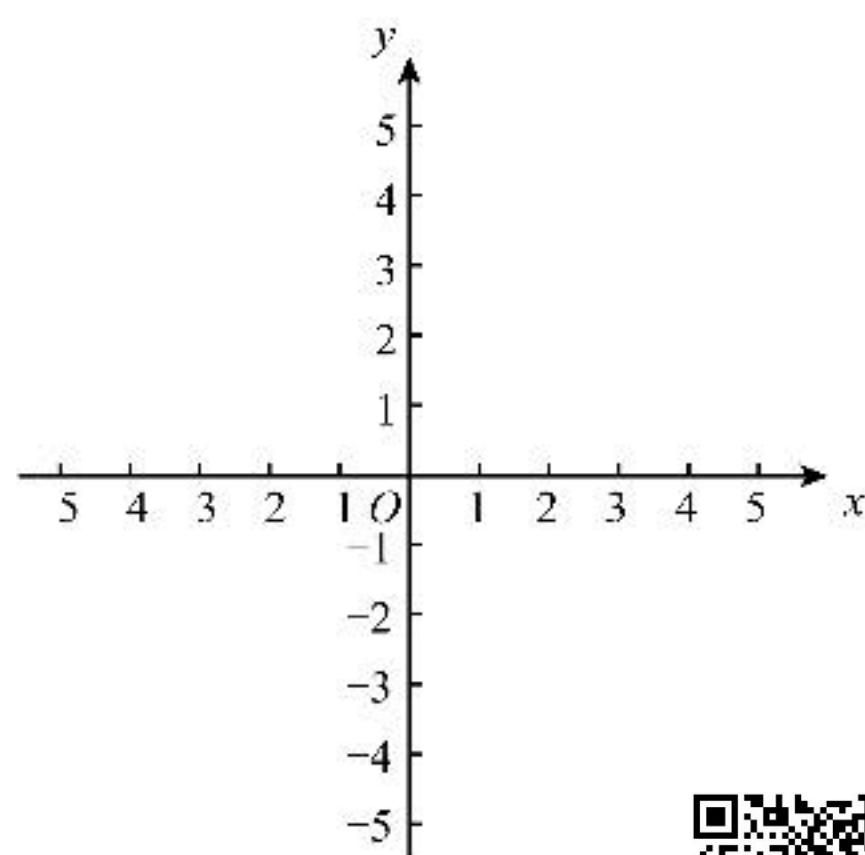


- (3) 结合函数图象, 解决问题: 当  $\triangle PQB$  为等腰三角形时,  $AP$  的长度约 \_\_\_\_\_ cm.  
(精确到 0.1)

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = mx^2 - 2mx - 1$  ( $m > 0$ ) 与  $x$  轴的交点为  $A, B$ , 与  $y$  轴交于  $C$ .

- (1) 求抛物线的对称轴和点  $C$  坐标;  
(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 抛物线在点  $A, B$  之间的部分与线段  $AB$  所围成的区域为图形  $W$  (不含边界).

- ①当  $m = 1$  时, 求图形  $W$  内的整点  
个数;  
②若图形  $W$  内有 2 个整数点, 求  $m$  的  
取值范围.



27. 如图,在 $\triangle ABM$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$ ,延长 $BM$ 使 $BC = BA$ ,线段 $CM$ 绕点 $C$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 得到线段 $CD$ ,连结 $DM,AD$ .

- (1)依据题意补全图形;  
(2)当 $\angle BAM = 15^\circ$ 时, $\angle AMD$ 的度数是\_\_\_\_\_;  
(3)小聪通过画图、测量发现,当 $\angle AMB$ 是一定度数时, $AM = MD$ .

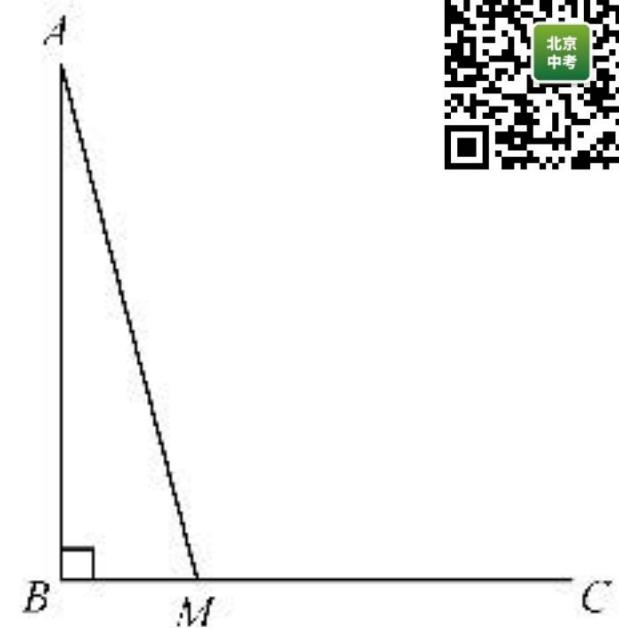
小聪把这个猜想和同学们进行交流,通过讨论,形成了证明该猜想的几种想法:

想法1:通过观察图形可以发现,如果把梯形 $ABCD$ 补全成为正方形 $ABCE$ ,就易证 $\triangle ABM \cong \triangle AED$ ,因此易得当 $\angle AMD$ 是特殊值时,问题得证;

想法2:要证 $AM = MD$ ,通过第(2)问,可知只需要证明 $\triangle AMD$ 是等边三角形,通过构造平行四边形 $CDAF$ ,易证 $AD = CF$ ,通过 $\triangle ABM \cong \triangle CBF$ ,易证 $AM = CF$ ,从而解决问题;

想法3:通过 $BC = BA$ , $\angle ABC = 90^\circ$ ,连结 $AC$ ,易证 $\triangle ACM \cong \triangle ACD$ ,易得 $\triangle AMD$ 是等腰三角形,因此当 $\angle AMD$ 是特殊值时,问题得证.

请你参考上面的想法,帮助小聪证明当 $\angle AMB$ 是一定度数时, $AM = MD$ .(一种方法即可)



28. 如图1,点P是平面内任意一点,点A,B是 $\odot C$ 上不重合的两个点,连结PA,PB.当 $\angle APB=60^\circ$ 时,我们称点P为 $\odot C$ 的“关于AB的关联点”.

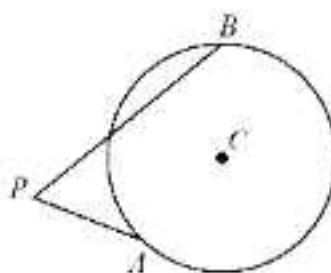


图1

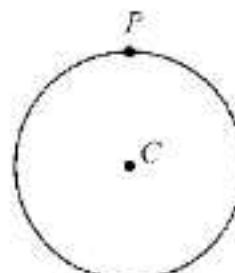


图2

- (1)如图2,当点P在 $\odot C$ 上时,点P是 $\odot C$ 的“关于AB的关联点”时,画出一个满足条件的 $\angle APB$ ,并直接写出 $\angle ACB$ 的度数;
- (2)在平面直角坐标系中有点M(1,  $\sqrt{3}$ ),点M关于y轴的对称点为点N.
- ①以点O为圆心,OM为半径画 $\odot O$ ,在y轴上存在一点P,使点P为 $\odot O$ “关于MN的关联点”,直接写出点P的坐标;
- ②点D(m,0)是x轴上一动点,当 $\odot D$ 的半径为1时,线段MN上至少存在一点是 $\odot D$ 的“关于某两个点的关联点”,求m的取值范围.

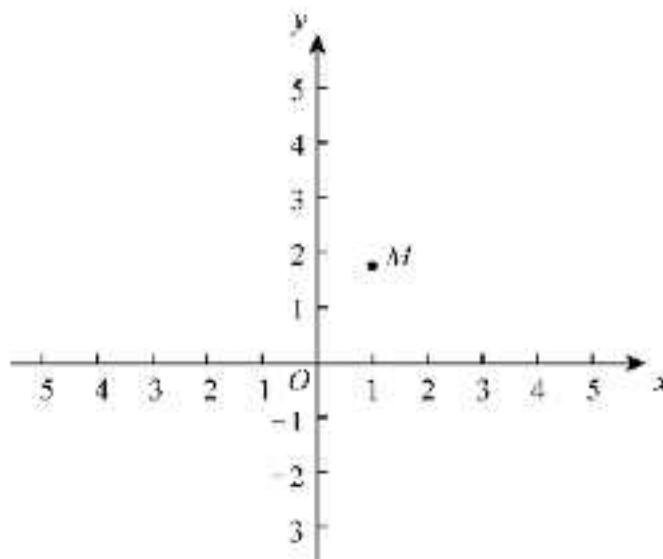


图3

