

2022 北京门头沟初二（下）期末

数 学

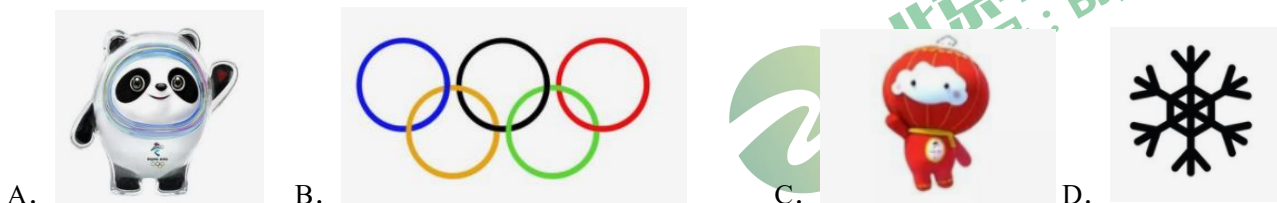


一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 在函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是()

- A. $x \leq 1$ B. $x \geq 1$ C. $x < 1$ D. $x > 1$

2. 下列关于奥运会的剪纸图形中是中心对称图形的是()



3. 下列函数中， y 是 x 的正比例函数的是()

- A. $y = x^2$ B. $y = x$ C. $y = x + 1$ D. $y = \frac{1}{x}$

4. 五边形的内角和是()

- A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°

5. 下表记录了甲、乙、丙、丁四名滑雪选手 10 次测试成绩的平均数与方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数（分）	9.2	9.7	9.7	9.2
方差	2.5	2.1	5.6	5.1

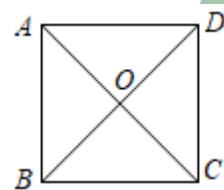
要选择一名成绩较高且状态稳定的选手参加滑雪比赛，那么应该选择的选手是()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

6. 电影《长津湖》讲述了一段波澜壮阔的历史，自上映以来，全国票房连创佳绩。据不完全统计，某市第一天票房收入约 2 亿元，第三天票房收入约达到 4 亿元，设票房收入每天平均增长率为 x ，下面所列方程正确的是()

- A. $2(1+x)^2 = 4$ B. $2(1+2x) = 4$
 C. $2(1-x)^2 = 4$ D. $2 + 2(1+x) + 2(1+x)^2 = 4$

7. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，只需添加一个条件，即可证明菱形 $ABCD$ 是正方形，这个条件可以是()



- A. $\angle ABC = 90^\circ$ B. $AB = BC$ C. $AC \perp BD$ D. $AB = CD$

8. 如图 1，甲、乙两个容器内都装有一定数量的水，现将甲容器中的水匀速注入乙容器中。图 2 中的线段 l_1 ， l_2 分别表示甲、乙容器中的水的深度 h （厘米）与注入时间 t （分钟）之间的函数图象。



下列四个结论中错误的是()

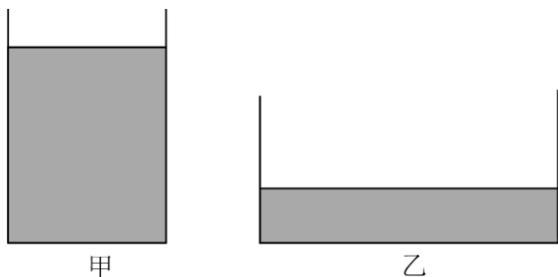


图1

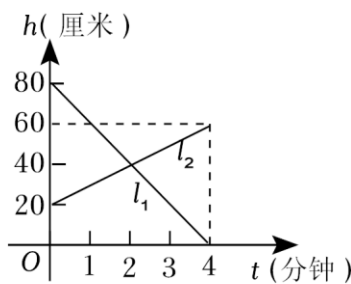
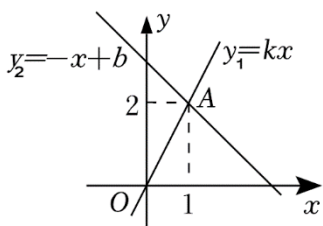


图2

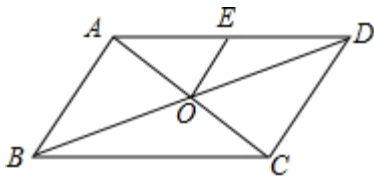
- A. 甲容器内的水 4 分钟全部注入乙容器
- B. 注水前，乙容器内水的深度是 20 厘米
- C. 注水 1 分钟时，甲容器的水比乙容器的水深 10 厘米
- D. 注水 2 分钟时，甲、乙两个容器中的水的深度相等

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

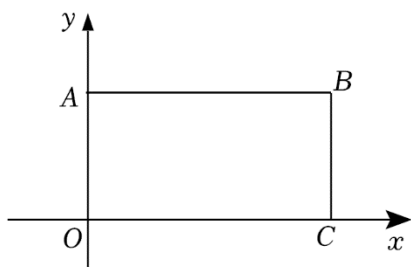
- 9. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(1,2)$ 在第 ___ 象限.
- 10. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 的一个根为 1，那么 a 的值为 ___.
- 11. 请写出一个与 y 轴交于点 $(0,1)$ 的一次函数的表达式 ___.
- 12. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y_1 = kx$ 与 $y_2 = -x + b$ 的图象交于点 $A(1,2)$ ，那么关于 x 的不等式 $kx > -x + b$ 的解集是 ___.



- 13. 若菱形的两条对角线的长分别为 6 和 8，那么这个菱形的面积为 ___.
- 14. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = (k-2)x + 1$ 的图象经过点 $A(1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ ，如果 $y_1 < y_2$ ，那么 k 的取值范围是 ___.
- 15. 在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 E 为 AD 的中点，如果 $\square ABCD$ 周长为 20， $OE = 2$ ，那么 $BC =$ ___.



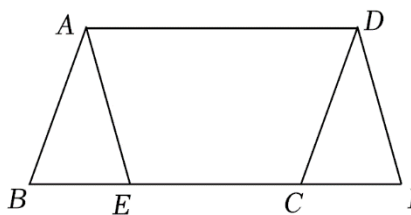
- 16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，四边形 $ABCO$ 是矩形，且 $B(8,4)$ ，动点 E 从点 A 出发，以每秒 1 个单位的速度沿线段 AB 向点 B 运动，同时动点 F 从点 B 出发，以同样每秒 1 个单位的速度沿折线 $BC \rightarrow CO$ 向点 O 运动，当 E ， F 有一点到达终点时，点 E ， F 同时停止运动. 设点 E ， F 运动时间为 t 秒，在运动过程中，如果 $AE = 3CF$ ，那么 $t =$ ___ 秒.



三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 5 分，第 27~28 题每小题 5 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (5 分) 用适当的方法解方程： $x^2 - 2x = 0$.

18. (5 分) 已知：如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在 BC 上，点 F 在 BC 的延长线上，且 $CF = BE$ ，连接 AE ， DF . 求证： $AE = DF$.



19. (5 分) 阅读材料，并回答问题：

王林在学习一元二次方程时，解方程 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 的过程如下：

解： $x^2 + 4x - 2 = 0$

$x^2 + 4x = 2$ ①

$x^2 + 4x + 4 = 2$ ②

$(x+2)^2 = 2$ ③

$x+2 = \pm\sqrt{2}$ ④

$x+2 = \sqrt{2}$ ， $x+2 = -\sqrt{2}$ ⑤

$x_1 = \sqrt{2} - 2$ ， $x_2 = -\sqrt{2} - 2$ ⑥

问题：(1) 王林解方程的方法是 _____；

- A. 直接开平方法
- B. 配方法
- C. 公式法
- D. 因式分解法

(2) 上述解答过程中，从 _____ 步开始出现了错误（填序号），发生错误的原因是 _____；

(3) 在下面的空白处，写出正确的解答过程。

20. (5 分) 下表是一次函数 $y = kx + b$ (k ， b 为常数， $k \neq 0$) 中 x 与 y 的两组对应值。

x	1	0
y	3	2

- (1) 求该一次函数的表达式；
- (2) 求该一次函数的图象与 x 轴的交点坐标。



21. (5分) 下面是小李设计的“利用直角和线段作矩形”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 线段 a , b , 及 $\angle MAN = 90^\circ$.

求作: 矩形 $ABCD$, 使 $AB = a$, $AD = b$.

作法: 如图 2,

- ①在射线 AM , AN 上分别截取 $AB = a$, $AD = b$;
- ②以 B 为圆心, b 长为半径作弧, 再以 D 为圆心, a 长为半径作弧, 两弧在 $\angle MAN$ 内部交于点 C ;
- ③连接 BC , DC .

\therefore 四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形.

根据小李设计的尺规作图过程, 解答下列问题:

- (1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图 2 (保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明.

证明: $\because AB = DC = a$, $AD = \underline{\quad} = b$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形(_____) (填推理的依据).

$\because \angle MAN = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形(_____) (填推理的依据).

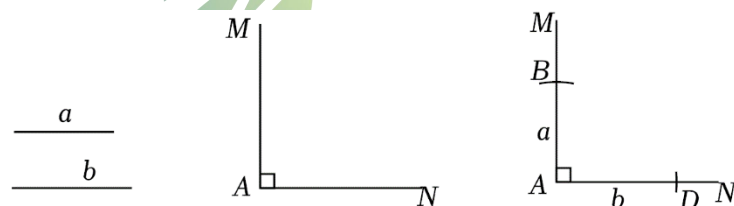


图1

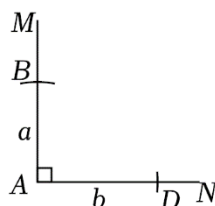


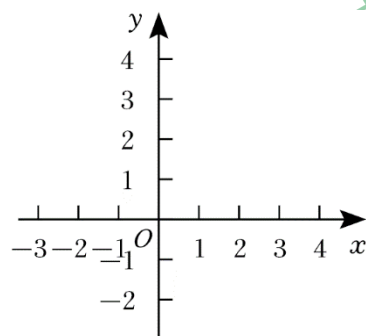
图2

22. (5分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3m = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 当 m 取正整数时, 求此时方程的根.

23. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = 2x$ 的图象平移得到, 且经过点 $A(1, 4)$.

- (1) 求 k , b 的值;
- (2) 点 $B(2, 1)$, 如果正比例函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的图象与线段 AB 有公共点, 直接写出 m 的取值范围.

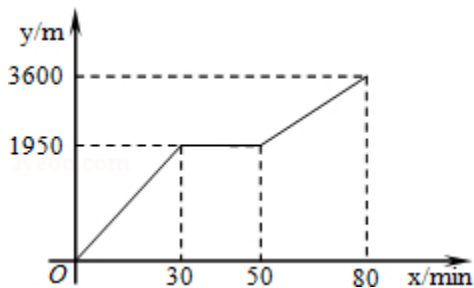


24. (6分) 甲和乙上山游玩, 甲乘坐缆车, 乙步行, 两人相约在山顶的缆车终点会合. 已知乙行走到缆车终点的路程是缆车到山顶的线路长的 2 倍, 甲在乙出发后 50min 才登上缆车, 缆车的平均速度为 $180 \text{m} / \text{min}$. 设乙出发 $x \text{min}$



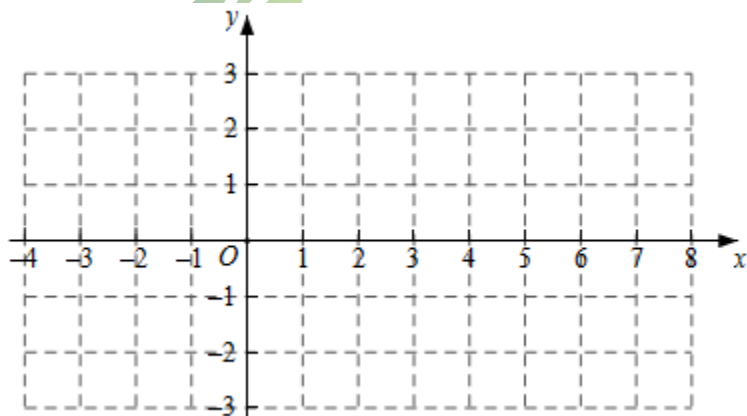
后行走的路程为 ym 。图中的折线表示乙在整个行走过程中 y 与 x 的函数关系。

- (1) 乙行走的总路程是 _____ m ，他途中休息了 _____ min 。
- (2) ①当 $50 \leq x \leq 80$ 时，求 y 与 x 的函数关系式；
- ②当甲到达缆车终点时，乙离缆车终点的路程是多少？



25. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l_1: y = kx + b$ 经过 $A(4,1)$ 和 $B(7,2)$ 两点。

- (1) 求直线 l_1 的表达式；
- (2) 如果横、纵坐标都是整数的点叫做整点，直线 l_2 和直线 l_1 关于 x 轴对称，过点 $C(m,0)$ 作垂直于 x 轴的直线 l_3 ， l_3 与 l_1 和 l_2 围的区域为“W”（不包含边界）。
 - ①当 $m = 3$ 时，求区域“W”内整点的个数；
 - ②如果区域“W”内恰好有 6 个整点，直接写出 m 的取值范围。



26. (6分) 已知，在正方形 $ABCD$ 中，连接对角线 BD ，点 E 为射线 CB 上一点，连接 AE 。 F 是 AE 的中点，过点 F 作 $FM \perp AE$ 于 F ， FM 交直线 BD 于 M ，连接 ME 、 MC 。

- (1) 如图 1，当点 E 在 CB 边上时。
 - ①依题意补全图 1；
 - ②猜想 $\angle MEC$ 与 $\angle MCE$ 之间的数量关系，并证明。
- (2) 如图 2，当点 E 在 CB 边的延长线上时，补全图 2，并直接写出 $\angle MEC$ 与 $\angle MCE$ 之间的数量关系。

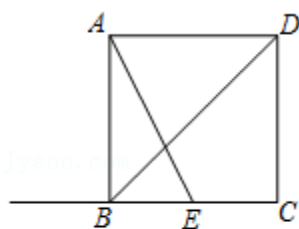


图 1

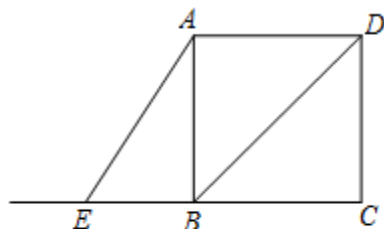


图 2

27. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中，对于 $P(a,b)$ 和 $Q(a,b')$ 给出如下定义：



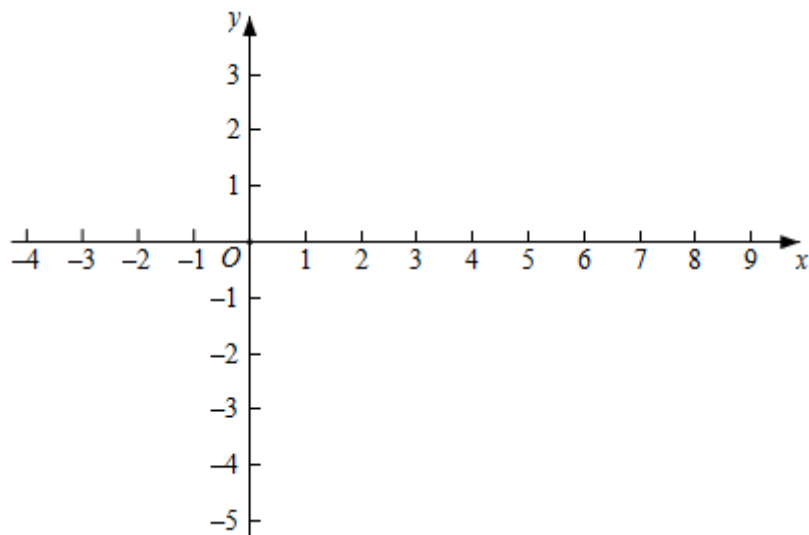
如果 $b' = \begin{cases} b, a \geq 1 \\ -b, a < 1 \end{cases}$ ，那么点 Q 就是点 P 的关联点。

例如，点 $(2,4)$ 的关联点是 $(2,4)$ ，点 $(-1,4)$ 的关联点是 $(-1,-4)$ 。

(1) 点 $(\sqrt{2},1)$ 的关联点是 _____，点 $(-5,1)$ 的关联点是 _____。

(2) 如果点 $A(-1,-2)$ 和点 $B(-1,2)$ 中有一个点是直线 $y=2x$ 上某一个点的关联点，那么这个点是 _____。

(3) 如果点 P 在直线 $y=-x+3(-2 \leq x \leq k, k > -2)$ 上，其关联点 Q 的纵坐标 b' 的取值范围是 $-5 \leq b' \leq 2$ ，求 k 的取值范围。



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

参考答案



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $x-1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$.

故选：B.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

2. 【分析】根据中心对称图形的概念判断. 把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

【解答】解：选项 A、B、C 都不能找到这样的点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形.

选项 D 能找到这样的点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以是中心对称图形.

故选：D.

【点评】本题考查的是中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身重合.

3. 【分析】根据正比例函数的定义：形如 $y=kx$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的函数，即可解答.

【解答】解：A、 $y=x^2$ 是二次函数，故 A 不符合题意；

B、 $y=x$ 是正比例函数，故 B 符合题意；

C、 $y=x+1$ 是一次函数，但不是正比例函数，故 C 不符合题意；

D、 $y=\frac{1}{x}$ 是反比例函数，故 D 不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查了正比例函数的定义，熟练掌握正比例函数的定义是解题的关键.

4. 【分析】根据 n 边形的内角和为： $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ ，且 n 为整数)，求出五边形的内角和是多少度即可.

【解答】解：五边形的内角和是：

$$(5-2) \times 180^\circ$$

$$= 3 \times 180^\circ$$

$$= 540^\circ$$

故选：C.

【点评】此题主要考查了多边形的内角和定理，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确 n 边形的内角和为：

$$(n-2) \cdot 180^\circ (n \geq 3, \text{ 且 } n \text{ 为整数}).$$

5. 【分析】根据平均数的概念、方差的性质判断即可.

【解答】解：成绩好的选手是乙、丙，

\therefore 成绩好且发挥稳定的选手是乙，



∴应该选择的选手是乙，

故选：B.

【点评】本题考查的是平均数、方差，方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好.

6. 【分析】第一天为2亿元，根据增长率为 x 得出第二天为 $2(1+x)$ 亿元，第三天为 $2(1+x)^2$ 亿元，根据“第三天票房收入约达到4亿元”，即可得出关于 x 的一元二次方程.

【解答】解：设平均每天票房的增长率为 x ，

根据题意得： $2(1+x)^2=4$.

故选：A.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

7. 【分析】根据有一个角是直角的菱形是正方形，即可解答.

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle ABC=90^\circ$ ，

∴四边形 $ABCD$ 是正方形，

故选：A.

【点评】本题考查了正方形的判定，菱形的性质，熟练掌握正方形的判定是解题的关键.

8. 【分析】根据题意和函数图象，可以判断各个选项中的说法是否正确，从而可以解答本题.

【解答】解：由图可得，

甲容器内的水4分钟全部注入乙容器，故选项A正确，

注水前乙容器内水的高度是20厘米，故选项B正确，

注水1分钟时，甲容器内水的深度是 $80-80\times\frac{1}{4}=60$ 厘米，乙容器内水的深度是： $20+(60-20)\times\frac{1}{4}=30$ 厘米，此时

甲容器的水比乙容器的水深 $60-30=30$ 厘米，故选项C错误，

注水2分钟时，甲容器内水的深度是 $80\times\frac{2}{4}=40$ 厘米，乙容器内水的深度是： $20+(60-20)\times\frac{2}{4}=40$ 厘米，故此时

甲、乙两个容器中的水的深度相等，故选项D正确，

故选：C.

【点评】本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 【分析】根据平面直角坐标系每一象限点的坐标特征，即可解答.

【解答】解：在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(1,2)$ 在第一象限，

故答案为：一.

【点评】本题考查了点的坐标，熟练掌握平面直角坐标系每一象限点的坐标特征是解题的关键.

10. 【分析】把 $x=1$ 代入已知方程可以列出关于 a 的新方程，通过解新方程即可求得 a 的值.

【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+a=0$ 的一个根为1，

∴ $1+2+a=0$ ，

解得， $a=-3$.

故答案是：-3.



【点评】本题考查的是一元二次方程的根即方程的解的定义。一元二次方程的根就是一元二次方程的解，就是能够使方程左右两边相等的未知数的值。即用这个数代替未知数所得式子仍然成立。

11. 【分析】根据题意，可以写出一个符合题意的函数解析式，本题的答案不唯一，只要符合题意即可。

【解答】解： $y = x + 1$ 过点 $(0, 1)$ ，

故答案为： $y = x + 1$ 。

【点评】本题考查一次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答。

12. 【分析】不等式 $kx > -x + b$ 的解集，在图象上即为一次函数的图象 $y_1 = kx$ 在一次函数 $y_2 = -x + b$ 图象的上方时的自变量的取值范围。

【解答】解：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y_1 = kx$ 与 $y_2 = -x + b$ 的图象交于点 $A(1, 2)$ ，那么关于 x 的不等式 $kx > -x + b$ 的解集是 $x > 1$ 。

故答案是： $x > 1$ 。

【点评】此题考查了一次函数与一元一次不等式，关键是注意掌握数形结合思想的应用。

13. 【分析】根据菱形的面积等于对角线积的一半求出答案即可。

【解答】解： \because 菱形的两条对角线的长分别为 6 和 8，

这个菱形的面积为 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ，

故答案为： 24。

【点评】本题考查了菱形的性质，注意：菱形的面积 = 对角线积的一半。

14. 【分析】先求得一次函数的增减性，即可得出 $k - 2 > 0$ ，解得 $k > 2$ 。

【解答】解： \because 一次函数 $y = (k - 2)x + 1$ 的图象经过点 $A(1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ ，且 $y_1 < y_2$ ，

\therefore 一次函数 $y = (k - 2)x + 1$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore k - 2 > 0$ ，

$\therefore k > 2$ ，

故答案为： $k > 2$ 。

【点评】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，熟知一次函数的性质是解题的关键。

15. 【分析】利用平行四边形的性质可知 OE 是 $\triangle ACD$ 的中位线，则 $CD = 2OE = 4$ ，从而求出 BC 的长。

【解答】解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA = OC$ ，

\because 点 E 为 AD 的中点，

$\therefore OE$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线，

$\therefore CD = 2OE = 4$ ，

$\because \square ABCD$ 周长为 20，

$\therefore BC + CD = 10$ ，

$\therefore BC = 6$ ，

故答案为： 6。

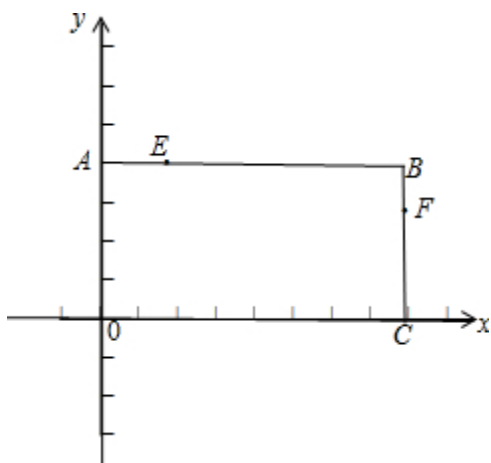
【点评】本题主要考查了平行四边形的性质，三角形中位线定理等知识，熟练掌握三角形中位线定理是解题的关



键.

16. 【分析】分 F 在 BC 边上或 OC 边上分别求解.

【解答】解：当 F 在 BC 边上，如图：



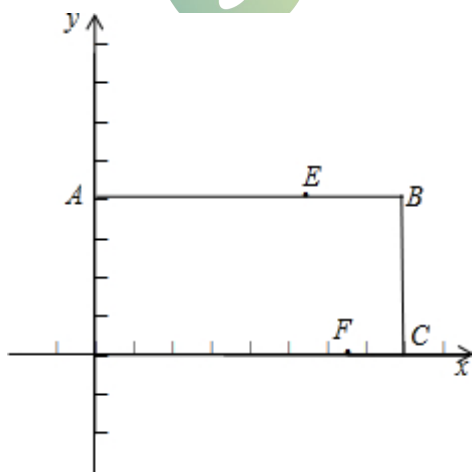
由题意得： $AE = t$ ， $BF = t$ ， $CF = 4 - t$ ，

$$\therefore AE = 3CF,$$

$$\therefore t = 3(4 - t),$$

$$\therefore t = 3.$$

当 F 在 OC 上时，如图：



$$AE = t, \quad CF = t - 4,$$

$$\therefore AE = 3CF,$$

$$\therefore t = 3(t - 4),$$

$$\therefore t = 6,$$

\therefore 当 E, F 有一点到达终点时，点 E, F 同时停止运动，

$$\therefore 0 \leq t \leq 8,$$

$\therefore t = 6$ 符合题意.

故答案为：3 或 6

【点评】本题考查矩形性质，充分利用矩形性质，分类讨论 F 位置是求解本题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题每小题 5 分，第 23~26 题每小题 5 分，第 27~28 题每小题 5 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.



17. 【分析】利用提公因式法把方程的左边变形，计算即可.

【解答】解： $x^2 - 2x = 0$ ，

则 $x(x-2) = 0$ ，

$\therefore x = 0$ 或 $x - 2 = 0$ ，

解得： $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$.

【点评】本题考查的是一元二次方程的解法，掌握因式分解法解一元二次方程的一般步骤是解题的关键.

18. 【分析】结合平行四边形的性质，利用 SAS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ ，由全等三角形的性质可证明结论.

【解答】证明：在 $\square ABCD$ 中， $AD = BC$ ， $AB = DC$ ， $AB \parallel DC$ ，

$\therefore \angle B = \angle DCF$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle B = \angle DCF \\ BE = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF(SAS)$ ，

$\therefore AE = DF$.

【点评】本题主要考查平行四边形的性质，全等三角形的判定与性质，证明 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ 是解题的关键.

19. 【分析】(1) 利用配方法解方程的方法进行判断；

(2) 第 2 步方程两边都加上 4，则可判断从②步开始出现了错误；

(3) 利用配方法解方程的基本步骤解方程.

【解答】解：(1) 王林解方程的方法为配方法；

故选： B ；

(2) 上述解答过程中，从②步开始出现了错误，发生错误的原因是方程右边没有加上 4；

故答案为： ②；

(3) 正确解答为：

解： $x^2 + 4x - 2 = 0$ ，

$x^2 + 4x = 2$ ，

$x^2 + 4x + 4 = 6$ ，

$(x+2)^2 = 6$ ，

$x+2 = \pm\sqrt{6}$ ，

$x+2 = \sqrt{6}$ ， 或 $x+2 = -\sqrt{6}$ ，

所以 $x_1 = \sqrt{6} - 2$ ， $x_2 = -\sqrt{6} - 2$.

【点评】本题考查了解一元二次方程—配方法：熟练掌握用配方法解一元二次方程的步骤是解决问题的关键.

20. 【分析】(1) 利用待定系数法求一次函数解析式，进行计算即可解答；

(2) 把 $y = 0$ 代入 $y = x + 2$ 中，进行计算即可解答.

【解答】解：把 (1,3)， (0,2) 代入 $y = kx + b$ 中：



$$\begin{cases} k+b=3 \\ b=2 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases},$

∴ 该一次函数的表达式为： $y = x + 2$ ；

(2) 把 $y=0$ 代入 $y = x + 2$ 中，

$$x + 2 = 0,$$

解得： $x = -2$ ，

∴ 该一次函数的图象与 x 轴的交点坐标 $(-2, 0)$ 。

【点评】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数的性质，一次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握待定系数法求一次函数解析式是解题的关键。

21. 【分析】 (1) 根据要求作出图形即可；

(2) 根据有一个角是直角的平行四边形是矩形证明即可。

【解答】 (1) 解： 如图， 矩形 $ABCD$ 即为所求；

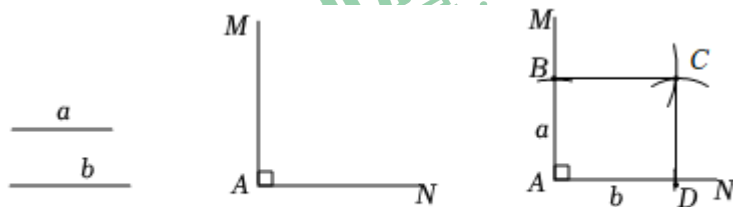


图1

图2

(2) 证明： $\because AB = DC = a, AD = BC = b,$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 (两组对边分别相等的四边形是平行四边形)，

$\because \angle MAN = 90^\circ,$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形 (有一个角是直角的平行四边形是矩形)。

故答案为： BC ， 两组对边分别相等的四边形的平行四边形， 有一个角是直角的平行四边形是矩形。

【点评】 本题考查作图—复杂作图， 矩形的判定和性质等知识， 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题， 属于中考常考题型。

22. 【分析】 (1) 根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ， 即可得出关于 m 的一元一次不等式， 解之即可得出 m 的取值范围；

(2) 由 (1) 的结论结合 m 为正整数， 即可得出 $m = 1$ ， 将其代入原方程， 再利用因式分解法解一元二次方程， 即可求出原方程的解。

【解答】 解： (1) \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3m = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3m > 0,$$

解得： $m < \frac{4}{3},$

$\therefore m$ 的取值范围为 $m < \frac{4}{3};$



(2) $\because m$ 为正整数,

$$\therefore m = 1,$$

\therefore 原方程为 $x^2 - 4x + 3 = 0$, 即 $(x-3)(x-1) = 0$,

解得: $x_1 = 3, x_2 = 1$,

\therefore 当 m 取正整数时, 此时方程的根为 3 和 1.

【点评】本题考查了根的判别式以及因式分解法解一元二次方程, 解题的关键是: (1) 牢记“当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根”; (2) 利用因式分解法求出方程的两个根.

23. 【分析】(1) 先根据直线平移时 k 的值不变得出 $k = 2$, 再将点 $A(2, 2)$ 代入 $y = 2x + b$, 求出 b 的值.

(2) 分别求出直线 $y = mx (m \neq 0)$ 过点 A 、点 B 时 m 的值, 再结合函数图象即可求出 m 的取值范围.

【解答】解: (1) \because 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由直线 $y = 2x$ 平移得到,

$$\therefore k = 2,$$

将点 $(1, 4)$ 代入 $y = 2x + b$,

得 $2 + b = 4$, 解得 $b = 2$;

(2) 当直线 $y = mx$ 经过点 $A(1, 4)$ 时,

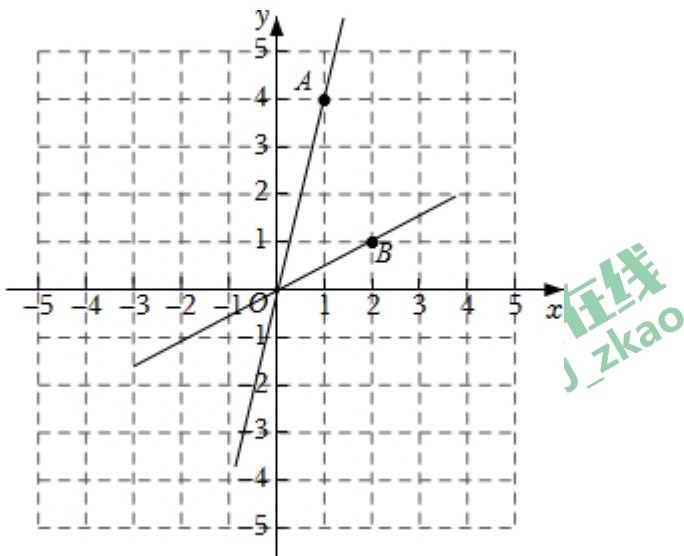
$$\text{则 } m = 4,$$

当直线 $y = mx$ 经过点 $B(2, 1)$ 时,

$$\text{则 } 2m = 1,$$

$$\text{解得: } m = \frac{1}{2},$$

\therefore 当正比例函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的图象与线段 AB 有公共点时, $\frac{1}{2} \leq m \leq 4$.



【点评】本题考查了一次函数图象与几何变换, 一次函数图象上点的坐标特征, 一次函数与系数的关系, 数形结合是解题的关键.

24. 【分析】(1) 通过运用函数图象的分析可以求出乙行走的总路程及途中休息的时间;

(2) 直接运用待定系数法就可以求出解析式;

(3) 运用乙行驶的全程求出甲行驶的路程, 就可以求出甲行驶完全程用的时间, 再代入其解析式就可以求出结



论.

【解答】解：(1) 由图象得：

乙行走的总路程是：3600 米，他途中休息了 20 分钟.

故答案为：3600，20；

(2) ①当 $50 \leq x \leq 80$ 时，设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$. 根据题意得：

$$\begin{cases} 1950 = 50k + b \\ 3600 = 80k + b \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 55 \\ b = -800 \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为： $y = 55x - 800$

②缆车到山顶的路线长为 $3600 \div 2 = 1800(m)$ ，

缆车到达终点所需时间为 $1800 \div 180 = 10(min)$.

甲到达缆车终点时，乙行走的时间为 $10 + 50 = 60(min)$.

把 $x = 60$ 代入 $y = 55x - 800$ ，得 $y = 55 \times 60 - 800 = 2500$.

所以，当甲到达缆车终点时，

乙离缆车终点的路程是： $3600 - 2500 = 1100(m)$.

【点评】本题是一道有关行程问题的一次函数综合试题，考查了待定系数法求函数的解析式的运用，一次函数图象的性质的运用，在解答时读懂图象是关键.

25. 【分析】(1) 利用待定系数法求函数解析式；

(2) ①结合题意画出图象，然后数形结合作出判断；

②结合函数图象和对称性确定 m 的取值范围.

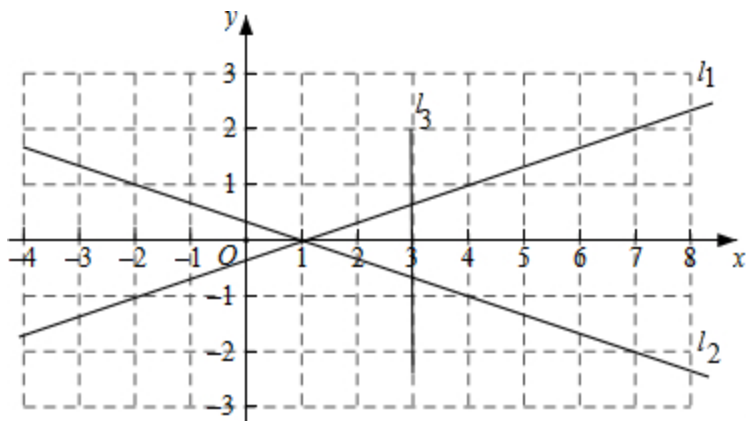
【解答】解：(1) \because 直线 $l_1: y = kx + b$ 经过 $A(4,1)$ 和 $B(7,2)$ 两点，

$$\therefore \begin{cases} 4k + b = 1, \\ 7k + b = 2. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

\therefore 直线 l_1 的表达式为 $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$;

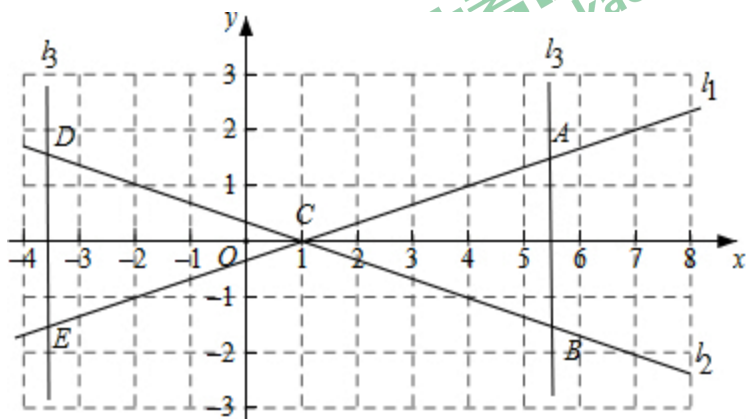
(2) ①依题意画出图形：



当 $m=3$ 时, 直线 $x=3$ 与直线 l_1 、 l_2 交于点 $(3, \frac{2}{3})(3, -\frac{2}{3})$,

观察图形区域“W”内整点为 $(2, 0)$, 只有 1 个;

②直线 l_3 与 l_1 和 l_2 围的区域为“W” (不包含边界), 区域“W”内恰好有 6 个整点, 如图所示, 有两个区域, 分别是在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 内部.



在 $\triangle ABC$ 内刚好有六个符合题意的整点 $(2, 0)(3, 0)(4, 0)(5, 0)(5, 1)(5, -1)$,

此时, l_3 在直线 $x=5$ 和 $x=6$ 之间, 所以 $5 < m \leq 6$;

在 $\triangle DEC$ 内刚好有六个符合题意的整点 $(0, 0)(-1, 0)(-2, 0)(-3, 0)(-3, 1)(-3, -1)$,

此时, l_3 在直线 $x=-3$ 和 $x=-4$ 之间, 所以 $-4 \leq m < -3$;

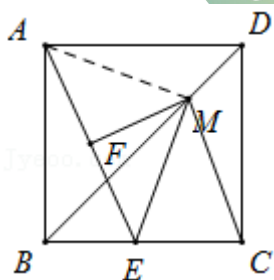
综上, $-4 \leq m < -3$ 或 $5 < m \leq 6$.

【点评】 本题考查一次函数的性质, 掌握待定系数法求函数解析式的步骤, 理解一次函数图象性质, 利用数形结合思想解题是关键.

26. **【分析】** (1) ①考查尺规作图, ②利用线段垂直平分线的性质, 正方形的性质求解.

(2) 利用线段垂直平分线的性质, 正方形的性质求解.

【解答】 解: (1) ①如图所示,





② $\angle MEC = \angle MCE$,

证明：连接 AM ,

$\because F$ 是 AE 的中点, $FM \perp AE$,

$\therefore MA = ME$,

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形, BD 是对角线,

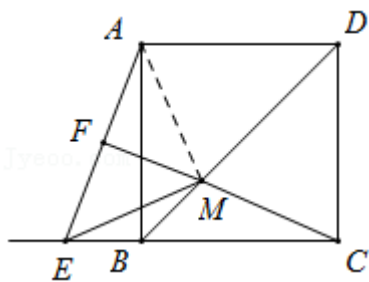
$\therefore MA = MC$,

$\therefore ME = MC$,

$\therefore \angle MEC = \angle MCE$,

(2) $\angle MEC = \angle MCE$,

证明：连接 MA , 如图,



$\because F$ 是 AE 的中点, $FM \perp AE$,

$\therefore MA = ME$,

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形, BD 是对角线,

$\therefore MA = MC$,

$\therefore ME = MC$,

$\therefore \angle MEC = \angle MCE$.

【点评】本题主要考查正方形的性质和线段垂直平分线的性质, 关键是掌握两者性质定理并能灵活使用.

27. 【分析】(1) 由关联点定义, 即可求相应关联点;

(2) 先求出 A 与 B 的关联点坐标, 再判断哪个关联点在函数 $y = 2x$ 上即可;

(3) $y = -x + 3$ 图象上的点 P 的关联点必在函数 $y = \begin{cases} -x + 3, & x \geq 1 \\ x - 3, & -2 \leq x < 1 \end{cases}$ 图象上, 分三种情况讨论: 当 $b' = -2$ 时,

$-2 = -x + 3$; 当 $b' = -5$ 时, $-5 = x - 3$ 或 $-5 = -x + 3$, 当 $b' = -2$ 时, $-2 = -x + 3$, 即可求出 k 的范围.

【解答】解: (1) $\because \sqrt{2} > 1$, \therefore 点 $(\sqrt{2}, 1)$ 的关联点 $(\sqrt{2}, 1)$,

$\because -5 < 1$, \therefore 点 $(-5, 1)$ 的关联点是 $(-5, -1)$,

故答案为 $(\sqrt{2}, 1)$, $(-5, -1)$;

(2) $\because -1 < 1$,

\therefore 点 $A(-1, -2)$ 的关联点是 $(1, -2)$, 点 $B(-1, 2)$ 的关联点是 $(1, 2)$,

\therefore 点 $(1, 2)$ 在直线 $y = 2x$ 上,

故答案为 B ;



(3) 依题意, $y = -x + 3$ 图象上的点 P 的关联点必在函数 $y = \begin{cases} -x + 3, x \geq 1 \\ x - 3, -2 \leq x < 1 \end{cases}$ 图象上,

$\therefore b' \leq 2$, 即当 $x = 1$ 时, b' 取最大值 2,

当 $b' = -2$ 时, $-2 = -x + 3$,

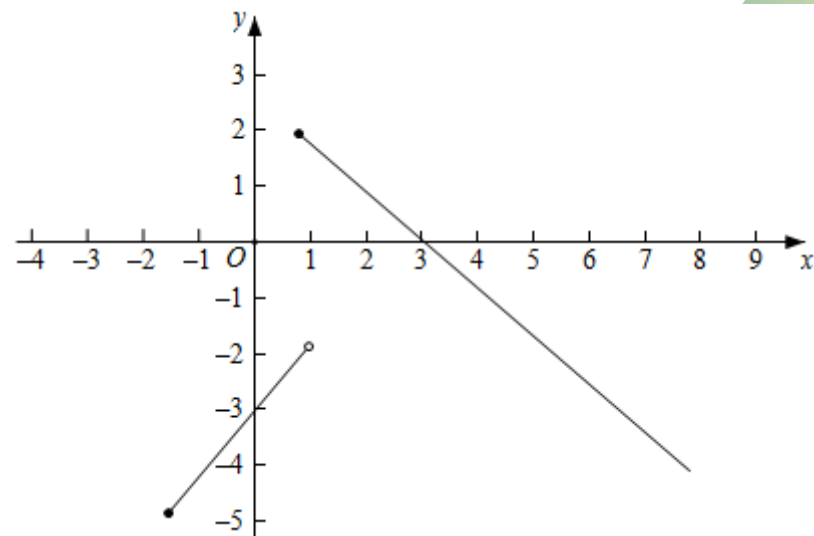
$\therefore x = 5$;

当 $b' = -5$ 时, $-5 = x - 3$ 或 $-5 = -x + 3$,

$\therefore x = -2$ 或 $x = 8$,

$\therefore -5 \leq b' \leq 2$,

由图象可知, k 的取值范围是 $5 \leq k \leq 8$.



【点评】 本题考查一次函数的图象及性质, 新定义, 熟练掌握一次函数的图象及性质, 理解新定义, 能将定义与所学知识联系应用是解题的关键.



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao