



北京十一晋元中学 2023-2024 学年度初三年级数学课程 教与学诊断 (2023. 8)

考试时间: 90 分钟 满分: 100 分

注意事项: 1. 本试卷共 4 页, 共三道大题, 26 道小题。

2. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。

一、选择题 (共 24 分, 每小题 3 分)

1. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2.5}$ C. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{8}$

2. 下列各组数中, 不能作为直角三角形三边长度的是 ()

- A. 3, 4, 5 B. 4, 5, 6 C. 5, 12, 13 D. 6, 8, 10

3. 菱形 $ABCD$ 的边长为 20, $\angle ABC = 60^\circ$, 则菱形 $ABCD$ 的面积为 ()

- A. 200 B. 400 C. $100\sqrt{3}$ D. $200\sqrt{3}$

4. 下表是甲、乙两名同学八次射击测试成绩, 设两组数据的平均数分别为 $\bar{x}_甲$, $\bar{x}_乙$, 方差分别为 $s_甲^2$,

$s_乙^2$, 则下列说法正确的是 ()

甲	7	8	7	4	9	10	7	4
乙	6	7	8	7	8	6	7	7

- A. $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$, $s_甲^2 < s_乙^2$ B. $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$, $s_甲^2 > s_乙^2$
- C. $\bar{x}_甲 > \bar{x}_乙$, $s_甲^2 < s_乙^2$ D. $\bar{x}_甲 < \bar{x}_乙$, $s_甲^2 > s_乙^2$

5. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等实数根, 则 m 可以取以下哪个数 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

6. 已知一次函数 $y_1 = k_1x + b_1$ 与一次函数 $y_2 = k_2x + b_2$ 中, 函数 y_1 、 y_2 与自变量 x 的部分对应值分别如表

1、表 2 所示:

表 1

x	...	-4	0	1	...
y_1	...	-1	3	4	...

表 2

x	...	-1	0	1	...
y_2	...	5	4	3	...

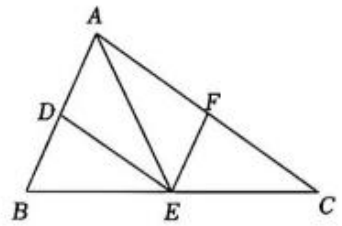
则关于 x 的不等式 $k_1x + b_1 > k_2x + b_2 + 1$ 的解集是 ()



- A. $x < 0$ B. $x > 0$ C. $0 < x < 1$ D. $x > 1$

7. 如图, $\triangle ABC$ 三边的中点分别是 D, E, F , 则下列说法正确的是()

- ① 四边形 $ADEF$ 一定是平行四边形;
 ② 若 $\angle A = 90^\circ$, 则四边形 $ADEF$ 是矩形;
 ③ 若 $AE \perp BC$, 则四边形 $ADEF$ 是菱形;
 ④ 若 AE 平分 $\angle BAC$, 则四边形 $ADEF$ 是正方形.



- A. ①②④ B. ①②③ C. ②③④ D. ①③④

8. 如图 1, 动点 P 从点 A 出发, 在边长为 1 的小正方形组成的网格平面内运动. 设点 P 经过的路程为 s , 点 P 到直线 l 的距离为 d , 已知 d 与 s 的关系如图 2 所示. 则下列选项中, 可能是点 P 的运动路线的是()

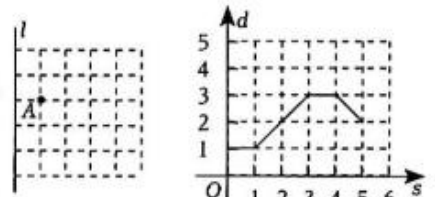


图1

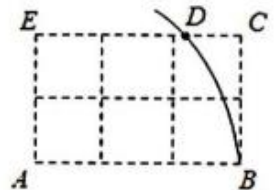
图2

- A. B. C. D.

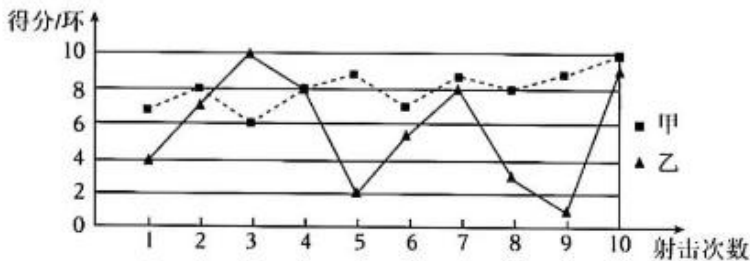
二、填空题 (共 12 分, 每小题 2 分)

9. 函数 $y = \frac{6}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 _____.

10. 如图, 网格中每个小正方形的边长均为 1, 以 A 为圆心, AB 为半径画弧, 交网格线于点 D , 则 ED 的长为 _____.



11. 甲、乙两名射击爱好者 10 次射击测试成绩 (单位: 环) 的统计图如图所示. 根据图中的信息, 两人中发挥相对稳定的是 _____.





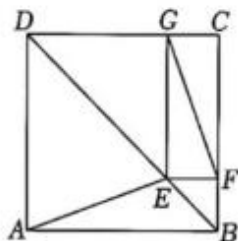
12. 如图, 点 E 是正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上一点, $EF \perp BC$, $EG \perp CD$, 垂足分别是 F , G , $GF = 3$, 则 $AE =$ _____.

13. 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象如图所示, 则 ab _____ 0 (填 “>” “<” 或 “=”)

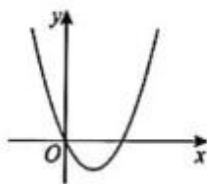
14. 如图, 点 A, B, C 在同一条直线上, 点 B 在点 A, C 之间, 点 D, E 在直线 AC 同侧, $AB < BC$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\triangle EAB \cong \triangle BCD$, 连接 DE . 设 $AB = a$, $BC = b$, $DE = c$, 给出下面三个结论:

- ① $a + b > c$; ② $a + b > \sqrt{a^2 + b^2}$; ③ $\sqrt{2}(a + b) > c$.

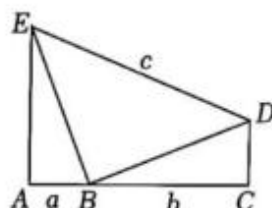
上述结论中, 所有正确结论的序号是 _____.



12 题图



13 题图



14 题图

三、解答题 (共 64 分, 15 题、16 题各 6 分, 17 题, 18 题各 4 分, 19 题—24 题各 5 分, 25 题, 26 题各 7 分)

15. 计算:

(1) $(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) + \sqrt{2} \times \sqrt{8}$; (2) $\sqrt{18} - 4\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{24} + \sqrt{3}$.

16. 解方程: (1) $x + 2 = x(x + 2)$; (2) $2x^2 - 7x + 6 = 0$.

17. 已知: $\triangle ABC$ 为锐角三角形, $AB = AC$.

求作: 菱形 $ABDC$.

作法: 如图, ①以点 A 为圆心, 适当长为半径作弧, 交 AC 于点 M , 交 AB 于点 N ;

②分别以点 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle CAB$ 的内部相交于点 E , 作射线

AE 与 BC 交于点 O ;

③以点 O 为圆心, 以 AO 长为半径作弧, 与射线 AE 交于点 D , 连接 CD, BD ; 四边形 $ABDC$ 就是所



求作的菱形.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: $\because AB = AC$, AE 平分 $\angle CAB$,

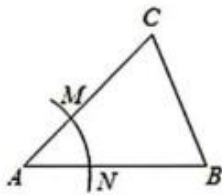
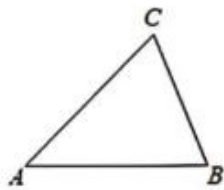
$\therefore CO = \underline{\text{①}}$.

$\because AO = DO$,

\therefore 四边形 $ABDC$ 是平行四边形.

$\because AB = AC$,

\therefore 四边形 $ABDC$ 是菱形 (②) (填推理的依据).

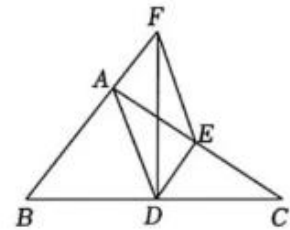


18. 已知 m 是方程 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 的一个根, 求代数式 $(m+2)^2 + (m+3)(m-3)$ 的值.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 BC, AC 的中点, 延长 BA 至点 F , 使得 $AF = \frac{1}{2}AB$, 连接 DE, AD, EF, DF .

(1) 求证: 四边形 $ADEF$ 是平行四边形;

(2) 若 $AB = 6, AC = 8, BC = 10$, 求 EF 的长.





20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m-6)x - 6m = 0$.

- (1) 求证：该方程总有两个实数根；
(2) 若该方程有一个实数根小于 2, 求 m 的取值范围.

21. 2021 年中国共产党建党 100 周年，为了更好地对中学生开展党史学习教育活动，甲、乙两校进行了相关知识测试. 在两校各随机抽取 20 名学生的测试成绩（百分制），并对数据（成绩）进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

表 1 甲校学生样本成绩频数分布：

成绩 m (分)	频数 (人)	频率
$50 \leq m < 60$	a	0.05
$60 \leq m < 70$	b	c
$70 \leq m < 80$	3	0.15
$80 \leq m < 90$	8	0.40
$90 \leq m \leq 100$	6	0.30
合计	d	1.00

甲校成绩在 $80 \leq m < 90$ 的这一组的具体成绩是：83 86 87 84 88 89 89 89

甲、乙两校成绩的统计数据如表 2 所示：

学校	平均分	中位数	众数
甲	83.7	m	89
乙	84.2	85	85

根据表中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 表 1 中 $a = \underline{\quad}$ ； $b = \underline{\quad}$ ； $c = \underline{\quad}$ ； $d = \underline{\quad}$.
(2) 表 2 中， $m = \underline{\quad}$ ； 在此次测试中，某学生的成绩是 86 分，在他所属学校排在前 10 名，由表中数据可知该学生是 $\underline{\quad}$ 校的学生（填“甲”或“乙”）；
(3) 若甲校共有 2200 人，成绩不低于 85 分为“优秀”，则甲校成绩“优秀”的人数约为多少人？

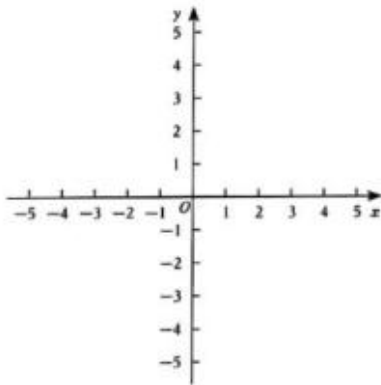


22. 已知抛物线 $y = -x^2 - 2x + 8$.

- (1) 求抛物线的对称轴和顶点坐标;
- (2) 当 $y > 0$ 时, 自变量 x 的取值范围是_____;
- (3) 当 $-3 < x < 0$ 时, 函数值 y 的取值范围是_____;
- (4) 若 $A(m, y_1)$, $B(m+2, y_2)$ 两点都在抛物线上, 且 $y_1 < y_2$, 直接写出 m 的取值范围是_____.

23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1, 0)$, 且与函数 $y = 2x$ 的图象交于点 $B(1, m)$.

- (1) 求 m 的值及一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的表达式;
- (2) 当 $x > 1$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = -x + n$ 的值小于一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.



24. 某景观公园内人工湖里有一组小型喷泉, 水柱从垂直于湖面的水枪喷出, 若设距水枪水平距离为 x 米时水柱距离湖面高度为 y 米, y 与 x 近似的满足函数关系 $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$. 现测量出 x 与 y 的

几组数据如下:

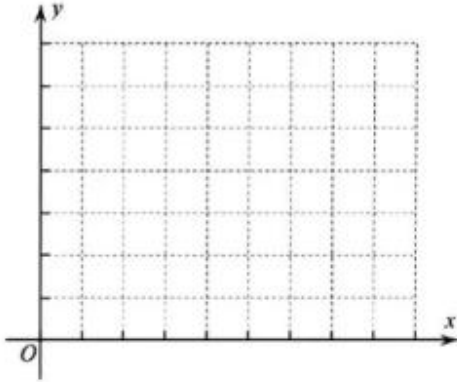
x (米)	0	1	2	3	4
y (米)	1.75	3.0	3.75	4.0	3.75

请解决以下问题:



(1) 求出满足条件的函数关系式;

(2) 身高 1.75 米的小明与水柱在同一平面中, 设他到水枪的水平距离为 m 米 ($m \neq 0$), 画出图象, 结合图象回答, 若小明被水枪淋到 m 的取值范围.



25. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\triangle ABD$ 是直角三角形, 且 $\angle ADB = 90^\circ$. 将 $\triangle ABD$ 绕顶点 A 逆时针旋转一定角度后得到 $\triangle ACG$, 其中点 D 的对应点是点 G , 连接 GD 并延长交 BC 于点 H , 连接 AH ,

(1) 如图 1, 当点 D 在边 AC 上时, 求证 $DH = BH$;

(2) 如图 2, 当点 D 在 $\triangle ABC$ 内部时, 直接写出 $\angle AHB$ 的大小, 并证明.

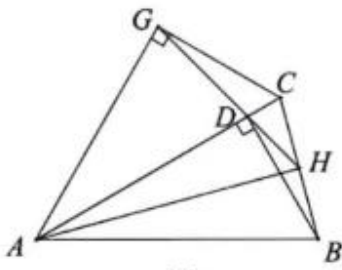


图1

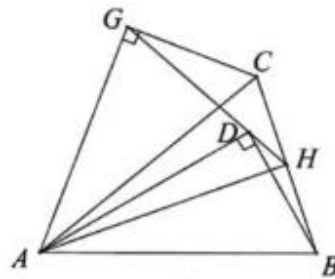


图2