

2014年北京八中初二(上)期中数学试卷

一、选择题(每小题3分,共30分)

1. 下列各式中,从左到右的变形是因式分解的是( ).

A.  $(x+2y)(x-2y)=x^2-4y^2$

B.  $x^2y-xy^2-1=xy(x-y)-1$

C.  $a^2-4ab+4b^2=(a-2b)^2$

D.  $ax+ay+a=a(x+y)$

2. 计算 $-3^{-2}$ 的结果是( ).

A.  $-9$

B.  $9$

C.  $\frac{1}{9}$

D.  $-\frac{1}{9}$

3. 根据下列已知条件,不能唯一确定 $\triangle ABC$ 的大小和形状的是( ).

A.  $AB=3, BC=4, AC=5$

B.  $AB=4, BC=3, \angle A=30^\circ$

C.  $\angle A=60^\circ, \angle B=45^\circ, AB=4$

D.  $\angle C=90^\circ, AB=6, AC=5$

4. 下列变形正确的是( ).

A.  $\frac{a+1}{b+1}=\frac{a}{b}$

B.  $\frac{a-1}{-b}=-\frac{a-1}{b}$

C.  $\frac{a-b}{a^2-b^2}=\frac{1}{a-b}$

D.  $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2}=-1$

5. 若 $(x-4)(x+7)$ 是二次三项式 $x^2+ax-28$ 的因式分解结果,那么 $a$ 的值为( ).

A.  $3$

B.  $-3$

C.  $11$

D.  $-11$

6. 若分式 $\frac{2-|x|}{x+2}$ 的值为0,则 $x$ 的值是( ).

A.  $x=0$

B.  $x=\pm 2$

C.  $x=-2$

D.  $x=2$

7. 已知 $a-b=1$ ,则 $a^2-b^2-2b$ 的值为( ).

A.  $4$

B.  $3$

C.  $1$

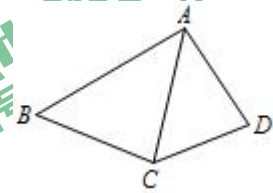
D.  $0$

8. 不论 $a, b$ 为任何实数, $a^2+b^2-6a+10b+35$ 的值总是( ).

- A. 非负数
- B. 恒为正数
- C. 恒为负数
- D. 不等于0

9. 如图, 在四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $AB > AC$ , 下列结论正确的是 ( ).

- A.  $AB - AD > CB - CD$
- B.  $AB - AD = CB - CD$
- C.  $AB - AD < CB - CD$
- D.  $AB - AD$  与  $CB - CD$  的大小关系部确定

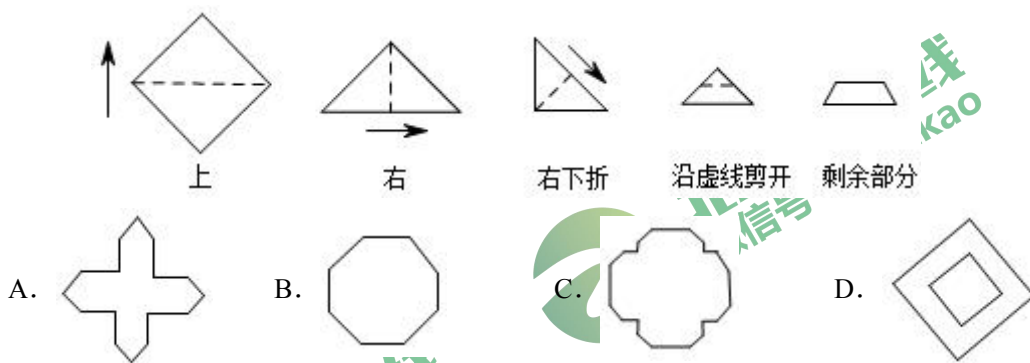


北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



专注北京中考升学

10. 若把一个正方形纸片按下图所示方法三次对折后再沿虚线剪开，则剩余部分展开后得到的图形是 ( ).

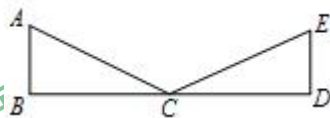


二、填空题 (每空 2 分, 共 20 分)

11. 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时, 分式  $\frac{1}{1-x}$  有意义.

12. 在多项式  $-12ab^3c - 8a^3b$  中应提取的公因式是 \_\_\_\_\_.

13. 如图, 已知  $AB \perp BD$ ,  $AB \parallel ED$ ,  $AB = ED$ , 要说明  $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ , 若以 “SAS” 为依据, 还需要添加的条件为 \_\_\_\_\_; 若添加条件  $AC = EC$ , 则可以用 \_\_\_\_\_ 公理 (或定理) 判定全等.



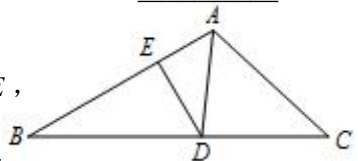
14. 当  $a$  为 \_\_\_\_\_ 时, 关于  $x$  的方程  $\frac{x-a}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$  有增根.

15. 已知关于  $x$  的方程  $\frac{x-a}{x-1} = 4$  的解为非负数, 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

16. 已知  $x - \frac{1}{x} = 2$ , 则  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$  \_\_\_\_\_,  $x^4 + \frac{1}{x^4} =$  \_\_\_\_\_.

17. 已知三角形的两边分别是 5 和 7, 则第三边的中线长  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

18. 如图,  $AD$  是  $\triangle ABC$  中  $\angle BAC$  的角平分线,  $DE \perp AB$  于点  $E$ ,



3 官方微信公众号: BJ\_zkao

9764 官方网站: [www.zgkao.com](http://www.zgkao.com)

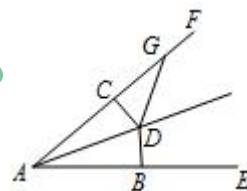
zgkao2018

咨询热线: 010-5334

微信客服:

$S_{\triangle ABC} = 7$ ,  $DE = 2$ ,  $AB = 4$ , 则  $AC$  长是\_\_\_\_\_.

19. 如图:  $DB \perp AE$  于  $B$ ,  $DC \perp AF$  于  $C$ , 且  $DB = DC$ ,  
 $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $\angle ADG = 130^\circ$ , 则  $\angle DGF =$ \_\_\_\_\_.



20. 在平面直角坐标系中, 已知点  $A(1, 2)$ ,  $B(5, 5)$ ,  $C(5, 2)$ ,  
存在点  $E$ , 使  $\triangle ACE$  和  $\triangle ACB$  全等, 写出所有满足条件的  
 $E$  点的坐标\_\_\_\_\_.

专注北京中考升学

三、将下列各式因式分解.

21.  $4x^2y - 4xy + y$

22.  $(x-1)(x-3) - 8$

四、计算题.

23.  $(-\frac{b}{a})^2 \cdot (\frac{b}{a^2})^2 \div (-2ab)^2$

24.  $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1}$

五、解分式方程.

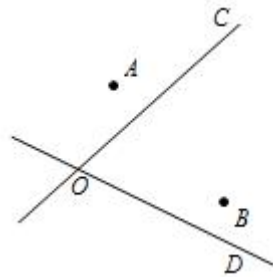
25.  $\frac{a^2 - 4a}{a^2 - 1} + 1 = \frac{2a}{a + 1}$



专注北京中考升学

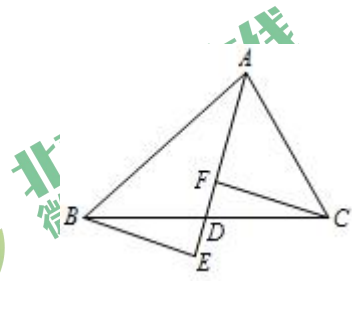
六、作图题.

26. 某地区要在区域  $S$  内 (即  $\angle COD$  内部) 建一个超市  $M$ , 如图所示, 按照要求, 超市  $M$  到两个新建的居民小区  $A, B$  的距离相等, 到两条公路  $OC, OD$  的距离也相等, 这个超市应该建在何处? (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)



七、解答题.

27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的中线, 分别过点  $B, C$  作  $AD$  及其延长线的垂线  $BE, CF$ , 垂足分别为点  $E, F$ .  
求证:  $BE = CF$ .



28. 已知  $x^2 - x - 6 = 0$ , 求  $\frac{x^2}{x^3 + x^2 + 36}$  的值.

专注北京中考升学

29. 某校七年级准备购买一批笔记本奖励优秀学生，在购买时发现，每本笔记本可以打九折，用360元钱购买的笔记本，打折后购买的数量比打折前多10本。

(1) 求打折前每本笔记本的售价是多少元？

(2) 由于考虑学生的需求不同，学校决定购买笔记本和笔袋共90件，笔袋每个原售价为6元，两种物品都打九折，若购买总金额不低于360元，且不超过365元，问有哪几种购买方案？



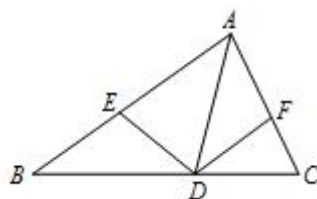
北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao

30. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线， $E$ 、 $F$ 分别是 $AB$ 、 $AC$ 上的点，连接 $DE$ 、 $DF$ ， $\angle EDF + \angle BAC = 180^\circ$ 。

求证： $DE = DF$ 。



北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao





专注北京中考升学

八、解答题.

31. 已知：在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$  的顶点  $A$ 、 $C$  分别在  $y$  轴、 $x$  轴上，且  $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$  .

(1) 如图1，当  $A(0, -2)$ ， $C(1, 0)$ ，点  $B$  在第四象限时，则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 如图2，若  $BO$  平分  $\angle ABC$ ，交  $AC$  于  $D$ ，过  $A$  作  $AE \perp y$  轴，垂足为  $E$ ，则  $AE$  与  $BD$  之间的数量关系是\_\_\_\_\_；

(3) 如图3，当点  $C$  在  $x$  轴正半轴上运动，点  $A$  在  $y$  轴正半轴，点  $B$  在第四象限时，作  $BD \perp y$  轴于点  $D$ ，试判断①  $\frac{OC + BD}{OA}$  与②  $\frac{OC - BD}{OA}$  中\_\_\_\_\_是定值（只填序号），并求出这个定值.

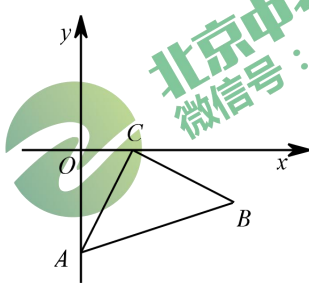


图1

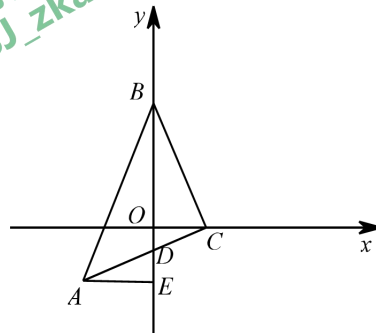


图2

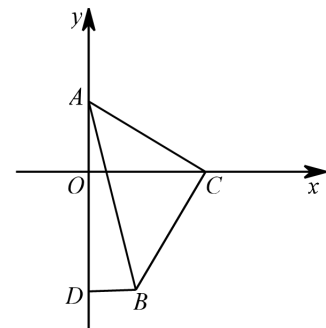
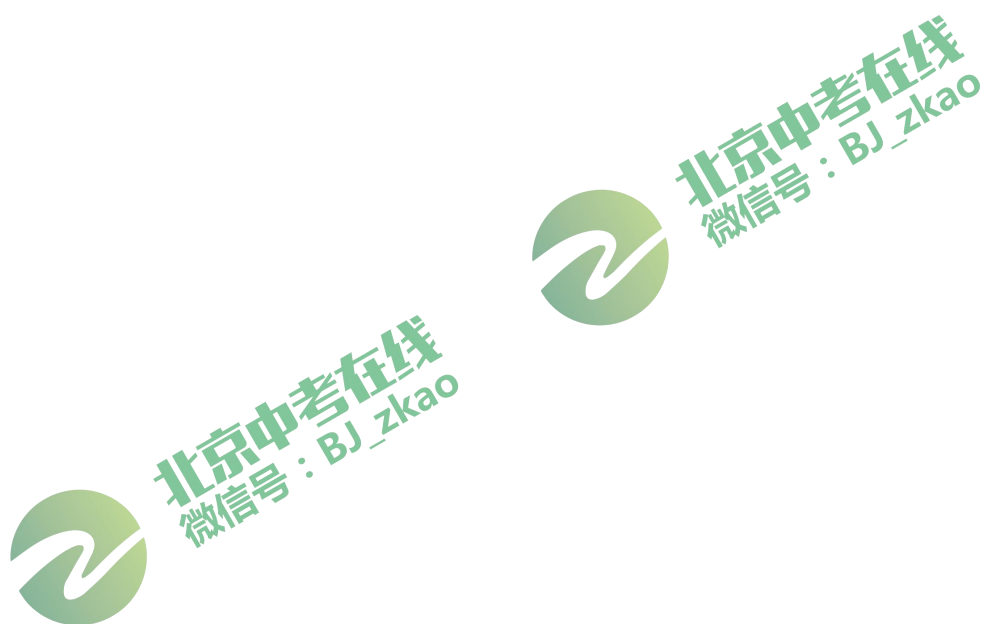


图3



$$\begin{aligned} &= \frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x} \\ &= \frac{2x}{x(x+1)} - \frac{x-1}{x(x+1)} \\ &= \frac{2x-x+1}{x(x+1)} \\ &= \frac{x+1}{x(x+1)} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$



专注北京中考升学

五、解分式方程.

25. 解:  $\frac{a^2 - 4a}{a^2 - 1} + 1 = \frac{2a}{a + 1}$

去分母, 得  $a^2 - 4a + a^2 - 1 = 2a(a - 1)$ ,

整理, 得  $-2a = 1$ ,

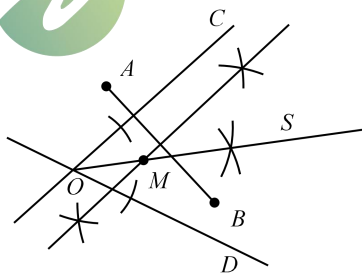
解得  $a = -\frac{1}{2}$ .

经检验,  $a = -\frac{1}{2}$  为原方程的解.

$\therefore$  原方程的解为  $a = -\frac{1}{2}$ .

六、作图题.

26. 解: 如图所示, 超市应建在点  $M$  处.



七、解答题.

27. 证明:  $\because AD$  是  $\triangle ABC$  的中线,

$\therefore BD = CD$ .

$\because BE \perp AE, CF \perp AE$ ,

$\therefore \angle E = \angle CFD = 90^\circ$ .

在  $\triangle BDE$  和  $\triangle CDF$  中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle CFD \\ \angle BDE = \angle CDF, \\ BD = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF$  (AAS).

$\therefore BE = CF$ .

28. 解:  $\because x^2 - x - 6 = 0,$

$$\therefore x^2 = x + 6.$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x^2}{x^3 + x^2 + 36} &= \frac{x + 6}{x(x + 6) + x + 6 + 36} \\ &= \frac{x + 6}{x + 6 + 6x + x + 6 + 36} = \frac{x + 6}{8(x + 6)} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$



专注北京中考升学

29. 解：（1）设打折前每本笔记本的售价是  $x$  元。

$$\text{由题意，得 } \frac{360}{0.9x} - \frac{360}{x} = 10,$$

解得  $x = 4$ 。

经检验， $x = 4$  为原方程的解，且符合题意。

答：打折前每本笔记本的售价是 4 元。

（2）设购买笔记本  $m$  件，则购买笔袋  $90 - m$  件。

$$\text{由题意，得 } 360 \leq 0.9 \times [4m + 6(90 - m)] \leq 365,$$

$$\text{解得 } 67\frac{2}{9} \leq m \leq 70.$$

$$\therefore m = 68 \text{ 或 } m = 69 \text{ 或 } m = 70.$$

$\therefore$  共有三种购买方案：

- ① 购买笔记本 68 件，购买笔袋 22 件；
- ② 购买笔记本 69 件，购买笔袋 21 件；
- ③ 购买笔记本 70 件，购买笔袋 20 件。

30. 证明：过点  $C$  作  $DM \perp AB$  于点  $M$ ， $DN \perp AC$  于点  $N$ 。

$\because AD$  是  $\angle BAC$  的平分线，

$$\therefore DM = DN.$$

$$\because \angle EDF + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED + \angle AFD = 180^\circ,$$

$$\because \angle AFD + \angle DFN = 180^\circ,$$

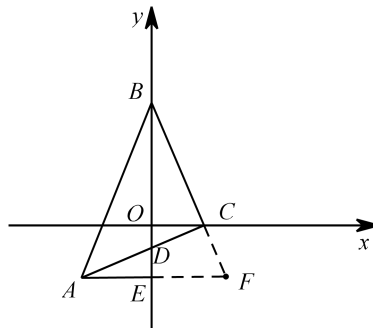
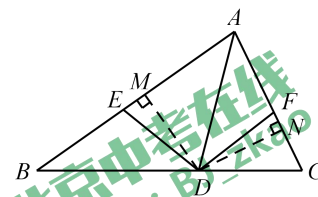
$$\therefore \angle DEM = \angle DFN.$$

在  $\triangle DEM$  和  $\triangle DFN$  中，

$$\begin{cases} \angle DEM = \angle DFN \\ \angle EMD = \angle FND = 90^\circ \\ DM = DN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEM \cong \triangle DFN \text{ (AAS)}.$$

$$\therefore DE = DF.$$



八、解答题.

31. 解：（1）点  $B$  的坐标为  $(3, -1)$ 。

$$(2) BD = 2AE.$$

专注北京中考升学

如图所示，可证  $\triangle ACF \cong \triangle BCD$ ，从而  $BD = AF = 2AE$ 。

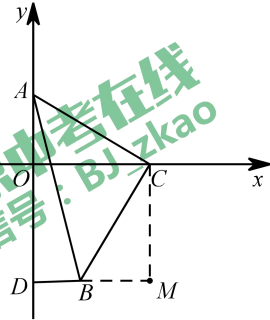
(3) ②为定值，定值为1。理由如下：

如图所示，易证  $\triangle AOC \cong \triangle BMC$ ，

$$\therefore OA = BM,$$

$$\therefore OC = DM,$$

$$\therefore \frac{OC - BD}{OA} = \frac{DM - BD}{OA} = \frac{BM}{OA} = 1.$$



北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao



北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao



北京中考在线  
微信号：BJ\_zkao

2014年北京八中初二（上）期中数学试卷部分答案解析

一、选择题

1. 【答案】C

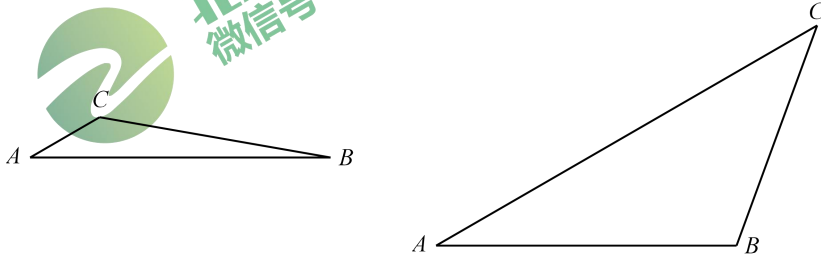
【解析】A、B 不属于因式分解，D 中应为  $ax+ay+a=a(x+y+1)$ .

2. 【答案】D

【解析】 $-3^{-2} = -(\frac{1}{3})^2 = -\frac{1}{9}$ .

3. 【答案】B

【解析】选项 B 中，可得到如图所示的两个三角形.



4. 【答案】B

【解析】A 中，等式左右不相等；C 中， $\frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a+b}$ ；D 中， $\frac{(-a-b)^2}{(a+b)^2} = 1$ .

5. 【答案】A

【解析】 $(x-4)(x+7) = x^2 + 3x - 28$ ，即  $a = 3$ .

6. 【答案】D

【解析】由题意，得  $2-|x|=0$ ， $x+2 \neq 0$ ，解得  $x=2$ .

7. 【答案】C

【解析】 $a^2 - b^2 - 2b = (a+b)(a-b) - 2b = a+b-2b = a-b=1$ .



8. 【答案】B

【解析】 $a^2 + b^2 - 6a + 10b + 35 = a^2 - 6a + 9 + b^2 + 10b + 25 + 2 = (a-3)^2 + (b+5)^2 + 2 > 0$ .

9. 【答案】C

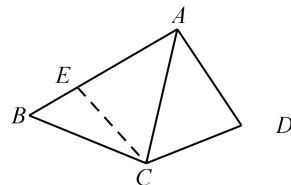
【解析】在  $AB$  上截取  $AE = AD$ .

$\because$  对角线  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $\therefore \angle EAC = \angle DAC$ ,

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle ADC$ .  $\therefore EC = CD$ .

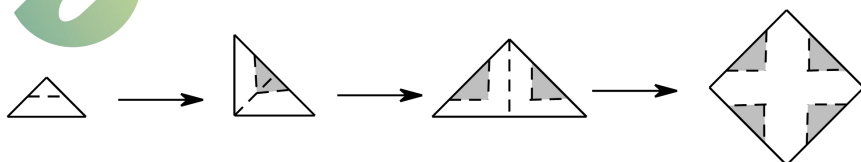
$\therefore AB - AD = AB - AE = BE < BC$ ,  $CE = BC - CD$ ,

即  $AB - AD < CB - CD$ .



10. 【答案】A

【解析】将剪去的部分依次还原，可得 A 中的图形正确。



## 二、填空题

11. 【答案】 $\neq 1$

【解析】由题意，得  $1-x \neq 0$ ，解得  $x \neq 1$ .

12. 【答案】 $-4ab$

【解析】多项式  $-12ab^3c - 8a^3b$  中应提取的公因式是  $-4ab$ .

13. 【答案】 $BC = DC$ , HL

【解析】以“SAS”为依据，只需找到相等角的另一对边相等，即  $BC = DC$ ；若添加条件  $AC = EC$ ，则知道两直角三角形的一组直角边和斜边对应相等，应用的为 HL 判定全等.

14. 【答案】1

【解析】解方程  $\frac{x-a}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$ , 得  $x = \frac{3}{a+2}$ ,  $\therefore$  方程有增根,  $\therefore x = \frac{3}{a+2} = 1$ ,  $\therefore a = 1$ .

15. 【答案】  $a \leq 4$

【解析】解方程  $\frac{x-a}{x-1} = 4$ , 得  $x = \frac{4-a}{3}$ , 由题意, 得  $x = \frac{4-a}{3} \geq 0$ , 解得  $a \leq 4$ .

$\therefore a \neq 1$ ,  $\therefore a \leq 4$  且  $a \neq 1$ .

16. 【答案】 6, 34

【解析】 $\because x - \frac{1}{x} = 2$ ,  $\therefore (x - \frac{1}{x})^2 = 4$ ,  $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 4$ ,  $\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ .  $\therefore$

$$(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = 36,$$

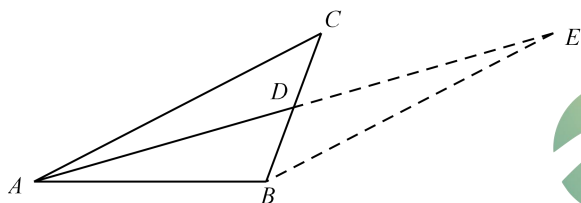
$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 36, x^4 + \frac{1}{x^4} = 34.$$

17. 【答案】  $1 < x < 6$

【解析】如图所示,  $AB = 5$ ,  $AC = 7$ ,  $AD$  为  $BC$  中线, 倍长  $AD$  至点  $E$ , 连结  $BE$ .

$\because AD = ED$ ,  $\angle ADC = \angle EDB$ ,  $CD = BD$ ,  $\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB$ ,  $\therefore BE = AC = 7$ .

在  $\triangle ABE$  中,  $BE - AB < AE < BE + AB$ , 即  $2 < 2AD < 12$ ,  $\therefore 1 < x < 6$ .



18. 【答案】 3

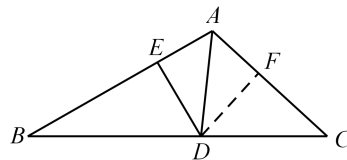
【解析】过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ .

$\because AD$  是  $\angle BAC$  的角平分线,  $DE \perp AB$ ,

$\therefore DF = DE = 2$ ,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot DE + \frac{1}{2} AC \cdot DF = 7,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times AC \times 2 = 7,$$



$\therefore AC = 3.$

19. 【答案】  $150^\circ$

【解析】  $\because DB \perp AE$  于  $B$ ,  $DC \perp AF$  于  $C$ , 且  $DB = DC$ ,

$\therefore AD$  为  $\angle EAF$  的角平分线,

$\therefore \angle GAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 20^\circ,$

$\therefore \angle DGF = \angle GAD + \angle ADG = 150^\circ.$

20. 【答案】  $(1, -1)$ 、 $(1, 5)$ 、 $(5, -1)$

【解析】 如图所示, 满足条件的  $E$  点的坐标为  $(1, -1)$ 、 $(1, 5)$ 、 $(5, -1)$ .

