2022 北京一零九中初二（下）期中

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 函数 $y=\sqrt{x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是（　）

A. $x\neq 3$　　　　B. $x\geq 3$　　　　C. $x>3$　　　　D. x 为任意实数

2. 下列二次根式中，最简二次根式是（　　）

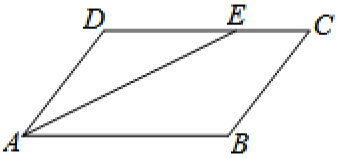
A. $\sqrt{20}$　　　　B. $\sqrt{2}$　　　　C. $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$　　　　D. $\sqrt{0.2}$

3. 下列图书馆　标志中，是中心对称图形的是（　）

A. 　　　　B. 

C. 　　　　D. 

4. 如图，在▱$ABCD$ 中，AE 平分∠BAD，交 CD 边于 E，AD=3，EC=2，则 AB 的长为（　　）



A. 5　　　　B. 3　　　　C. 2　　　　D. 1

5. 下列选项中，平行四边形不一定具有　性质是(　　)

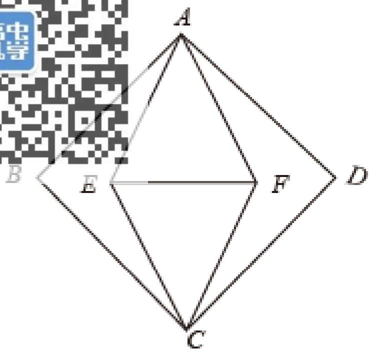
A. 两组对边分别平行　　　　B. 两组对边分别相等

C. 对角线互相平分　　　　D. 对角线相等

6. 以下列各组数为边长，能构成直角三角形的是（　　）

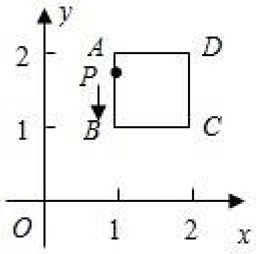
A. 1，$\sqrt{3}$，2　　　　B. 1，1，2　　　　C. 2，3，4　　　　D. 4，5，6

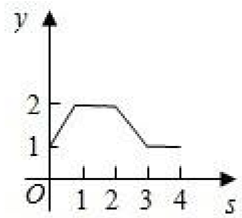
7. 如图，正方形 $ABCD$ 的面积为 8，菱形 $AECF$ 的面积为 4，则 EF 的长是（　　）

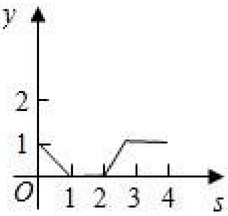


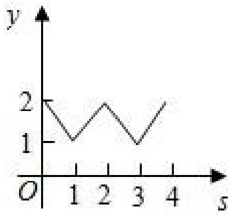
A. 4　　B. $\sqrt{5}$　　C. 2　　D. 1

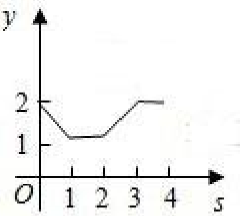
8. 如图，平面直角坐标系中，在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的边上有一动点 P 沿 $A\to B\to C\to D\to A$ 运动一周，则 P 的纵坐标 y 与点 P 走过的路程 s 之间的函数关系用图象表示大致是（　　）



A. 

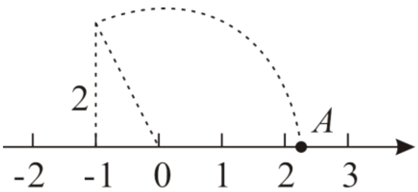
B. 

C. 

D. 

二、填空题（本题共 29 分，9-17 题每小题 3 分，18 题 2 分）

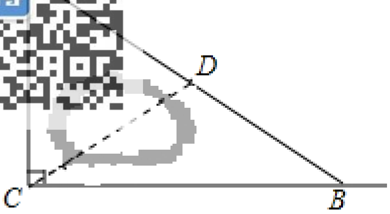
9. 如图，在数轴上点 A 表示的实数是____________________.



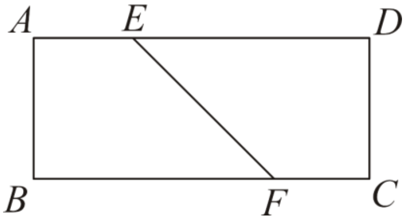
10. 若 $\sqrt{x+2}+\sqrt{y-3}=0$，则 xy 的值为______.

11. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,1), B(-1,1)$，如果以 A,B,C,O 为顶点　四边形是平行四边形，那么满足条件的所有点 C 的坐标为___________.

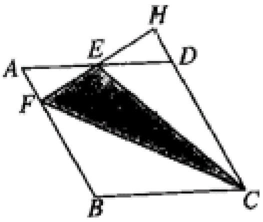
12. 笔直的公路 AB， AC， BC 如图所示， AC， BC 互相垂直， AB 的中点 D 与点 C 被建筑物隔开，若测得 AC 的长为 3km， BC 的长为 4km，则 C，D 之间的距离为_____ km .



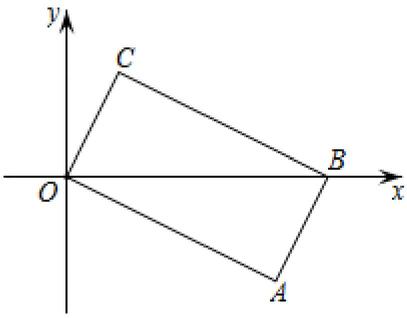
13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E，F 分别是 AD，BC 边上的点，$AE=CF$，$\angle EFB=45°$，若 $AB=6$，$BC=14$， 则 AE 的长为_____.



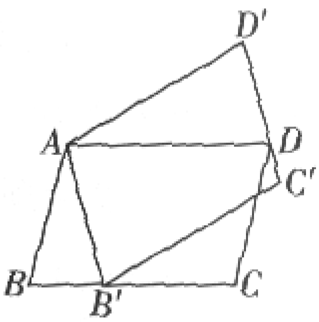
14. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=4$，$\angle A=60°$，过 AD 的中点 E 作 $EF\perp AB$，垂足为点 F，与 CD 的延长线相交于点 H，则 $DH=$_______，$S_{\triangle CEF}=$_______.



15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OABC$ 的顶点 A，C 的坐标分别是（4，-2），（1，2），点 B 在 x 轴上，则点 B 的横坐标是________.

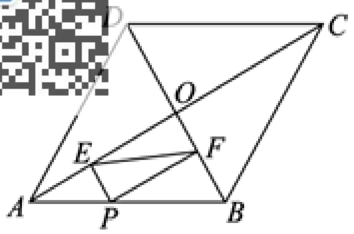


16. 如图，将▱$ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转 30°得到▱$AB'C'D'$，点 B'恰好落在 BC 边上，则$\angle DAB'=$__________°.



17. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，P 为 AB 边上一动点（不与点 A，B 重合），

$PE\perp OA$于点E，$PF\perp OB$于点F，若$AB=4$，$\angle BAD=60^\circ$，则EF的最小值为_________.



18. 下面是小明设计的“过三角形的一个顶点作该顶点对边的平行线”的尺规作图过程.

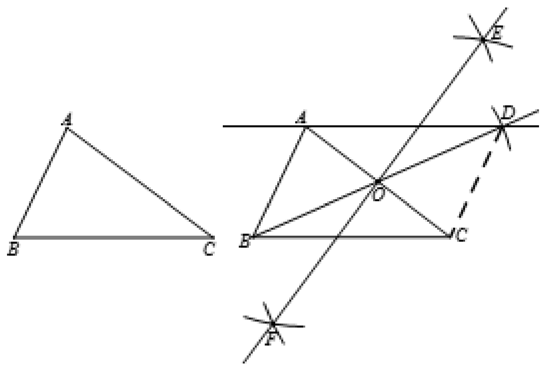


图1　　　图2

已知：如图1，$\triangle ABC$.

求作：直线AD，使$AD\parallel BC$.

作法：如图2：

①分别以点A、C为圆心，以大于$\frac{1}{2}AC$为半径作弧，两弧交于点E、F；

②作直线EF，交AC于点O；

③作射线BO，在射线BO上截取OD（B与D不重合），使得$OD=OB$；

④作直线AD.

∴ 直线AD就是所求作的平行线.

根据小明设计的尺规作图过程，完成下面的证明.

证明：连接CD.

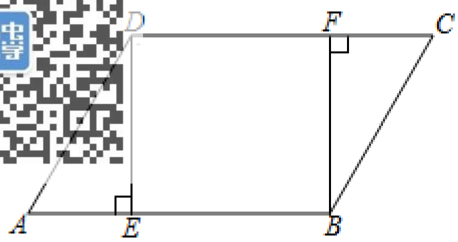
∵ $OA=OC$，$OB=OD$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形（　　　　　　　　　　　　）（填推理依据）.

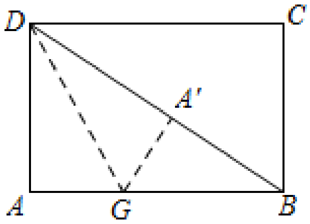
∴$AD\parallel BC$（　　　　　　　　　　　　　　　　　）（填推理依据）.

三、解答题（本题共55分，19题每小题4分共8分.20-23题每小题5分，24题6分，25-27题每小题7分）

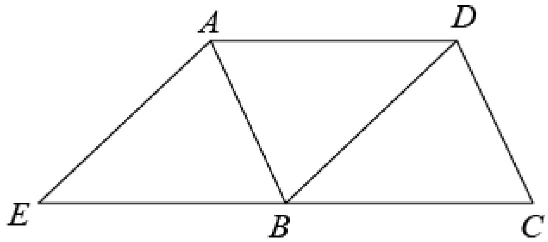
19. 如图，在▱$ABCD$中，$DE\perp AB$，$BF\perp CD$，垂足分别为E，F．求证：$BE=DF$.



20. 如图，矩形纸片 ABCD 中，AB=8，AD=6，折叠纸片使 AD 边落在对角线 BD 上，点 A 落在点 A′ 处，折痕为 DG，求 AG 的长.



21. 如图，在▱*ABCD* 中，*BD*＝*AD*，延长 *CB* 到点 *E*，使 *BE*＝*BD*，连接 *AE*.



（1）求证：四边形 *AEBD* 是菱形；

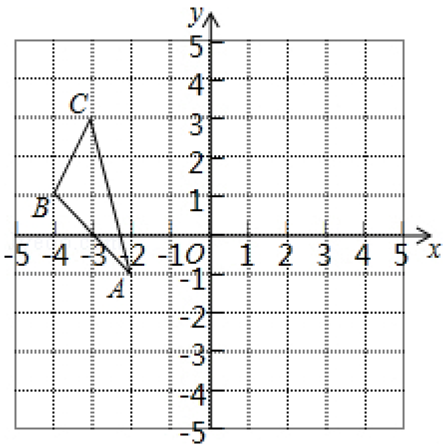
（2）连接 *DE* 交 *AB* 于点 *F*，若 $DC=\sqrt{10}$，$DC:DE=1:3$，求 *AD* 的长.

22. 如图，在平面直角坐标系 *xOy* 中，△*ABC* 三个顶点 坐标分别为 *A*（－2，－1），*B*（－4，1），*C*（－3，3）．△*ABC* 关于原点 *O* 对称的图形是△$A_1B_1C_1$.

（1）画出△$A_1B_1C_1$；

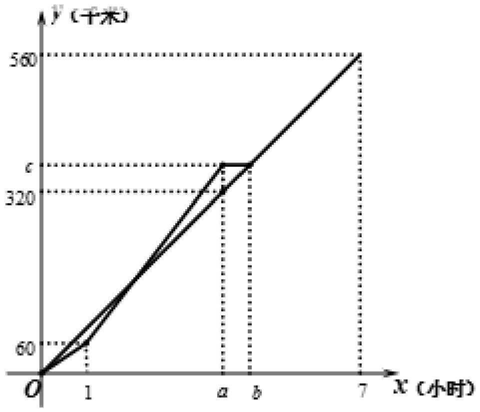
（2）*BC* 与 B_1C_1 的位置关系是________，AA_1 的长为________；

（3）若点 *P*（*a*，*b*）是△*ABC* 一边上的任意一点，则点 *P* 经过上述变换后的对应点 P_1 的坐标可表示为____________.



23. 学校组织初二年级学生去参加社会实践活动，学生分别乘坐甲车、乙车，从学校同时出发，沿同一路线前往目的地．在行驶过程中，甲车先匀速行驶 1 小时后，提高速度继续匀速行驶，当甲车超过乙车 40 千

米后停下来等候乙车，两车相遇后，甲车和乙车一起按乙车原来的速度匀速行驶到达目的地．如图是甲、乙两车行驶的全过程中经过的路程y（千米）与出发的时间x（小时）之间函数关系图象．根据图中提供的信息，解答下列问题：



（1）甲车行驶的路程为______千米；

（2）乙车行驶的速度为______千米／时，甲车等候乙车的时间为______小时；

（3）甲、乙两车出发________小时，第一次相遇；

（4）甲、乙两车出发________小时，相距20千米．

24. 已知，点E在正方形$ABCD$的AB边上（不与点A，B重合），BD是对角线，延长AB到点F，使$BF=AE$，过点E作BD的垂线，垂足为M，连接AM，CF．

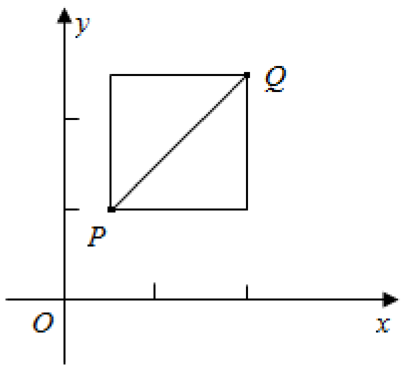
（1）根据题意补全图形，并证明$MB=ME$；

（2）①用等式表示线段AM与CF的数量关系，并证明；

②直接用等式表示线段AM，BM，DM之间的数量关系．

25. 在平面直角坐标系xOy中，对于点P，如果点Q满足条件：以线段PQ为对角线的正方形，且正方形的边分别与x轴，y轴平行，那么称点Q为点P的“和谐点”，如下图所示．

已知点$D(-1,2)$，$E(1,2)$，$F(-1,-2)$．



（1）已知点A的坐标是$(2,1)$．

①在D，E，F中，是点A的“和谐点”的是__________．

②已知点B的坐标为$(0,b)$，如果点B为点A的“和谐点”，求b的值；

（2）已知点$C(m,0)$，如果线段DE上存在一个点M，使得点M是点C的“和谐点”，直接写出m的

取值范围．

26．我们规定：一组邻边相等且对角互补的四边形叫作“完美四边形”．

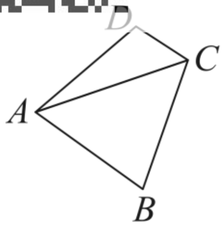


图1

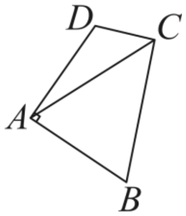


图2

（1）在①平行四边形② 菱形，③矩形，④正方形中，一定为“完美”四边形　是____（请填序号）；

（2）在“完美”四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle B+\angle D=180°$，连接 AC．

① 如图 1，求证：AC 平分$\angle BCD$；

②如图 2，当$\angle BAD=90°$，用等式表示线段 AC，BC，CD 之间的数量关系，并证明．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

1. 【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的性质：被开方数大于等于 0 可以确定 x 的取值范围.

【详解】函数 $y=\sqrt{x-3}$ 中 $x-3\geq 0$，

解得 $x\geq 3$，

故选：B.

【点睛】此题考查函数自变量的取值范围，正确列式是解题的关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据最简二次根式的定义逐项判断即可得.

【详解】A、$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，则 $\sqrt{20}$ 不是最简二次根式，此项不符题意；

B、$\sqrt{2}$ 是最简二次根式，此项符合题意；

C、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 不是最简二次根式，此项不符题意；

D、$\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\sqrt{0.2}$ 不是最简二次根式，此项不符题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了最简二次根式，熟记定义是解题关键.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据中心对称图形的概念判断即可.

【详解】解：A、不是中心对称图形，故此选项错误；

B、不是中心对称图形，故此选项错误；

C、是中心对称图形，故此选项正确；

D、不是中心对称图形，故此选项错误.

故选 C.

【点睛】此题主要考查了中心对称图形的概念．把一个图形绕某一点旋转 180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

4. 【答案】A

【解析】

【分析】首先证明 $DA=DE$，再根据平行四边形的性质即可解决问题.

【详解】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore BA \parallel CD$，$AB=CD$，

$\therefore \angle DEA=\angle EAB$，

$\because$ AE 平分 $\angle DAB$，

$\therefore \angle DAE=\angle EAB$，

$\therefore \angle DAE=\angle DEA$，

$\therefore DE=AD=3$，

$\therefore CD=CE+DE=2+3=5$，

$\therefore AB=5$.

故选：A.

【点睛】本题考查平行四边形的性质，等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活应用这些知识解决问题.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质：平行四边形的对边相等且平行，对角线互相平分，可得正确选项.

【详解】解：∵平行四边形的对边平行且相等，对角相等，对角线互相平分，

∴选项 A. B. C 正确，D 错误.

故选：D.

【点睛】本题考查平行四边形的性质，解题关键在于对平行四边形性质的理解.

6. 【答案】A

【解析】

【分析】根据勾股定理的逆定理的内容和三角形三边关系逐个判断即可.

【详解】解：A、∵$1^2+(\sqrt{3})^2=2^2$

∴以 1，$\sqrt{3}$，2 为边能组成直角三角形，故本选项符合题意

B、1+1＝2，不符合三角形三边关系定理，不能组成三角形，也不能组成直角三角形，故本选项不符合题意

C、∵$2^2+3^2\neq 4^2$

∴以 2，3，4 为边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意

D、∵$4^2+5^2\neq 6^2$

∴以 4，5，6 为边不能组成直角三角形，故本选项不符合题意

故选：A.

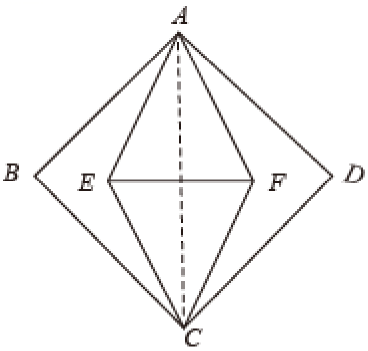
【点睛】本题主要考查勾股定理的逆定理及三角形三边关系，掌握勾股定理的逆定理及三角形三边关系是解题的关键.

7. 【答案】C

【解析】

【分析】连接AC，由正方形$ABCD$的面积求出AC的长，再由菱形的面积等于对角线乘积的一半求出EF的长即可．

【详解】解：连接AC，如下图所示：



∵正方形$ABCD$的面积为8，

∴$AD=2\sqrt{2}$，

∴在$Rt\triangle ACD$中，由勾股定理知：

$$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4,$$

∵菱形$AECF$的面积为4，

∴$\frac{1}{2}\times EF\times AC=4$，

∴$EF=2$．

故答案选：C．

【点睛】此题考查了正方形的性质，熟练掌握正方形和菱形的面积计算公式是解决此题的关键．

8．【答案】D

【解析】

【分析】根据点P的运动路线可得出点P纵坐标的变化，从而可确定函数图象．

【详解】解：∵点P在正方形$ABCD$的边上运动，

∴点P的纵坐标y与点P走过的路程s之间的函数关系的图象应该有四条，分别是：

①当点P在AB上，由点A运动到点B时，纵坐标y的值由2变为1；

②当点P在BC上，由点B运动到点C时，纵坐标y的值不变为1；

③当点P在CD上，由点C运动到点D时，纵坐标y的值由1变为2；

④当点P在DA上，由点D运动到点A时，纵坐标y的值不变为2；

由此可知选项D正确，

故选：D

【点睛】本题是一道动点的函数问题．主要考查了动点问题的函数图象问题，解决问题的关键是分解函数得出不同位置时的函数关系，进而得出图象．

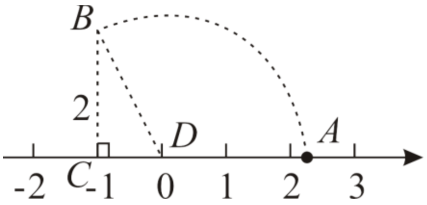
二、填空题（本题共 29 分，9-17 题每小题 3 分，18 题 2 分）

9.【答案】$\sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据勾股定理求出 BD 的长度，即可求得点 A 表示的实数.

【详解】解：如图，



在 $Rt\triangle BCD$ 中，由题意得，$CD=1$，$BC=2$，$\angle BCD=90°$，

根据勾股定理得：$BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

由图可知 $AD=BD=\sqrt{5}$，

∴点 A 表示的实数为 $\sqrt{5}$，

故答案为：$\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了实数与数轴，勾股定理，掌握直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方是解题的关键.

10.【答案】-6

【解析】

【分析】根据算术平方根的非负性求出 x 和 y，即可求解.

【详解】解：由题意得，$\sqrt{x+2}=0$，$\sqrt{y-3}=0$，

∴ $x+2=0$，$y-3=0$，

∴ $x=-2$，$y=3$，

∴ $xy=-2\times3=-6$，

故答案为：-6.

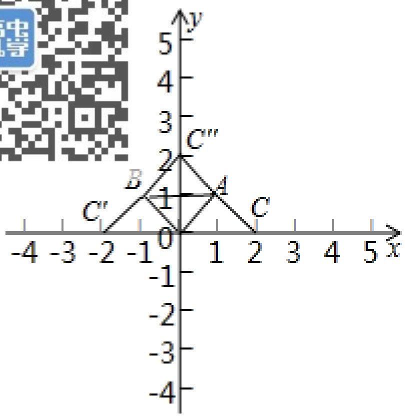
【点睛】本题考查算术平方根的非负性，掌握“非负数之和等于 0 时，各项都等于 0”是解题的关键.

11.【答案】$(-2,0),(2,0),(0,2)$

【解析】

【分析】需要分类讨论：以 AB 为该平行四边形的边和对角线两种情况.

【详解】解：如图，①当 AB 为该平行四边形的边时，$AB=OC$，



∵点 A（1，1），B（-1，1），O（0，0）

∴点 C 坐标（-2，0）或（2，0）

②当 AB 为该平行四边形的对角线时，C（0，2）.

故答案是：（-2，0）或（2，0）或（0，2）.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质和坐标与图形性质．解答本题关键要注意分两种情况进行求解.

12. 【答案】$\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】由勾股定理可得 AB=5，根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半，于是得到结论.

【详解】解：在 Rt△ABC 中，$AB^2=AC^2+CB^2$，

∵AC 的长为 3km，BC 的长为 4km，

∴AB=5km，

∵D 点是 AB 中点，

$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}km$.

故答案为：$\frac{5}{2}$

【点睛】本题考查了勾股定理和直角三角形斜边中线的性质，综合了直角三角形的线段求法，是一道很好的问题.

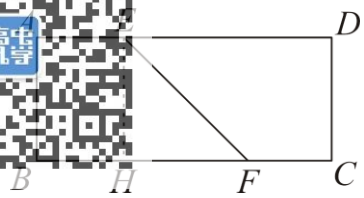
13. 【答案】4

【解析】

【分析】过 E 点作 $EH\perp BC$ 于 H 点，可证四边形 $ABHE$ 是矩形，得 $BH=AE$，$AB=EH=6$，再证△EFH 是等腰直角三角形，得到 $FH=EH=AB=6$．设 $AE=CF=a$，则 $BH=FC=a$，由 $BC=14$ 可列方程，即可求得答案.

根据 $BC=14$ 可构造关于 AE 的方程求解.

详解】解：过 E 点作 $EH\perp BC$ 于 H 点，则$\angle EHF=\angle BHE=90°$，



∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle A=\angle B=90°$，

∴四边形 $ABHE$ 是矩形，

∴$BH=AE$，$AB=EH=6$，

∵$\angle EFB=45°$，

∴$\angle FEH=90°-\angle EFB=45°$，

∴$\triangle EFH$ 是等腰直角三角形，

∴$FH=EH=AB=6$.

设 $AE=CF=a$，则 $BH=FC=a$，

∵$BC=14$，

∴$BH+HF+FC=14$，

∴$a+6+a=14$，解得 $a=4$.

即 $AE=4$.

故答案为：4.

【点睛】本题主要考查了矩形的判定与性质、等腰直角三角形的判定和性质、一元一次方程等知识，熟练掌握矩形的性质和等腰直角三角形的性质是解题的关键.

14. 【答案】　①. 1　②. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

【解析】

【分析】由菱形的性质可得 AB=AD=CD=4，AB∥CD，由“ASA”可证△AEF≌△DEH，可得 AF=HD=1，由三角形面积公式可求△CEF 的面积.

【详解】∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴ $AB=AD=CD=4$，$AB\parallel CD$.

∵点 E 是 AD 的中点，

∴ $AE=DE=2$.

∵ $EF\perp AB$，$\angle A=60°$，

∴ $\angle AEF=30°$，

∴ $AF=\frac{1}{2}AE=1$，$EF=\sqrt{3}$.

∵ $AB\parallel CD$，

∴ $\angle A=\angle ADH$，且 $AE=DE$，$\angle AEF=\angle DEH$，

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEH\left(ASA\right)$,

$\therefore AF = HD = 1$,

$\therefore CH = DC + DH = 5$.

$\therefore S_{\triangle CFE} = \frac{1}{2} EF \cdot CH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

故答案为：1，$\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

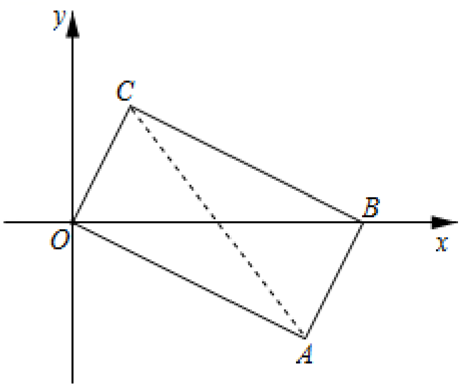
【点睛】此题考查菱形的性质，全等三角形的判定和性质，直角三角形的性质，证明 AF=HD=1 是解题的关键.

15. 【答案】5

【解析】

【分析】由两点距离公式可求 AC 的长，由矩形的性质可求 $OB=AC=5$，即可求解.

详解】解：连接 AC，



∵点 A（4，－2），点 C（1，2），

$\therefore AC=\sqrt{\left(4-1\right)^2+\left(-2-2\right)^2}=5$，

∵四边形 $ABCO$ 是矩形，

∴$OB=AC=5$，

∴点 B 的横坐标为 5，

故答案为：5.

【点睛】本题考查了矩形的性质，坐标与图形的性质，掌握矩形的对角线相等是解题的关键.

16. 【答案】75

【解析】

【详解】解：∵平行四边形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转 30°，得到平行四边形 $AB'C'D'$（点 B'与点 B 是对应点，点 C'与点 C 是对应点，点 D'与点 D 是对应点），

∴$AB=AB'$，$\angle BAB'=30°$，

∴$\angle B=\angle AB'B=$（180°-30°）÷2=75°，

∴$\angle DAB'=75°$.

故答案为：75.

17. 【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】连接OP，根据菱形 性质得到$AC\perp BD$，$\angle CAB=\frac{1}{2}\angle DAB=30^{\circ}$，根据矩形的判定定理得到四边形$OEPF$是矩形，求得$EF=OP$，当$OP\perp AB$时，$OP$最小，根据三角形的面积公式结论得到结论.

【详解】解：连接OP ，

$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AC\perp BD$，$\angle CAB=\frac{1}{2}\angle DAB=30^{\circ}$，

$\because PE\perp OA$，，

$\therefore \angle EOF=\angle OEP=\angle OFP=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形$OEPF$是矩形，

$\therefore EF=OP$，

$\because$当OP取最小值时，EF的值最小，

$\therefore$当$OP\perp AB$时，OP最小，

$\because AB=4$，

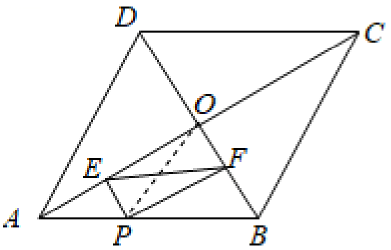
$\therefore OB=\frac{1}{2}AB=2$，$OA=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=2\sqrt{3}$，

$\therefore S_{\Delta ABO=}\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{1}{2}AB\cdot OP$，

$\therefore OP=\frac{2\times 2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$，

$\therefore EF$的最小值为$\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}$.



【点睛】本题考查了矩形的判定和性质，垂线段最短，菱形的性质，熟练掌握垂线段最短是解题的关键.

18. 【答案】 ①. 对角线互相平分的四边形是平行四边形 ②. 平行四边形对边平行

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定及性质依次判断即可.

【详解】证明：连接 CD，

∵OA=OC， OB=OD，

∴四边形 ABCD 是平行四边形(对角线互相平分的四边形是平行四边形)，

∴AD∥BC (平行四边形的对边平行)，

故答案为：对角线互相平分的四边形是平行四边形；平行四边形的对边平行.

【点睛】此题考查平行四边形的判定与性质，熟记定理是解题的关键.

三、解答题（本题共 55 分，19 题每小题 4 分共 8 分.20-23 题每小题 5 分，24 题 6 分，25-27 题每小题 7 分）

19. 【答案】见解析.

【解析】

【分析】由平行四边形的对边平行得到 DC 与 AB 平行，得到∠CDE 为直角，利用三个角为直角的四边形为矩形即可得证.

【详解】证明∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴$CD∥AB$，

∴$\angle CDE+\angle DEB=180°$，

∵$DE\perp AB$，$BF\perp CD$，

∴$\angle CDE=90°$，

∴$\angle CDE=\angle DEB=\angle BFD=90°$，

则四边形 $BFDE$ 为矩形，

∴$BE=DF$.

【点睛】此题考查了矩形的判定，以及平行四边形的性质，熟练掌握矩形的判定方法是解本题的关键.

20. 【答案】AG=3.

【解析】

【分析】由折叠的性质得∠BA′G=∠DA′G=∠A=90°，A′D=6，由勾股定理得 BD=10，得出 A′B=4，设 AG=A′G=x，则 GB=8−x，由勾股定理得出方程，解方程即可得出结果.

【详解】∵矩形 ABCD 折叠后 AD 边落在 BD 上，

∴∠BA′G=∠DA′G=∠A=90°，

∵AB=8，AD=6，

∴A′D=6，BD=$\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

∴A′B=4，

设 AG=A′G=x，则 GB=8−x，

由勾股定理得：$x^2+4^2=(8-x)^2$，解得：x=3，

∴AG=3.

【点睛】本题主要考查折叠的性质、矩形的性质、勾股定理，熟练掌握折叠的性质、勾股定理是解题的关键.

21. 【答案】（1）证明见解析

（2）$AD=5$

【解析】

【分析】（1）证四边形 $AEBD$ 是平行四边形，再因为 $BE=BD$，即可由菱形的判定定理得出结论；

（2）连接 DE 交 AB 于 F，根据四边形 $AEBD$ 是菱形，得出 $AB\perp DE$，从而证得 $\angle EDC=\angle EFB=90°$.得用勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∵$DB=DA$， $BE=BD$，

∴$AD=BE$，

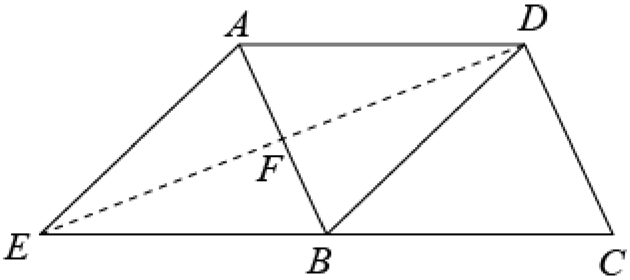
∴四边形 $AEBD$ 是平行四边形，

∵$BE=BD$，

∴四边形 $AEBD$ 是菱形

【小问 2 详解】

解：如图，连接 DE 交 AB 于 F，



∵四边形 $AEBD$ 是菱形，

∴$AB\perp DE$，

∴$\angle EFB=90°$.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB\parallel DC$.

∴$\angle EDC=\angle EFB=90°$.

∵$DC=\sqrt{10}$，DC：$DE=1$：3，

∴$DE=3\sqrt{10}$.

在 $Rt\triangle EDC$ 中，根据勾股定理可得 $EC=\sqrt{ED^2+DC^2}=10$

∴$AD=5$.

【点睛】本题考查平行四边形的性质，菱形的判定与性质，勾股定理，熟练掌握平行四边形的性质，菱形的判定与性质是解题词的关键.

22. 【答案】（1）见解析；（2）$BC // B_1C_1$，$2\sqrt{5}$；（3）（$-a$，$-b$））

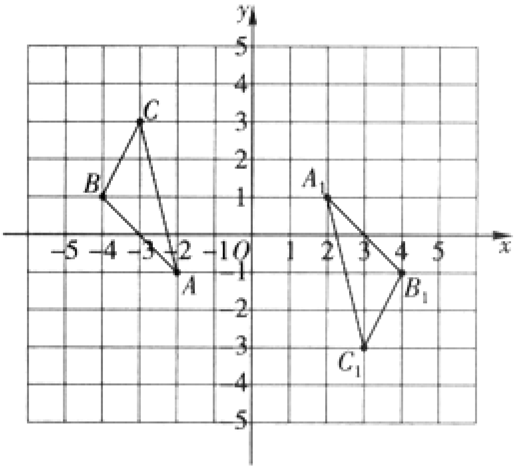
【解析】

【分析】（1）根据中心对的两个图形对应点的坐标互为相反数画出图形即可；

（2）根据图形可得出 $BC // B_1C_1$，根据勾股定理得出 AA_1 的长为 $2\sqrt{5}$；

（3）根据中心对的两个图形对应点的坐标互为相反数得出 P_1 的坐标 $(-a,-b)$．

【详解】解：（1）如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



（2）$\because B$（-4,1），C（-3,3），$B_1(4,-1), C_1(3,-3)$，

$\therefore BC // B_1C_1$，

$AA_1=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$；

故答案为 $BC // B_1C_1$，$2\sqrt{5}$；

（3）$\because$ 点 P（a，b）是$\triangle ABC$ 一边上的任意一点，$\triangle ABC$ 关于原点 O 对称的图形是$\triangle A_1B_1C_1$．

$\therefore$ 点 P 经过上述变换后的对应点 P_1 的坐标可表示为 $(-a,-b)$，

故答案为 $(-a,-b)$．

23. 【答案】(1) 560；(2) 80，0.5；(3) 2；(4) 1， 3，4.25.

【解析】

【分析】(1)根据函数图象中的数据可以写出甲行驶的路程；

(2)根据函数图象中的数据可以求得乙车行驶的速度和甲等候乙车的时间；

(3)根据函数图象中的数据可以计算出甲、乙两车第一次相遇的时间；

(4)根据题意可以计算出两车相距 20 千米时行驶的时间.

【详解】(1)由图象可得，

甲行驶的路程为 560 千米，

故答案为： 560；

(2) 乙车行驶的速度为：$560\div7=80$ 千米/时， 甲车等候乙车的时间为：$40\div80=0.5$ 小时，

故答案为：80，0.5；

(3) $a=320\div80=4$， $c=320+40=360$，

当$1<x\le 4$时，甲车的速度是: (360-60) ÷ (4-1) =100千米/时，

设甲、乙两车c小时时，两车第一次相遇，80c=60+100 (c-1)，

解得：c=2，

故答案为：2；

(4) 当甲、乙两车行驶t小时时，相距20千米，

当$0\le x\le 1$时，80t-60t=20，得t=1，

当$1<x\le 4$时，$\left|100(t-1)+60-80t\right|=20$，解得t=1（舍去），t=3，

当$4<x\le 4.5$时，360-80t=20，解得t=4.25，

综上，当甲、乙两车行驶1小时、3小时或4.25小时，两车相距20千米，

故答案为：1，3，4.25.

【点睛】此题考查一次函数的应用，正确理解函数图象的意义，根据图象提供的信息正确计算是解题的关键.

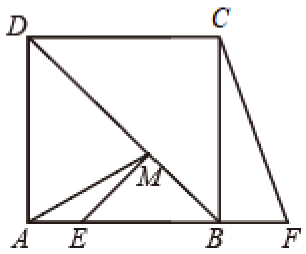
24. 【答案】(1）见解析；(2）①$\sqrt{2}AM=FC$，证明见解析；②$DM^2+BM^2=2AM^2$

【解析】

【分析】(1）证ΔBEM 等腰直角三角形即可得；

(2）①先证$\Delta AEM\cong\Delta FBM$得$\mathrm{AM}=\mathrm{FM}$，由$AE=BF$知$EF=BC=AB$，证$\Delta MEF\cong\Delta MBC$得$\angle EMF=\angle BMC$，$FM=MC$，由$\angle FMC=90^\circ$知$\Delta FCM$是等腰直角三角形，从而得$FC=\sqrt{2}MF=\sqrt{2}AM$；②连接$DE$，证四边形$CDEF$是平行四边形得$DE=CF$，由$CF=\sqrt{2}MF$，$MF=AM$知$DE=\sqrt{2}AM$，结合$BM=EM$，$\angle DME=90^\circ$得$DM^2+EM^2=DE^2$，从而得出答案.

【详解】解：(1）如图所示，



$\because$四边形$ABCD$是正方形，BD是对角线，

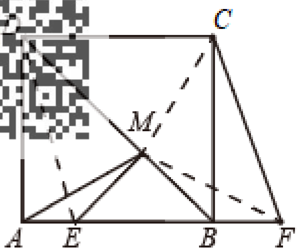
$\therefore\angle ABD=45^\circ$，

$\because BM\perp BD$，

$\therefore\Delta BEM$是等腰直角三角形，

$\therefore MB=ME$；

(2）①如图所示，连接CM、FM，



$\because \Delta BEM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore MB = ME$， $\angle ABM = \angle BEM = 45°$，

$\therefore \angle AEM = \angle FBM = 135°$，

又$\because AE = FB$，

$\therefore \Delta AEM \cong \Delta FBM(SAS)$，

$\therefore AM = FM$，

$\because AE = BF$，

$\therefore EF = AB = BC$，

$\because \angle MBC = \angle BEM = 45°$

$\therefore \Delta MEF \cong \Delta MBC(SAS)$，

$\therefore \angle EMF = \angle BMC$， $FM = MC$，

$\therefore \angle FMC = 90°$，

$\therefore \Delta FCM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore FC = \sqrt{2}MF = \sqrt{2}AM$，

即 $\sqrt{2}AM = FC$；

② $DM^2 + BM^2 = 2AM^2$，理由如下：

如图，连接 DE，

$\because AE = BF$，

$\therefore AE + BE = BF + BE = EF$，

又$\because DC // AB$ 且 $DC = AB$，

$\therefore DC = EF$， $DC // EF$，

$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 是平行四边形，

$\therefore \mathrm{DE} = \mathrm{CF}$，

$\because CF = \sqrt{2}MF$， $MF = AM$，

$\therefore DE = \sqrt{2}AM$，

又 $BM = EM$， $\angle DME = 90°$，

$\therefore DM^2 + EM^2 = DE^2$，

则 $DM^2 + BM^2 = 2AM^2$．

【点睛】本题是四边形的综合问题，解题的关键是掌握正方形的性质、全等三角形与等腰直角三角形及平

行四边形的判定与性质、勾股定理等知识点．

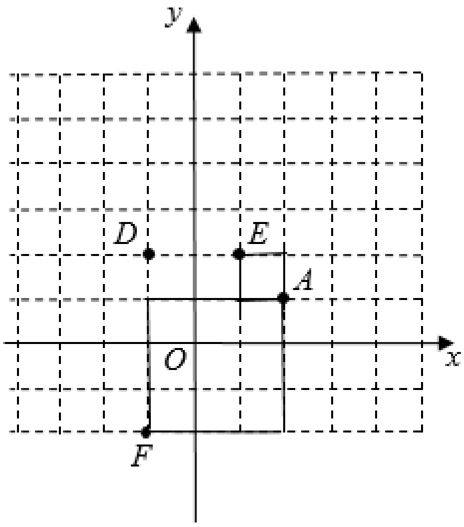
25．【答案】（1）①E，F；②$b=-1$或$b=3$；（2）$-3\le m\le -1$或$1\le m\le 3$

【解析】

【分析】（1）①画出图形，根据"和谐点"的定义判断即可；②画出图形，根据"和谐点"的定义解决问题即可；

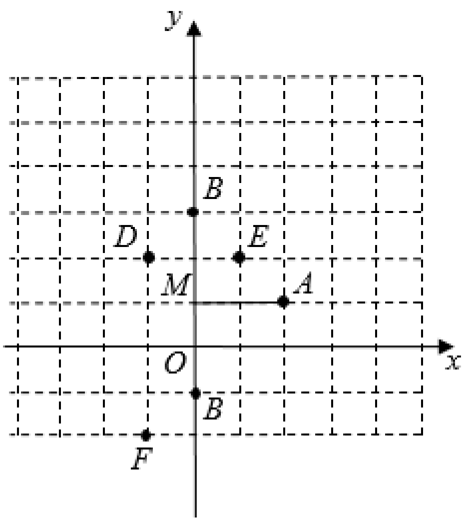
（2）作出点D，E的"和谐点"，利用图象法可得结论．

【详解】解：（1）①如图，在D，E，F中，是点A的"和谐点"的是点E，点F，



故答案为：点E，点F；

② 过点A作$AM\perp y$轴于点M，如图，



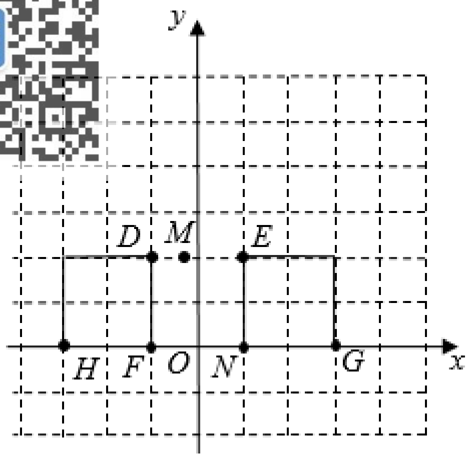
$\therefore$点M的坐标为$(0,1)$且$AM=2$，

$\because$点B为点A的"和谐点"，

$\therefore BM=2$，

$\therefore b=-1$或$b=3$

（2）如图，



观察图形可知，点 M 在线段 DE 上，

∴点 M 的"和谐点"在线段 HF 和 NG 上，且 H（-3，0），F（-1，0），N（1，0），G（3，0）

∴ m 的取值范围为：$-3\le m\le -1$ 或 $1\le m\le 3$．

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，“和谐点”的定义等知识，解题的关键是学会利用图象法解决问题．

26. 【答案】（1）④　　（2）①证明见解析；② $\sqrt{2}AC=BC+CD$，证明见解析

【解析】

【分析】（1）根据各种图形的性质，由“完美四边形”定义可求解；

（2）①延长 CB 到点 E，使得 $BE=CD$，连接 AE，先证明△ADC≌△ABE（SAS），得到∠ACD=∠AEB，AC=AE，进进一步得到∠ACB=∠AEB，结论得证；

②延长 CB 到点 E，使得 $BE=CD$，连接 AE，先证明△ADC≌△ABE（SAS），得到∠CAD=∠BAE，AC=AE，CD=BE，即△ACE 为等腰三角形．再证△ACE 是等腰直角三角形．由勾股定理得到 $CE^2=AC^2+AE^2=2AC^2$，进一步即可得到结论．

【小问 1 详解】

解：∵平行四边形的一组邻边不一定相等且对角不一定互补，菱形的邻边相等但对角不一定互补，矩形的对角互补但邻边不一定相等，正方形的邻边相等且对角互补，

∴由“完美四边形”的定义可得正方形一定是“完美四边形”，①②③都不一定是“完美四边形”．

故答案为：④

【小问 2 详解】

①证明：如图①，延长 CB 到点 E，使得 $BE=CD$，连接 AE，

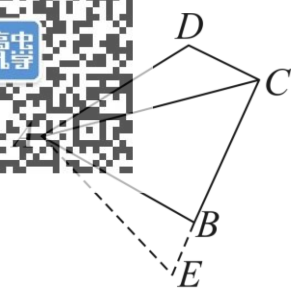


图1

∵ $\angle ADC+\angle ABC=180°$，$\angle ABE+\angle ABC=180°$，

∴ $\angle ADC=\angle ABE$，

∵ $AB=AD$，

∴ $\triangle ADC\cong\triangle ABE$（SAS），

∴ $\angle ACD=\angle AEB$，$AC=AE$，

∴ $\angle ACB=\angle AEB$.

∴ $\angle ACD=\angle ACB$.

即 AC 平分 $\angle BCD$；

② $\sqrt{2}AC=BC+CD$.

理由如下：如图②，延长 CB 到点 E，使得 $BE=CD$，连接 AE，

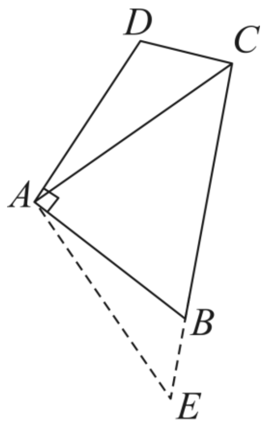


图2

∵ $\angle ADC+\angle ABC=180°$，$\angle ABE+\angle ABC=180°$，

∴ $\angle ADC=\angle ABE$，

∵ $AB=AD$，

∴ $\triangle ADC\cong\triangle ABE$（SAS），

∴ $\angle CAD=\angle BAE$，$AC=AE$，$CD=BE$，

∴ $\triangle ACE$ 为等腰三角形.

∵ $\angle BAD=\angle CAD+\angle BAC=90°$，

∴ $\angle EAC=\angle BAE+\angle BAC=\angle 90°$

∴ $\triangle ACE$ 是等腰直角三角形.

∴ $CE^2=AC^2+AE^2=2AC^2$，

$\therefore CE=\sqrt{2}AC$.

$\because CE=BC+BE=BC+CD$,

$\therefore \sqrt{2}AC=BC+CD$.

【点睛】本题是四边形综合题，考查了平行四边形的性质，矩形的性质，菱形的性质，正方形的性质，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质、勾股定理等知识，添加恰当辅助线构造全等三角形是本题的关键.