



2022 北京丰台初一（下）期末 数 学

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 在下面四个关于“冰墩墩”的图形中，可以由右图经过平移得到的是（ ）



2. 下列调查方式，你认为最合适的是（ ）

- A. 对某地区饮用水矿物质含量的调查，采用抽样调查方式
- B. 旅客上飞机前的安全检查，采用抽样调查方式
- C. 对某班学生的校服尺寸大小的调查，采用抽样调查方式
- D. 调查某批次汽车的抗撞击能力，采用全面调查方式

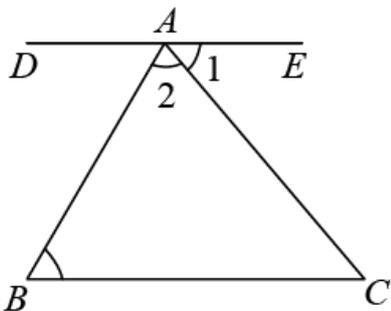
3. 下列实数中为无理数的是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $0.\dot{3}$
- C. $\sqrt{4}$
- D. $\sqrt{5}$

4. 下列命题中为假命题的是（ ）

- A. 对顶角相等
- B. 两条平行线被第三条直线所截，同旁内角相等
- C. 在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行
- D. 如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行

5. 如图，直线 DE 过点 A ，且 $DE \parallel BC$ 。若 $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



- A. 50°
- B. 60°
- C. 70°
- D. 80°



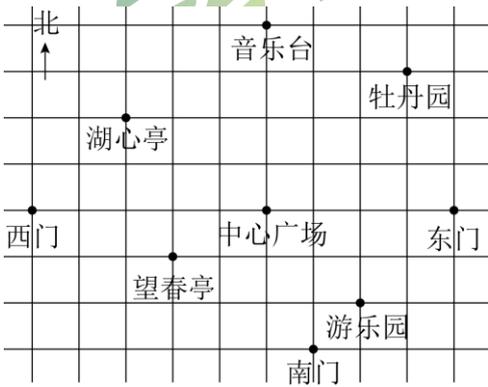
6. 如果 $a > b$ ，那么下列不等式成立的是（ ）

- A. $a + 2 < b + 2$ B. $-2a < -2b$ C. $\frac{1}{2}a < \frac{1}{2}b$ D. $a^2 > b^2$

7. 被历代数学家尊为“算经之首”的《九章算术》是中国古代算法的扛鼎之作。书中记载：“今有五雀、六燕，集称之衡，雀俱重，燕俱轻。一雀一燕交而处，衡适平。并燕、雀重一斤。问燕、雀一枚各重几何？”原文大意为：“现在有 5 只雀、6 只燕，分别集中放在天平上称重，聚在一起的雀重燕轻。将一只雀一只燕交换位置而放，重量相等，5 只雀和 6 只燕共重 1 斤，问雀和燕各重多少？”设雀每只 x 斤，燕每只 y 斤，则可列出方程组为（ ）

- A. $\begin{cases} 5x + 6y = 1 \\ 4x + y = 5y + x \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x + 6y = 1 \\ 5x + y = 6y + x \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 6x + 5y = 1 \\ 5x + y = 4y + x \end{cases}$ D. $\begin{cases} 6x + 5y = 1 \\ 6x + y = 5y + x \end{cases}$

8. 某学校组织初一学生去景区参加实践活动，学生张明和李华对着景区示意图（图中每个小正方形的边长均为 100m）描述景点牡丹园的位置。张明说：“牡丹园的坐标是 $(300, 300)$ ”，李华说“牡丹园在中心广场东北方向约 420m 处”。如果两人的说法都是正确的，根据以上信息，下列说法中错误的是（ ）



- A. 西门的坐标可能是 $(-500, 0)$
 B. 湖心亭的坐标可能是 $(-300, 200)$
 C. 中心广场在音乐台正南方向约 400m 处
 D. 南门在游乐园东北方向约 140m 处

9. 大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“美学”。如图， $\frac{BP}{AP}$ 的值接近黄金比

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，则黄金比（ ）（参考数据： $2.1^2 = 4.41$ ， $2.2^2 = 4.84$ ， $2.3^2 = 5.29$ ， $2.4^2 = 5.76$ ）



- A. 在 0.1 到 0.3 之间
- B. 在 0.3 到 0.5 之间
- C. 在 0.5 到 0.7 之间
- D. 在 0.7 到 0.9 之间

10. 定义 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数，例如： $[3.1]=3$ 。给出下列结论：

- ① $[-1.2]=-2$;
- ② 若 $[x]=3$ ，则 $3 \leq x < 4$;
- ③ 若 $1.5 \leq x \leq 2$ ，则 $[x]=1$;
- ④ 若 $[x]=2$ ， $[y]=4$ ，则 $6 \leq [x+y] < 8$ 。

其中正确的个数是 ()

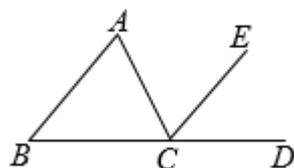
- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

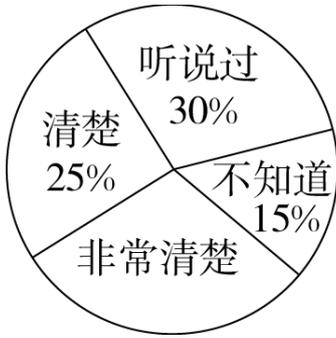
11. 16 的算术平方根是_____。

12. 已知 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax+y=2$ 的解，则 a 的值为_____。

13. 如图，点 C 在射线 BD 上，请你添加一个条件_____，使得 $AB \parallel CE$ 。



14. 某学校为调查学生对《中华人民共和国未成年人保护法》了解的情况，随机抽取部分学生进行调查，并将调查结果绘制成扇形统计图。如图，对该法“非常清楚”的学生对应扇形的圆心角度数为_____。



15. 关于 x 的不等式 $ax < b$ 解集是 $x > \frac{b}{a}$, 写出一组满足 a, b 的值, $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 不等式 $3x \geq 2(x-1)$ 的负整数解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 已知 $A(2,5)$, $B(m,0)$ 是平面直角坐标系 xOy 中的两点, 这两点之间的距离的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 某咖啡店提供三种咖啡, 其对应两种容量的价格如下表所示:

咖啡品种	中杯 (300ml)	大杯 (450ml)
A	30 元/杯	45 元/杯
B	34 元/杯	55 元/杯
C	45 元/杯	65 元/杯

咖啡店开展回馈活动, 凡自备容器购买咖啡者, 每种中杯咖啡价格可减免 2 元、大杯咖啡价格可减免 5 元.

请根据上述信息, 回答下列问题:

(1) 店长收到顾客反映, 有的咖啡品种在自备容器后, 同种大杯咖啡的每毫升价格还是比中杯的贵, 请问是表中的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 品种 (填 “A”, “B” 或 “C”);

(2) 若要让所有咖啡品种在自备容器后, 同种大杯咖啡的每毫升价格都比中杯的便宜, 则应将大杯咖啡的价格至少减免 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元 (减免的钱数为整数).

三、解答题 (本题共 54 分, 第 19-21 题, 每小题 5 分, 第 22-25 题, 每小题 6 分, 第 26 题 8 分, 第 27 题 7 分)

19. 计算: $\sqrt[3]{8} + |-\sqrt{3}| + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{3}$.

20. 解方程组: $\begin{cases} 2x - y = 7 \text{ ①} \\ 3x + 2y = 0 \text{ ②} \end{cases}$

21. 解不等式组: $\begin{cases} 4x \geq 3x - 1, \\ \frac{5x - 4}{3} < 2x. \end{cases}$

22. 补全解题过程.

已知: 如图, $BD \perp AC$ 于点 D , $EF \perp AC$ 于点 F , $\angle 1 = \angle 2$.



求证： $GD \parallel BC$.

证明： $\because BD \perp AC, EF \perp AC,$

$\therefore \angle BDC = \angle EFC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$

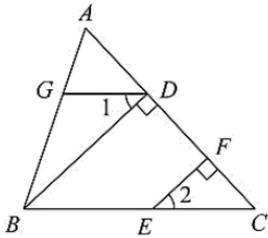
$\therefore BD \parallel EF$ () (填推理依据).

$\therefore \angle 2 = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ () (填推理依据).

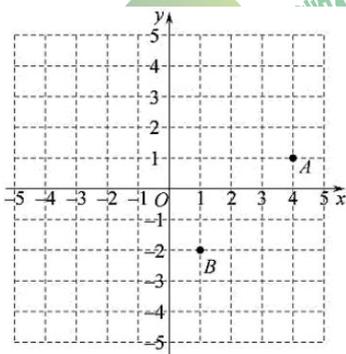
又 $\because \angle 1 = \angle 2,$

$\therefore \angle 1 = \angle \underline{\hspace{2cm}}.$

$\therefore GD \parallel BC$ () (填推理依据).



23. 如图，平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(4,1), B(1,-2)$ ，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C .



(1) 画出线段 BC ，并写出点 C 的坐标；

(2) 连接 AB, AC ，得到三角形 ABC . 平移三角形 ABC ，使得点 A 与点 O 重合，点 B, C 的对应点分别是 B_1, C_1 ，画出三角形 OB_1C_1 ；

(3) 直接写出三角形 OB_1C_1 的面积.

24. 科技改变世界，随着电子商务的高速发展，快递分拣机器人应运而生. 某快递公司启用 A 种机器人 80 台， B 种机器人 100 台，1 小时共可以分拣 8200 件包裹；启用 A, B 两种机器人各 50 台，1 小时共可以分拣 4500 件包裹.

(1) 求 A, B 两种机器人每台每小时各分拣多少件包裹；

(2) 快递公司计划再购进 A, B 两种机器人共 200 台. 若要保证购进的这批机器人每小时的总分拣量不少于 9000 件，求最多应购进 A 种机器人的台数.

25. 某学校为了合理地安排学生体育锻炼，需要掌握学生每天课后进行体育锻炼时间的大致情况. 在 4 月份某天随机抽取了若干名学生进行调查，发现被调查的学生当天课后进行体育锻炼的时间都不超过 100 分钟. 现将调查结果绘制成两幅尚不完整的统计图表.

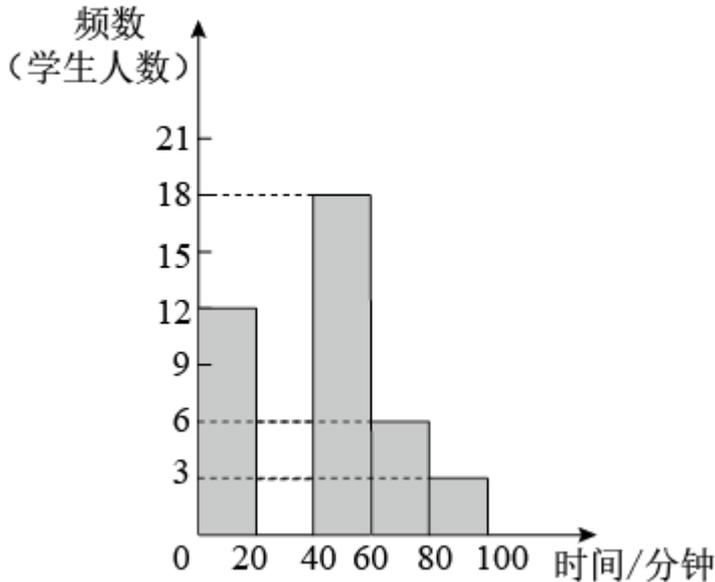


课后体育锻炼时间频数分布表

组别	锻炼时间（分钟）	频数（学生人数）	百分比
A	$0 \leq x \leq 20$	12	20%
B	$20 < x \leq 40$	a	35%
C	$40 < x \leq 60$	18	b
D	$60 < x \leq 80$	6	10%
E	$80 < x \leq 100$	3	5%

北京中考在线
微信号：BJ_zkao

课后体育锻炼时间频数分布直方图



北京中考在线
微信号：BJ_zkao

根据以上信息，回答下列问题：

- 直接写出本次调查的样本容量，以及频数分布表中 a ， b 的值；
- 补全频数分布直方图；
- 若该校学生共有 2200 人，估计该校当天课后体育锻炼时间超过 60 分钟的学生人数。

26. 阅读下列材料：

如图 1， $AB \parallel CD$ ， E ， F 分别是 AB ， CD 上的点，点 P 在 AB ， CD 之间，连接 PE ， PF 。用等式表示 $\angle AEP$ ， $\angle EPF$ 与 $\angle CFP$ 的数量关系。

小刚通过观察，实验，提出猜想： $\angle EPF = \angle AEP + \angle CFP$ 。

接着他对猜想 结论进行了证明，证明思路是：

过点 P 作 $PM \parallel AB$ ，由 $AB \parallel CD$ ，可得 $PM \parallel CD$ ，根据平行线的性质，可得 $\angle 1 = \angle AEP$ ， $\angle 2 = \angle CFP$ ，从而证得 $\angle EPF = \angle AEP + \angle CFP$ 。

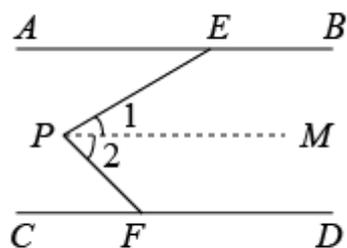


图1

请你利用小刚得到的结论或解题思路，完成下列问题。

已知 $AB \parallel CD$ ， E ， F 分别是 AB ， CD 上的点，点 P 在 AB ， CD 之间，连接 PE ， PF 。

(1) 如图 2，若 $\angle AEP = 45^\circ$ ， $\angle EPF = 80^\circ$ ，则 $\angle PFD$ 的度数为 ；

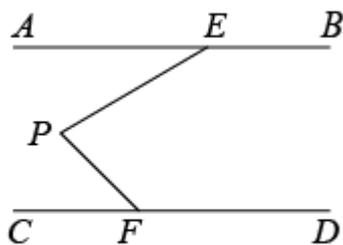


图2

(2) 如图 3， $\angle AEP$ 与 $\angle CFP$ 的平分线交于点 Q ，用等式表示 $\angle EPF$ 与 $\angle EQF$ 的数量关系，并证明；

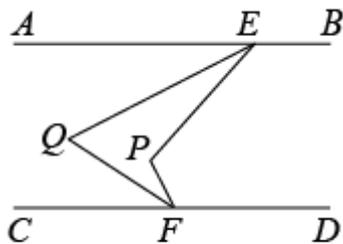


图3

(3) 如图 4， $\angle AEP$ 与 $\angle CFP$ 的平分线交于点 Q ，直接用等式表示 $\angle EPF$ 与 $\angle EQF$ 的数量关系。

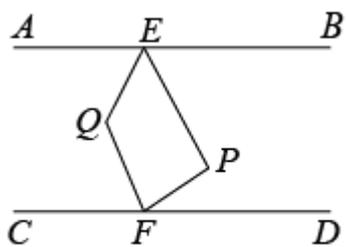
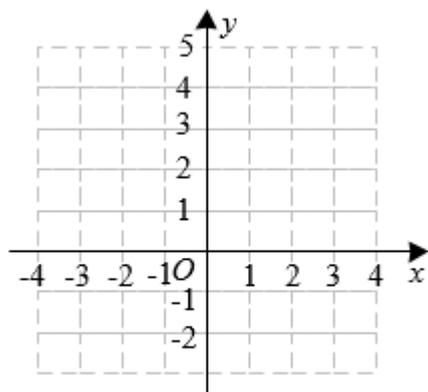


图4

27. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ ，定义 $k|x_1 - x_2| + (1-k)|y_1 - y_2|$ 为点 M 和点 N 的“ k 阶距离”，其中 $0 \leq k \leq 1$ 。例如：点 $M(1, 3)$ ， $N(-2, 4)$ 的“ $\frac{1}{5}$ 阶距离”为



$$\frac{1}{5}|1-(-2)| + \frac{4}{5}|3-4| = \frac{7}{5}. \text{ 已知点 } A(-1,2).$$



备用图

- (1) 若点 $B(0,4)$ ，求点 A 和点 B 的“ $\frac{1}{4}$ 阶距离”；
- (2) 若点 B 在 x 轴上，且点 A 和点 B 的“ $\frac{1}{3}$ 阶距离”为 4，求点 B 的坐标；
- (3) 若点 $B(a,b)$ ，且点 A 和点 B “ $\frac{1}{2}$ 阶距离”为 1，直接写出 $a+b$ 的取值范围.



参考答案

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据平移的性质即可求解.

【详解】根据平移的性质，平移后不改变图形的形状和大小，也不改变图形的方向（角度），符合条件的只有 C.

故选 C

【点睛】本题考查了平移的性质，掌握平移的性质是解题的关键.

2. 【答案】A

【解析】

【分析】由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似.

【详解】解：A、了解某地区饮用水矿物质含量的情况，采用抽样调查方式，符合题意；

B、旅客上飞机前的安检，应采用全面调查方式，故此选项不符合题意；

C、对某班学生的校服尺寸大小的调查，应采用全面调查方式，故此选项不符合题意；

D、调查某批次汽车的抗撞击能力，应采用抽样调查方式，故此选项不符合题意.

故选：A.

【点睛】本题考查了抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】根据无理数的定义，“无限不循环的小数是无理数”逐个分析判断即可.

【详解】解：在 $\frac{1}{2}$ ， $0.\dot{3}$ ， $\sqrt{4}=2$ ， $\sqrt{5}$ 中，

$\frac{1}{2}$ ， $0.\dot{3}$ ， $\sqrt{4}=2$ 是有理数， $\sqrt{5}$ 是无理数，

故选 D

【点睛】本题考查了无理数，解答本题的关键掌握无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】利用对顶角的性质、平行线的性质、平行公理等知识分别判断后即可确定正确的选项.

【详解】解：A、对顶角相等，正确，是真命题；

B、两条平行直线被第三条直线所截，同旁内角互补，故错误，是假命题；



C、在同一平面内，垂直于同条直线的两条直线互相平行，正确，是真命题；

D、如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行，正确，是真命题，

故选：B.

【点睛】考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解对顶角的性质、平行线的性质与判定、平行公理等知识，难度不大.

5. 【答案】C

【解析】

【分析】根据两直线平行同旁内角互补求出 $\angle BAE$ ，即可求出 $\angle 2$.

【详解】 $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle B + \angle BAE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 180^\circ - \angle B = 120^\circ,$$

$$\text{即: } \angle 1 + \angle 2 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 120^\circ - \angle 1 = 70^\circ,$$

故选：C.

【点睛】本题考查平行线的性质，熟记平行线的基本性质是解题关键.

6. 【答案】B

【解析】

【分析】根据不等式的性质即可一一判定.

【详解】解：A. $\because a > b$, $\therefore a + 2 > b + 2$, 故该选项不成立；

B. $\because a > b$, $\therefore -2a < -2b$, 故该选项成立；

C. $\because a > b$, $\therefore \frac{1}{2}a > \frac{1}{2}b$, 故该选项不成立；

D. 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ 不一定成立, 如 $a = -2$, $b = -3$, $-2 > -3$, 但 $(-2)^2 < (-3)^2$, 故该选项不成立；

故选：B.

【点睛】本题考查了不等式的性质，熟练掌握和运用不等式的性质是解决本题的关键.

7. 【答案】A

【解析】

【分析】根据将一只雀一只燕交换位置而放，重量相等，可得 $4x + y = 5y + x$ ，根据 5 只雀、6 只燕重量共一斤，可得 $5x + 6y = 1$ ，从而可以得到相应的方程组，本题得以解决.

【详解】解：设每只雀有 x 斤，每只燕有 y 斤，

$$\text{由题意得, } \begin{cases} 5x + 6y = 1 \\ 4x + y = 5y + x \end{cases}$$

故选：A.

【点睛】本题考查了有实际问题抽象出二元一次方程组，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程组.

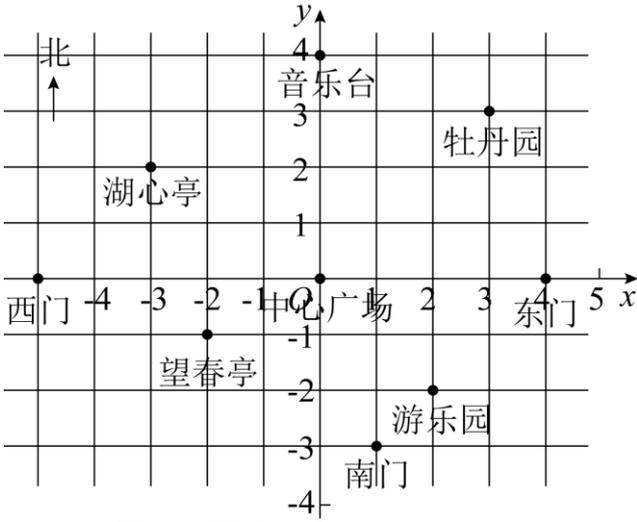


8. 【答案】D

【解析】

【分析】根据张明说：“牡丹园的坐标是(300,300)”，李华说“牡丹园在中心广场东北方向约420m处”，建立平面直角坐标系，进而逐项分析判断即可求解.

【详解】如图，以中心广场为原点建立平面直角坐标系，



- A. 西门的坐标可能是(-500,0)，故该选项正确，不符合题意；
- B. 湖心亭的坐标可能是(-300,200)，故该选项正确，不符合题意；
- C. 中心广场在音乐台正南方向约400m处，故该选项正确，不符合题意；
- D. 南门在游乐园西南方向约140m处，故该选项不正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了用坐标表示实际位置、方位角，建立平面直角坐标系是解题的关键.

9. 【答案】C

【解析】

【分析】先估计 $\sqrt{5}$ ，再判断 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的值的范围即可；

【详解】解： $\because 2.2^2 = 4.84, 2.4^2 = 5.76,$

$$\therefore \sqrt{2.2^2} < \sqrt{5} < \sqrt{2.4^2}, \text{ 即 } 2.2 < \sqrt{5} < 2.4,$$

$$\therefore 1.2 < \sqrt{5} - 1 < 1.4,$$

$$\therefore 0.6 < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 0.7,$$

故选 C.

【点睛】本题考查无理数的估计，不等式的性质，正确判断 $\sqrt{5}$ 的范围是求解本题的关键.

10. 【答案】C



【解析】

【分析】由新定义的含义可直接判断①，②，④，再分两种情况对③进行讨论，可判断③，从而可得答案.

【详解】解：由新定义运算可得： $[-1.2] = -2$ ，运算正确，故①符合题意；

若 $[x] = 3$ ，则 $3 \leq x < 4$ ；运算正确，故②符合题意；

若 $1.5 \leq x \leq 2$ ，当 $1.5 \leq x < 2$ 时，则 $[x] = 1$ ，

当 $x = 2$ 时，则 $[x] = 2$ ，故③不符合题意；

若 $[x] = 2$ ， $[y] = 4$ ，

则 $2 \leq x < 3, 4 \leq y < 5$ ，

则 $6 \leq [x+y] < 8$ ，故④符合题意；

故选：C

【点睛】本题考查新定义运算与一元一次不等式. 解题的关键在于能够把取整问题，转化为一元一次不等式问题去解决.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

11. 【答案】4

【解析】

【详解】解： $\because (\pm 4)^2 = 16$

$\therefore 16$ 的平方根为 4 和 -4，

$\therefore 16$ 的算术平方根为 4，

故答案为：4

12. 【答案】-1

【解析】

【分析】把 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程 $ax+y=2$ ，再解关于 a 的方程，从而可得答案.

【详解】解： $\because \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $ax+y=2$ 的解，

$\therefore a+3=2$ ，

解得： $a=-1$ ，

故答案为：-1.

【点睛】本题考查的是二元一次方程组的解的含义，掌握“方程的解使方程的左右两边的值相等”是解本题的关键.

13. 【答案】 $\angle B = \angle ECD$ （答案不唯一）

【解析】



【详解】解：当 $\angle B = \angle ECD$ 时， $AB \parallel CE$ ；

当 $\angle B + \angle BCE = 180^\circ$ 时， $AB \parallel CE$ ；

当 $\angle A = \angle ACE$ 时， $AB \parallel CE$ 。

故答案为 $\angle B = \angle ECD$ （答案不唯一）。

【点睛】本题主要考查平行线的判定，熟练掌握平行线的判定定理是解题的关键。

14. 【答案】 108° ## 108 度

【解析】

【分析】用 360° 乘“非常清楚”所占比例，即可得出答案。

【详解】解：根据题意得： $360^\circ \times (1 - 25\% - 30\% - 15\%) = 108^\circ$ ，

故答案为： 108° 。

【点睛】本题考查了用求解扇形图中某部分所对应的圆心角，在扇形统计图中，每部分占整体的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360° 的比。

15. 【答案】 ①. -1 （答案不唯一，满足 $a < 0$ 即可） ②. 1 （答案不唯一， b 可取任意值）

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质即可得。

【详解】解：由不等式 $ax < b$ 解集是 $x > \frac{b}{a}$ 知 $a < 0$ ，

\therefore 满足条件的 a 、 b 的值可以是 $a = -1$ ， $b = 1$ ，

故答案为： -1 （答案不唯一，满足 $a < 0$ 即可）， 1 （答案不唯一， b 可取任意值）

【点睛】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，掌握不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变是解题的关键。

16. 【答案】 $-2, -1$ ## $-1, -2$

【解析】

【分析】先求不等式的解集，再求出负整数解即可。

【详解】解： $\because 3x \geq 2(x-1)$ ，

$\therefore 3x \geq 2x - 2$ ，

解得： $x \geq -2$ 。

\therefore 不等式的负整数解为： $-2, -1$ 。

故答案为： $-2, -1$ 。

【点睛】本题考查的是解一元一次不等式及一元一次不等式的整数解，解题的关键是熟练掌握解一元一次不等式的步骤。

17. 【答案】 5

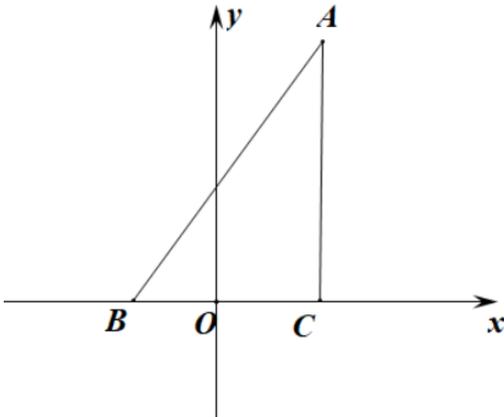
【解析】

【分析】如图，由 $B(m, 0)$ 在 x 轴上，当 $AC \perp x$ 轴于 C ，且 B 与 C 重合时，此时 AB 最短，根据点到直



线的距离，垂线段最短可得答案.

【详解】解：如图，由 $B(m,0)$ 在 x 轴上，当 $AC \perp x$ 轴于 C ，且 B 与 C 重合时，此时 AB 最短，



\therefore 最小值为：5.

故答案为：5

【点睛】本题考查的是坐标与图形，垂线段最短，掌握 $AB \perp x$ 轴最短是解本题的关键.

18. 【答案】 ①. B ②. 8

【解析】

【分析】(1) 分别计算每种咖啡每毫升的单价，再比较大小即可；

(2) 设大杯的折扣都至少改成 x 元，分对于 A, B, C 三种品牌，分别列不等式，求解 x 的取值范围，再取三个不等式解集的公共部分，再确定最小整数解即可.

【详解】解：(1) 自备容器购买咖啡者，对于 A ：

$$\text{中杯每毫升的价格为：} \frac{30-2}{300} = \frac{7}{75} = \frac{21}{225}, \text{ 大杯每毫升的价格为 } \frac{45-5}{450} = \frac{4}{45} = \frac{20}{225},$$

所以中杯的比大杯的贵，

$$\text{对于 } B: \text{ 中杯每毫升的价格为：} \frac{34-2}{300} = \frac{32}{300} = \frac{96}{900},$$

$$\text{大杯每毫升的价格为 } \frac{55-5}{450} = \frac{50}{450} = \frac{1}{9} = \frac{100}{900},$$

所以大杯的比中杯的贵，

$$\text{对于 } C: \text{ 中杯每毫升的价格为：} \frac{45-2}{300} = \frac{43}{300} = \frac{129}{900},$$

$$\text{大杯每毫升的价格为 } \frac{65-5}{450} = \frac{60}{450} = \frac{120}{900},$$

所以中杯的比大杯的贵，

故选 B

(2) 设大杯的折扣都至少改成 x 元，



由(1)可得自备容器购买咖啡者,对于A:中杯每毫升的价格为: $\frac{30-2}{300} = \frac{7}{75}$ (元),

$$\text{则 } \frac{45-x}{450} < \frac{7}{75},$$

解得: $x > 3$,

由(1)可得自备容器购买咖啡者,对于B:中杯每毫升的价格为: $\frac{34-2}{300} = \frac{32}{300} = \frac{8}{75}$ (元),

$$\text{则 } \frac{55-x}{450} < \frac{8}{75}, \text{ 解得: } x > 7,$$

由(1)可得自备容器购买咖啡者,对于C:中杯每毫升的价格为: $\frac{45-2}{300} = \frac{43}{300}$ (元),

$$\text{则 } \frac{65-x}{450} < \frac{43}{300}, \text{ 解得: } x > \frac{1}{2},$$

综上:要让所有咖啡品种在自备容器后,同种大杯咖啡的每毫升价格都比中杯的便宜,则 $x > 7$,

又 x 为整数,则 x 的最小整数值为 $x = 8$.

故答案为: 8

【点睛】本题考查的是有理数的混合运算的实际应用,一元一次不等式的应用,理解题意,确定不等关系是解本题的关键.

三、解答题(本题共 54 分,第 19-21 题,每小题 5 分,第 22-25 题,每小题 6 分,第 26 题 8 分,第 27 题 7 分)

19. 【答案】4

【解析】

【分析】原式利用立方根定义,绝对值的代数意义化简,二次根式的性质计算即可得到结果.

$$\text{【详解】 } \sqrt[3]{8} + |-\sqrt{3}| + \sqrt{(-2)^2} - \sqrt{3}$$

$$= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}$$

$$= 4.$$

【点睛】本题考查了立方根、绝对值的定义,二次根式的性质,解题的关键是掌握运算法则进行解题.

20. 【答案】
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】利用加减消元法解方程组即可.

$$\text{【详解】解: 方程组: } \begin{cases} 2x - y = 7 \text{ ①} \\ 3x + 2y = 0 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 2 \text{ 得 } 4x - 2y = 14 \text{ ③},$$

$$\text{②} + \text{③} \text{ 得 } 7x = 14,$$



解得 $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入①得 $y = -3$.

所以 $\begin{cases} x = 2, \\ y = -3 \end{cases}$ 是原方程组的解.

【点睛】此题主要考查了二元一次方程组的解法，根据题目特点灵活选用加减消元法或代入消元法求解是关键.

21. 【答案】 $x \geq -1$

【解析】

【分析】分别解不等式组中的两个不等式，再确定两个不等式解集的公共部分，从而可得答案.

【详解】解： $\begin{cases} 4x \geq 3x - 1 \text{①} \\ \frac{5x - 4}{3} < 2x \text{②} \end{cases}$

由①得： $x \geq -1$,

由②得： $x > -4$,

\therefore 不等式组的解集为： $x \geq -1$.

【点睛】本题考查的是一元一次不等式组的解法，掌握“解一元一次不等式组的步骤”是解本题的关键.

22. 【答案】 90° ；同位角相等，两直线平行； DBE ；两直线平行，同位角相等； DBE ；内错角相等，两直线平行

【解析】

【分析】先证明 $BD \parallel EF$ ，可得 $\angle 2 = \angle DBE$ ，再证明 $\angle 1 = \angle DBE$ ，从而可得结论.

【详解】证明： $\because BD \perp AC, EF \perp AC$,

$\therefore \angle BDC = \angle EFC = 90^\circ$.

$\therefore BD \parallel EF$ （同位角相等，两直线平行）.

$\therefore \angle 2 = \angle DBE$ （两直线平行，同位角相等）.

又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 = \angle DBE$.

$\therefore GD \parallel BC$ （内错角相等，两直线平行）.

【点睛】本题考查的是平行线的性质与判定，掌握“平行线的性质与平行线的判定方法以及简单的逻辑思维推理”是解本题的关键.

23. 【答案】(1) 画图见解析， $C(1,0)$

(2) 画图见解析 (3) 3

【解析】

【分析】(1) 根据 $B(1,-2)$ ，找到点 $C(1,0)$ ，则 $BC \perp x$ 轴，连接 BC 即可；

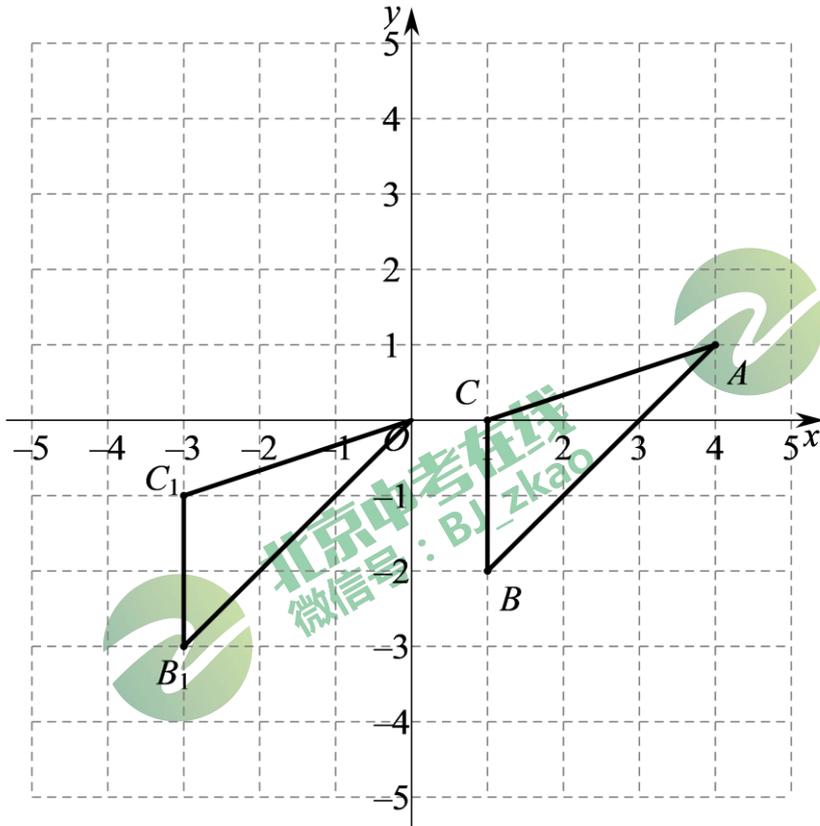
(2) 将 $\triangle ABC$ 向左平移 4 个单位再向下平移 1 个单位即可；



(3) 根据正方形减去 2 个三角形 面积即可求解.

【小问 1 详解】

如图所示, 线段 BC 即为所求,



点 $C(1,0)$

【小问 2 详解】

如图所示, $\triangle OB_1C_1$ 即为所求,

【小问 3 详解】

$$\triangle OB_1C_1 \text{ 的面积为 } 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 3$$

【点睛】 本题考查了平移作图, 平行于 y 轴的线段的坐标特征, 坐标与图形, 数形结合是解题的关键.

24. **【答案】** (1) A 种机器人每台每小时分拣 40 件包裹, B 种机器人每台每小时分拣 50 件包裹

(2) 最多应购进 A 种机器人 100 台

【解析】

【分析】 (1) 设 A 种机器人每台每小时分拣 x 件包裹, B 种机器人每台每小时分拣 y 件包裹, 列方程组, 解出即可;

(2) 设购进 A 种机器人 m 台, 则购进 B 种机器人 $(200-m)$ 台, 根据题意列不等式 $40m+50(200-m) \geq 9000$, 求最大整数解即可.

【小问 1 详解】

设 A 种机器人每台每小时分拣 x 件包裹, B 种机器人每台每小时分拣 y 件包裹,



根据题意，得
$$\begin{cases} 80x+100y=8200 \\ 50x+50y=4300 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=40 \\ y=50 \end{cases}$$

答：A 种机器人每台每小时分拣 40 件包裹，B 种机器人每台每小时分拣 50 件包裹。

【小问 2 详解】

设购进 A 种机器人 m 台，则购进 B 种机器人 $(200-m)$ 台。

根据题意，得 $40m+50(200-m) \geq 9000$ ，

解得 $m \leq 100$ 。

答：最多应购进 A 种机器人 100 台。

【点睛】 本题考查了一元一次不等式的应用、二元一次方程组的应用，正确理解题意是解题关键。

25. **【答案】** (1) 60, 21, 30%;

(2) 画图见解析 (3) 该校每天课后进行体育锻炼的时间超过 60 分钟的学生共有 330 人。

【解析】

【分析】 (1) 由 A 的人数除以所占百分比求出样本容量，进而求出 a, b 的值，即可解决问题；

(2) 将频数分布直方图补充完整即可；

(3) 由该校学生总人数乘以每天课后进行体育锻炼的时间超过 60 分钟的学生所占的百分比即可。

【小问 1 详解】

解：本次调查的样本容量是： $12 \div 20\% = 60$ ，

则 $a = 60 - 12 - 18 - 6 - 3 = 21$ ， $b = 18 \div 60 \times 100\% = 30\%$ ，

故答案为：60, 21, 30%；

【小问 2 详解】

将频数分布直方图补充完整如下：



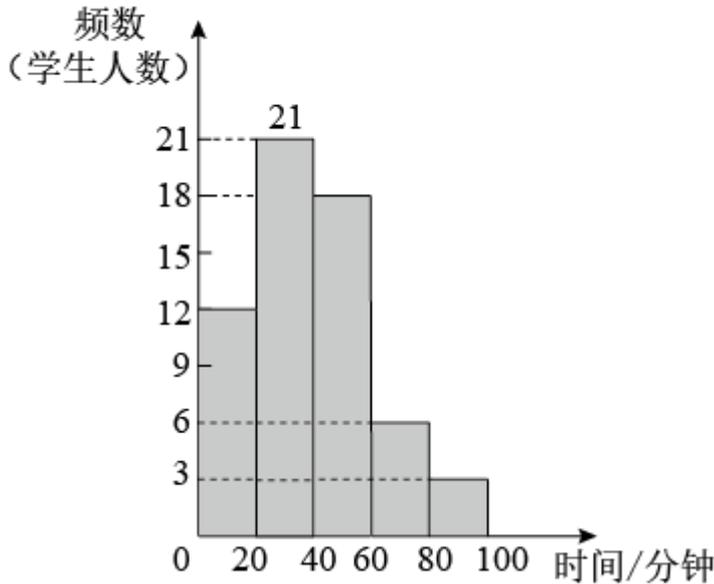
北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



课后体育锻炼时间频数分布直方图



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

【小问 3 详解】

$2200 \times (10\% + 5\%) = 330$ (人),
即该校每天课后进行体育锻炼的时间超过 60 分钟的学生共有 330 人.

【点睛】 本题考查的是频数分布表与频数分布直方图, 补全频数分布直方图, 利用样本估计总体, 掌握以上基础的统计知识是解本题的关键.

26. 【答案】 (1) $\angle PFD = 145^\circ$

(2) $\angle EPF = 2\angle EQF$, 证明见解析

(3) $2\angle EQF + \angle EPF = 360^\circ$.

【解析】

【分析】 (1) 如图, 过点 P 作 $PM \parallel AB$, 证明 $PM \parallel CD$, 再证明 $\angle EPF = \angle 1 + \angle 2 = \angle AEP + \angle CFP$, 求解 $\angle CFP = 35^\circ$, 从而可得答案;

(2) 由 (1) 同理可得: $\angle EPF = \angle AEP + \angle CFP, \angle EQF = \angle AEQ + \angle CFQ$, 再证明 $\angle AEP = 2\angle AEQ, \angle CFP = 2\angle CFQ$, 从而可得答案;

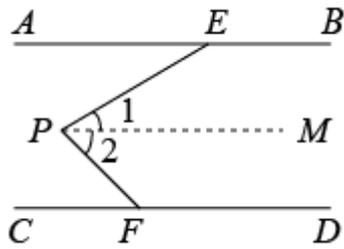
(3) 由 (1) 同理可得: $\angle EQF = \angle AEQ + \angle CFQ, \angle EPF = \angle BEP + \angle DFP$, 再证明 $2\angle EQF = 2\angle AEQ + 2\angle CFQ = \angle AEP + \angle CFP$, 从而可得结论.

【小问 1 详解】

解: 如图, 过点 P 作 $PM \parallel AB$,

$\therefore \angle 1 = \angle AEP$

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



$\because AB \parallel CD, PM \parallel AB,$

$\therefore PM \parallel CD,$

$\therefore \angle 2 = \angle CFP,$

$\therefore \angle EPF = \angle 1 + \angle 2 = \angle AEP + \angle CFP.$

$\because \angle AEP = 45^\circ, \angle EPF = 80^\circ,$

$\therefore \angle CFP = 80^\circ - 45^\circ = 35^\circ,$

$\therefore \angle PFD = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ.$

【小问 2 详解】

由 (1) 同理可得: $\angle EPF = \angle AEP + \angle CFP, \angle EQF = \angle AEQ + \angle CFQ,$

$\because \angle AEP$ 与 $\angle CFP$ 的平分线交于点 $Q,$

$\therefore \angle AEP = 2\angle AEQ, \angle CFP = 2\angle CFQ,$

$\therefore \angle EPF = 2\angle AEQ + 2\angle CFQ = 2(\angle AEQ + \angle CFQ) = 2\angle EQF,$

【小问 3 详解】

由 (1) 同理可得:

$\angle EQF = \angle AEQ + \angle CFQ, \angle EPF = \angle BEP + \angle DFP,$

$\because \angle AEP$ 与 $\angle CFP$ 的平分线交于点 $Q,$

$\therefore \angle AEP = 2\angle AEQ, \angle CFP = 2\angle CFQ,$

$\therefore 2\angle EQF = 2\angle AEQ + 2\angle CFQ = \angle AEP + \angle CFP,$

$\therefore 2\angle EQF + \angle EPF = \angle AEP + \angle BEP + \angle CFP + \angle DFP = 360^\circ.$

【点睛】 本题考查的是平行线的性质, 平行公理的应用, 角平分线的定义, 作出合适的辅助线是解本题的关键.

27. **【答案】** (1) $\frac{7}{4}$

(2) $B(7, 0)$ 或 $B(-9, 0)$

(3) $-1 \leq a + b \leq 3.$

【解析】

【分析】 (1) 根据新定义列式计算即可;



(2) 根据新定义列方程 $\frac{1}{3}|-1-x| + \left(1-\frac{1}{3}\right) \times |2-0| = 4$, 再解方程即可;

(3) 根据新定义可得 $|a+1| + |2-b| = 2$, 则可得 $-3 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 4$, 再分四种情况讨论即可.

【小问 1 详解】

解: \because 点 $A(-1, 2), B(0, 4)$,

由新定义可得: 点 A 和点 B 的 " $\frac{1}{4}$ 阶距离" 为:

$$\frac{1}{4}|-1-0| + \left(1-\frac{1}{4}\right)|2-4| = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times 2 = \frac{7}{4}.$$

【小问 2 详解】

\because 点 B 在 x 轴上, 设 $B(x, 0)$, 且点 A 和点 B 的 " $\frac{1}{3}$ 阶距离" 为 4,

$$\therefore \frac{1}{3}|-1-x| + \left(1-\frac{1}{3}\right) \times |2-0| = 4,$$

整理得: $|1+x| = 8$,

解得: $x = 7$ 或 $x = -9$,

$\therefore B(7, 0)$ 或 $B(-9, 0)$.

【小问 3 详解】

\because 点 $B(a, b)$, 且点 A 和点 B 的 " $\frac{1}{2}$ 阶距离" 为 1,

$$\therefore \frac{1}{2}|-1-a| + \left(1-\frac{1}{2}\right) \times |2-b| = 1,$$

整理得: $|a+1| + |2-b| = 2$,

由 $|a+1| = 2 - |2-b|$, 可得: $-3 \leq a \leq 1$,

同理可得: $0 \leq b \leq 4$,

当 $-1 \leq a \leq 1, 2 < b \leq 4$ 时, 则 $a+1+b-2 = 2$, 即 $a+b = 3$,

当 $-1 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 2$ 时, 则 $a+1+2-b = 2$,

$\therefore a-b = -1$, 则 $b = a+1$,

$\therefore a+b = 2a+1$,

$\because -1 \leq a \leq 1$,

$\therefore -1 \leq 2a+1 \leq 3$, 即 $-1 \leq a+b \leq 3$,

当 $-3 \leq a < -1, 2 < b \leq 4$ 时, 则 $-a-1+b-2 = 2$,

$\therefore b = a+5$,



$$\therefore a+b=2a+5,$$

同理可得： $-1 \leq a+b < 3$,

当 $-3 \leq a < -1, 0 \leq b \leq 2$ 时，则 $-a-1+2-b=2$,

$$\therefore a+b=3,$$

综上： $-1 \leq a+b \leq 3$.

【点睛】 本题考查的是新定义运算，利用新定义构建方程，不等式的基本性质，化简绝对值，清晰的分类讨论是解本题的关键.



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao