北京市燕山地区 2019 年初中毕业暨一模考试

数学试卷参考答案与评分标准　　　2019 年 4 月

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	D	C	B	A	A	D	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x\neq 3$；　　10．$<$；　　11．答案不唯一，如$a=-2$，$b=-3$，$c=-4$；

12．$\dfrac{9}{5}$；　　13．60；　　14．2.8；　　15．24，301；　　16．①③．

三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17．解：原式$=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}+1$　　………………………………4 分

$=2\sqrt{3}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}+1=1.$　　………………………………5 分

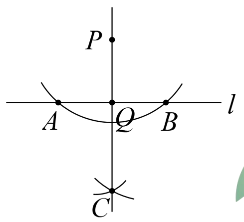
18．解：原不等式组为$\begin{cases}3(x-1)<x+1, & ①\\ \dfrac{x-3}{2}\geq -4. & ②\end{cases}$

解不等式①，得　$x<2$，　　………………………………2 分

解不等式②，得　$x\geq -5$，　　………………………………4 分

∴原不等式组的解集为$-5\leq x<2$．　　………………………………5 分

19．(1)补全的图形如图所示：



………………………………2 分

(2) PB，BC，到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上．

………………………………5 分

20．(1)证明：$\Delta=(m-3)^2-4\times 1\times(-3m)$　　………………………………1 分

$=m^2-6m+9+12m$

$=m^2+6m+9$

$=(m+3)^2$，

∵不论 m 取任何实数，$(m+3)^2\geq 0$，即$\Delta\geq 0$，

∴原方程总有两个实数根．　　………………………………2 分

(2)解：∵$\Delta=(m+3)^2$，　由求根公式，得

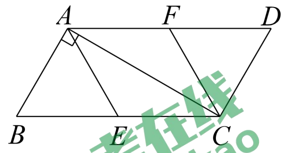
$$x_{1,2}=\frac{-(m-3)\pm\sqrt{(m+3)^2}}{2\times 1},$$

∴原方程的根为 $x_1=3$， $x_2=-m$． ……………………………………4 分

∵方程的两个根都是整数，

∴取 $m=1$，方程的两根为 $x_1=3$， $x_2=-1$． ……………………………………5 分

21．(1)证明：∵ ▱$ABCD$，



∴$BC=AD$，$BC // AD$．

又∵E，F 分别是边 BC，AD 的中点，

∴$EC=\frac{1}{2}BC$，$AF=\frac{1}{2}AD$，

∴$EC \overset{//}{=} AF$，

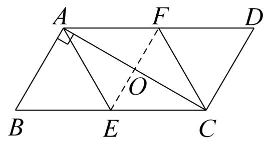
∴四边形 $AECF$ 为平行四边形． ……………………………………1 分

在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=90°$，E 是 BC 边中点，

∴$AE=EC$，

∴四边形 $AECF$ 是菱形． ……………………………………2 分

(2)解：如图，连接 EF 交 AC 于点 O，



在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$\angle B=60°$，$BC=4$，

∴$AB=2$，$AC=2\sqrt{3}$． ……………………………………3 分

∵四边形 $AECF$ 是菱形，

∴$AC\perp EF$，$OA=OC$，$OE=OF$，

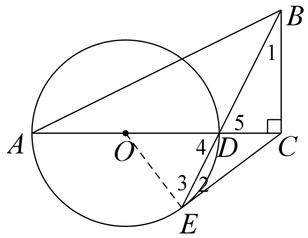
∴OE 是△ABC 的中位线，

∴$OE=\frac{1}{2}AB=1$，

∴$EF=2$， ……………………………………4 分

∴$S_{菱形AECF}=\frac{1}{2}AC\bullet EF=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$． ……………………………………5 分

22．(1)证明：如图，连接 OE，



∵$\angle ACB=90°$，

∴$\angle 1+\angle 5=90°$． ……………………………………1 分

∵$CE=BC$，

∴$\angle 1=\angle 2$．

∵$OE=OD$，

∴$\angle 3=\angle 4$．

又∵$\angle 4=\angle 5$，

∴$\angle 3=\angle 5$，

∴$\angle 2+\angle 3=90°$，即 $\angle OEC=90°$，

∴$OE\perp CE$．

∵OE 是⊙O 的半径，

∴CE 是⊙O 的切线． ……………………………………2 分

(2) 解法一：在 Rt△BCD 中，$\angle DCB=90°$，$CD=2$，$BD=2\sqrt{5}$，

∴$BC=CE=4$． ……………………………………3 分

设⊙O 的半径为 r，则 $OD=OE=r$，$OC=r+2$，

在 Rt△OEC 中，$\angle OEC=90^\circ$，

∴$OE^2+CE^2=OC^2$，

∴$r^2+4^2=(r+2)^2$， ………………………………4 分

解得 $r=3$，

∴⊙O 的半径为 3． ………………………………5 分

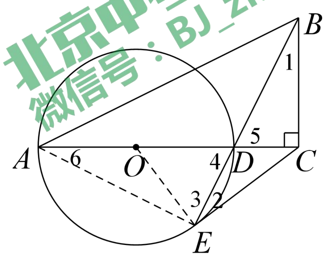
解法二：如图，连接 AE，

∵AD 为⊙O 直径，

∴$\angle AED=90^\circ$． ………………………………3 分

∵$\angle AED=\angle ACB=90^\circ$，$\angle 4=\angle 5$，

∴$\angle 6=\angle 1$．



∵$\angle 1=\angle 2$，

∴$\angle 6=\angle 2$．

又∵$\angle ACE=\angle ECD$，

∴△ACE∽△ECD，

∴$\dfrac{CD}{CE}=\dfrac{CE}{AC}$． ………………………………4 分

在 Rt△BCD 中，$\angle DCB=90^\circ$，$CD=2$，$BD=2\sqrt{5}$，

∴$BC=CE=4$．

∴$AC=\dfrac{CE^2}{CD}=8$，

∴$AD=AC-CD=6$，

∴⊙O 的半径为 3． ………………………………5 分

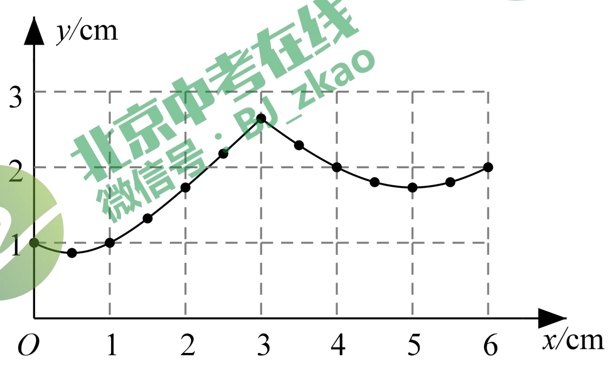
23．解：本题答案不唯一，如：

(1)

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
y/cm	1	0.87	1	1.32	1.73	2.18	2.65	2.29	2	1.8	1.73	1.8	2

………………………………2 分

(2)



………………………………4 分

(3) 2.3 或 4 或 6． ………………………………6 分

24．解：(1) 将点 $A(3，2)$的坐标分别代入 $y=kx-1$ 和 $y=\frac{m}{x}$ 中，得

$0=k\times1-1$，　$2=\frac{m}{3}$，

∴$k=1$，$m=3\times2=6$．　　……………………………2 分

(2) ① ∵直线 $y=x-1$ 与 y 轴交于点 $B(0，-1)$，

∴当 $t=2$ 时，$C(0，1)$．　　……………………………3 分

此时直线解析式为 $y=x+1$，代入函数 $y=\frac{6}{x}$ 中整理得，

$x(x+1)=6$，

解得 $x_1=-3$（舍去），$x_2=2$，

∴$D(2，3)$，

∴$CD=2\sqrt{2}$．　　……………………………4 分

② $2\le t\le6$．　　……………………………6 分

25．解：(1)82. 5．　　……………………………2 分

(2)正确；理由是小亮得了 84 分，略高于竞赛成绩样本数据的中位数 82.5 分，说明小亮的成绩排名属中游略偏上．　　……………………………4 分

(3)在样本中，成绩在 $85\le x<90$，$90\le x\le100$ 范围内的的人数分别为 8，9，所以竞赛成绩不低于 85 分的人数为 17．

估计参赛的 200 名学生中能进入决赛的人数为 $\frac{17}{40}\times200=85$．　　…………6 分

26．解：(1)∵ $y=ax^2-2ax-3a$

$=a(x^2-2x-3)$

$=a(x+1)(x-3)$，

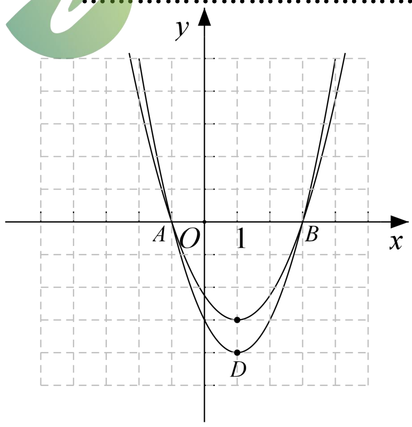
令 $y=0$，得 $x=-1$，或 $x=3$，

∴$A(-1，0)$，$B(3，0)$．　　……………………………2 分

当 $a=1$ 时，抛物线化为 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

∴$D(1，-4)$．　　……………………………3 分

(2)如图，当 $a>0$ 时，



当 $a=1$ 时，抛物线在点 A，B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域内恰有 7 个整点．

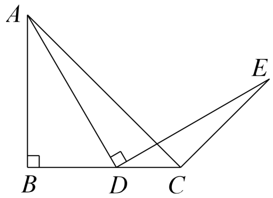
当 $a=\frac{3}{4}$ 时，抛物线在点 A，B 之间的部分与线段 AB 所围成的区域内有 6 个整点．

结合函数图象可得，$\frac{3}{4}<a\le1$．

当 $a<0$ 时，同理可得 $-1\le a<-\frac{3}{4}$．

∴a 的取值范围是 $-1\le a<-\frac{3}{4}$，或 $\frac{3}{4}<a\le1$．　　……………………………6 分

27．(1)①补全的图形如图的所示；



……………………………………1 分

②证明：∵ $\angle ADE=\angle B=90^\circ$，

∴ $\angle EDC+\angle ADB=\angle BAD+\angle ADB=90^\circ$，

∴ $\angle EDC=\angle BAD$. ……………………………………3 分

(2) ①$CE=\sqrt{2}\,BD$. ……………………………………4 分

②想法 1：

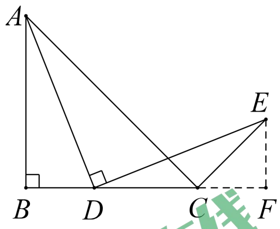
证明：如图，过点 E 作 $EF\perp BC$，交 BC 延长线于点 F，

∴ $\angle F=90^\circ$.

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$\angle B=\angle F=90^\circ$，$\angle EDC=\angle BAD$，$AD=DE$，

∴ $\triangle ADB\cong\triangle DEF$，



∴ $AB=DF$，$BD=EF$.

∵ $AB=BC$，

∴ $DF=BC$，

即 $DC+CF=BD+DC$，

∴ $CF=BD=EF$，

∴ $\triangle CEF$ 是等腰直角三角形，

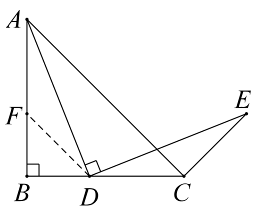
∴ $CE=\sqrt{2}\,CF=\sqrt{2}\,BD$. ……………………………………7 分

想法 2：

证明：在线段 AB 上取一点 F，使得 $BF=BD$，连接 DF，

∵ $\angle B=90^\circ$，$AB=BC$，

∴ $DF=\sqrt{2}\,BD$，



∵ $AB=BC$，$BF=BD$，

∴ $AB-BF=BC-BD$，

即 $AF=DC$.

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle DEC$ 中，

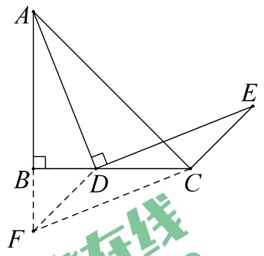
$AF=DC$，$\angle BAD=\angle EDC$，$AD=DE$，

∴ $\triangle ADF\cong\triangle DEC$，

∴ $CE=DF=\sqrt{2}\,BD$. ……………………………………7 分

想法 3：

证明：延长 AB 到 F，使得 $BF=BD$，连接 DF，CF，



∵ $\angle B=90°$ ，∴$DF=\sqrt{2}\,BD$.

在 Rt△ABD 和 Rt△CBF 中，

$\angle ABD=\angle CBF=90°$ ，$AB=BC$，$BD=BF$，

∴△ABD≌△CBF，

∴$AD=CF$，$\angle BAD=\angle BCF$.

∵$AD=DE$，

∴$DE=CF$.

∵ $\angle EDC=\angle BAD$，

∴ $\angle EDC=\angle BCF$，

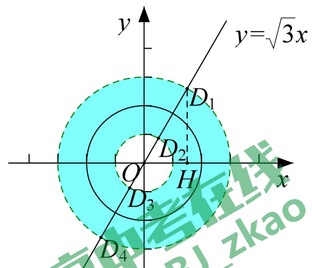
∴$DE\parallel CF$，

∴四边形 $DFCE$ 为平行四边形，

∴$CE=DF=\sqrt{2}\,BD$. ……………………………………7 分

28．解：(1)①⊙O 的称心点是 <u>A，B</u>； ……………………………………2 分

②如图，设直线 $y=\sqrt{3}x$ 与以 O 为圆心，半径为 1 和 3 的两个圆的交点从右至左依次为 D_1，D_2，D_3，D_4，过点 D_1 作 $D_1H\perp x$ 轴于点 H.



∵$\angle D_1OH=60°$ ，$OD_1=3$，

∴$OH=\dfrac{1}{2}OD_1=\dfrac{3}{2}$，

∴点 D_1 的横坐标为$\dfrac{3}{2}$.

同理可求得点 D_2，D_3，D_4 的横坐标分别为$\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{3}{2}$.

∴点 D 的横坐标 m 的取值范围是$-\dfrac{3}{2}\le m\le -\dfrac{1}{2}$，或$\dfrac{1}{2}\le m\le\dfrac{3}{2}$.

……………………………………5 分

(2)t 的取值范围是$-2\le t\le 1-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，或$2\le t\le\sqrt{6}$. ……………………………………7 分

说明：各解答题的其他正确解法请参照以上标准按分步给分的原则酌情评分.