

北京汇文中学教育集团 2021-2022 学年度第二学期

期中考试

初二年级 数学学科

本试卷共 8 页，共 100 分，考试时长 120 分钟，考生务必将答案写在答题卡上，在试卷上作答无效

一. 选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列函数中，是正比例函数的是（ ）

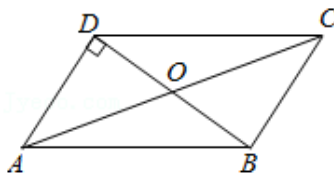
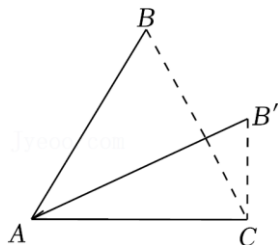
- A. $y=2x$ B. $y=x^2$ C. $y=\frac{6}{x}$ D. $y=3x-5$

2. 矩形、菱形、正方形都具有的性质是（ ）

- A. 对角互补 B. 对角线互相垂直 C. 对角线互相平分 D. 四边相等

3. 如图，把两根木条 AB 和 AC 的一端 A 用螺栓固定在一起，木条 AB 自由转动至 AB' 位置. 在转动过程中，下面的量是常量的为（ ）

- A. $\angle BAC$ 的度数 B. AB 的长度 C. BC 的长度 D. $\triangle ABC$ 的面积



4. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AC, BD 相交于点 $O, BD \perp AD$ 于点 $D, AC=10cm, BD=6cm$ ，则 BC 的长为（ ）

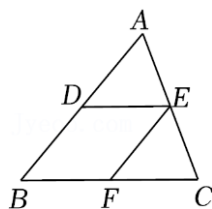
- A. $4cm$ B. $5cm$ C. $6cm$ D. $8cm$

5. 下列四点中，在函数 $y=x$ 的图象上的点是（ ）

- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, -1)$ C. $(1, 0)$ D. $(0, -1)$

6. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=10, AC=7, BC=9$ ，点 D, E, F 分别是 AB, AC, BC 的中点，则四边形 $DBFE$ 的周长是（ ）

- A. 13 B. $\frac{19}{2}$ C. 17 D. 19

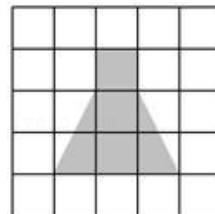


7. 函数 $y = -x + 3$ 的图象具有的性质是 ()

- A. 与直线 $y = -x + 2$ 有交点 B. 经过点 $(-3, 0)$
 C. 经过第三象限 D. y 随 x 的增大而减小

8. 如图, 每个小正方形的边长为 1, 把阴影部分剪下来, 用剪下来的阴影部分拼成一个正方形, 那么新正方形的边长是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

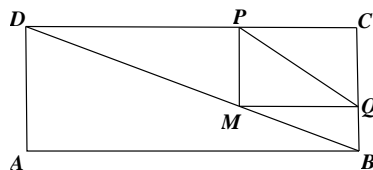


9. 已知直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 以点 B 为圆心, AB 长为半径画弧, 与 y 轴交于点 C , 则点 C 的坐标为 ()

- A. $(-1 + \sqrt{5}, 0)$ B. $(0, -1 - \sqrt{5})$
 C. $(-1 + \sqrt{5}, 0)$ 或 $(-1 - \sqrt{5}, 0)$ D. $(0, -1 + \sqrt{5})$ 或 $(0, -1 - \sqrt{5})$

10. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 1$, $AB = 2\sqrt{2}$, M 为线段 BD 上一动点, $MP \perp CD$ 于点 P , $MQ \perp BC$ 于点 Q , 则 PQ 的最小值为 ()

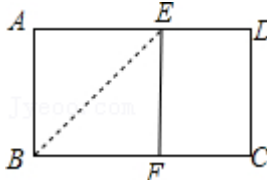
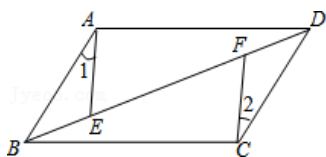
- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$



二. 填空题 (每小题 2 分, 共 16 分)

11. 在函数 $y = \frac{1}{x-5}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

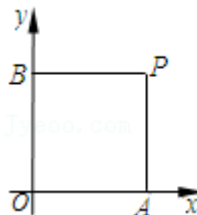
12. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点, 如果添加一个条件使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 则添加的条件可以是_____.



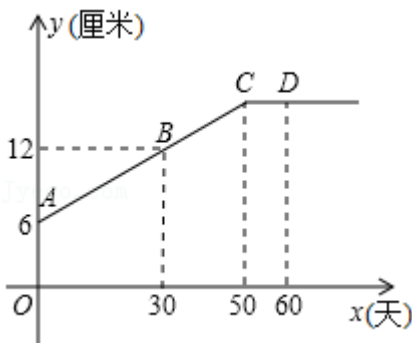
13. 如图, 将长方形纸片折叠, 使 A 点落在 BC 上的 F 处, 折痕为 BE , 若沿 EF 剪下, 则折叠部分是一个正方形, 其数学原理是_____.



14. 在平面直角坐标系中，过一点分别作坐标轴的垂线，若与坐标轴围成矩形的周长与面积相等，则称这个点为强点. 例如，图中过点 P 分别作 x 轴， y 轴的垂线与坐标轴围成矩形 $OAPB$ 的周长与面积相等，则点 P 是强点. 点 $M(1, 2)$ ， $N(4, 4)$ ， $Q(6, -3)$ 中，是强点的有 _____.



15. 已知一次函数 $y = (m + 2)x + m - 1$ 的函数值 y 随 x 的增大而增大，且与 y 轴的交点在 x 轴的下方，则 m 的取值范围是_____.
16. 某生物小组观察一植物生长，得到植物高度 y (单位：厘米) 与观察时间 x (单位：天) 之间的关系，并画出如图所示的图象 (AC 是线段，射线 CD 平行于 x 轴). 在第_____天后植物的高度不变，该植物最高为_____厘米.



17. 已知点 E 、 H 、 F 、 G 分别在矩形 $ABCD$ 的边 AB ， BC ， CD ， DA 上， EF ， GH 交于点 O ， $\angle FOH = 90^\circ$ ， $EF = 4$.
- (1) 如图 1，矩形 $ABCD$ 由 2 个全等的正方形组成，则 $GH =$ _____；
- (2) 如图 2，矩形 $ABCD$ 由 n 个全等的正方形组成，则 $GH =$ _____ (用 n 的代数式表示).

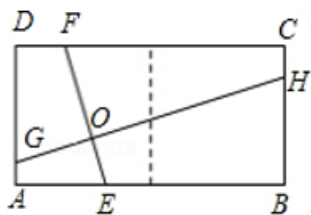


图 1

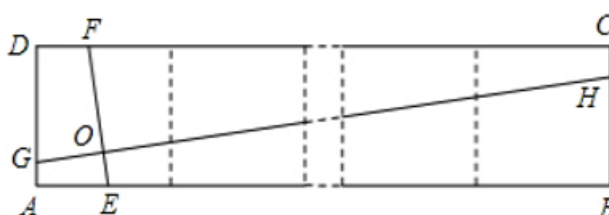
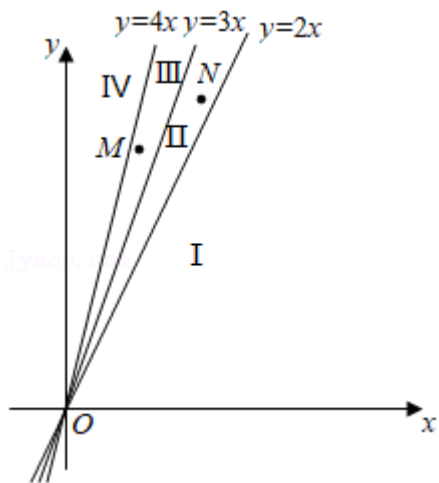


图 2

18. 等腰三角形 ABC 中, $AB=AC$, 记 $AB=x$, 周长为 y , 定义 (x, y) 为这个三角形的坐标. 如图所示, 直线 $y=2x$, $y=3x$, $y=4x$ 将第一象限划分为 4 个区域. 下面四个结论中,

- ①对于任意等腰三角形 ABC , 其坐标不可能位于区域 I 中;
- ②对于任意等腰三角形 ABC , 其坐标可能位于区域 IV 中;
- ③若三角形 ABC 是等腰直角三角形, 其坐标位于区域 III 中;
- ④图中点 M 所对应等腰三角形的底边比点 N 所对应等腰三角形的底边长.

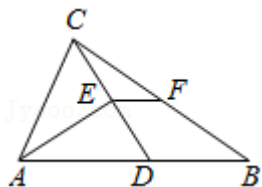
所有正确结论的序号是_____.



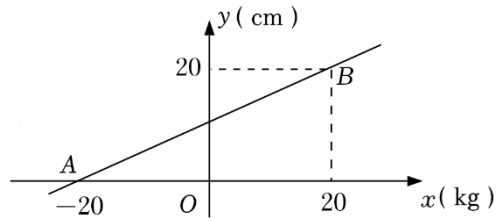
三. 解答题 (第 19—26 题, 每题 5 分, 第 27—28 题, 每题 7 分, 共 54 分)

19. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 上一点, $AD=AC$, $AE \perp CD$ 于点 E , F 是 BC 的中点.

则 EF 和 BD 的位置关系是_____, 数量关系是_____, 并证明.



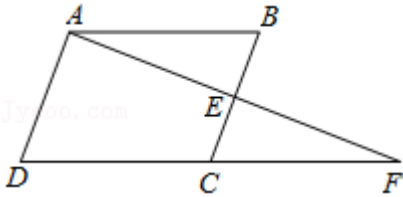
20. 弹簧的长度 y (cm) 与所挂物体的质量 x (kg) 的关系是一次函数. 如图所示, 此函数的图象经过 $A(-20, 0)$, $B(20, 20)$ 两点.



- (1) 求此一次函数的解析式;
- (2) 求弹簧不挂物体时的长度.

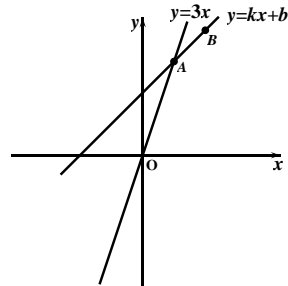
21. 如图, $\square ABCD$ 中, E 为 BC 边的中点, 连接 AE 并延长, 与 DC 的延长线交于点 F ,

求证: $DC=CF$.



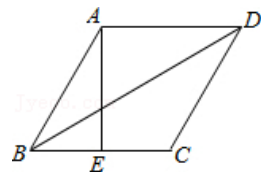
22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l_1: y=3x$ 与直线 $l_2: y=kx+b$ 交于点 $A(a, 3)$, 点 $B(2, 4)$ 在直线 l_2 上.

- (1) 求 a 的值;
- (2) 求直线 l_2 的解析式;
- (3) 直接写出关于 x 的不等式 $3x < kx+b$ 的解集.



23. 菱形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , 且 $BE=CE$, $AD=4cm$.

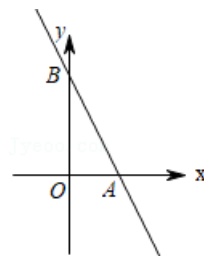
- (1) 求 BD 的长;
- (2) 求菱形 $ABCD$ 的面积.



24. 如图，一次函数 $y = -2x + 4$ 的图象分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、 B .

(1) 求 $\triangle AOB$ 的面积；

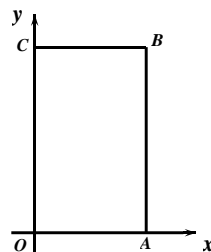
(2) 在该一次函数图象上有一点 P 到 x 轴的距离为 6，求点 P 的坐标.



25. 如图，矩形 $OABC$ 中， O 为直角坐标系的原点， A 、 C 两点的坐标分别为 $(6, 0)$ ， $(0, 10)$ ，点 B 在第一象限内.

(1) 写出点 B 的坐标，并求长方形 $OABC$ 的周长；

(2) 若有过点 C 的直线 CD 把长方形 $OABC$ 的周长分成 3: 5 两部分， D 为直线 CD 与长方形的边的交点，求点 D 的坐标.



26. 由于全球汽车芯片短缺汽车生产成本增加，某汽车生产厂商计划提高汽车出厂价格，据市场反馈，某型号汽车出厂价格为 8 万元/辆时，其月销量为 2000 辆，且出厂价格每提高 1 万元/辆，月销量将减少 300 辆，设该型号汽车每辆出厂价格为 x 万元 ($x \geq 8$) 时，其月销量为 y 辆.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 若汽车生产商计划该型号汽车的月销量不少于 1400 辆，在 (1) 的基础上，请根据函数中 y 的值随着 x 值的变化而变化的特点，求该型号汽车的出厂价格最多应定为每辆多少万元？



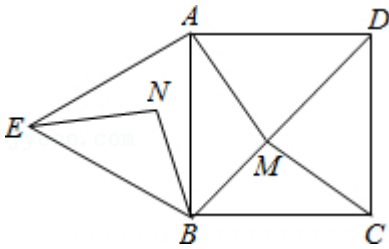
27. 如图，四边形 $ABCD$ 是正方形， $\triangle ABE$ 是等边三角形， M 为对角线 BD （不含 B 点）上任意一点，将 BM 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BN ，连接 EN 、 AM 、 CM 。

(1) 求证： $\triangle AMB \cong \triangle ENB$ ；

(2) ①当 M 点在何处时， $AM+CM$ 的值最小；

②当 M 点在何处时， $AM+BM+CM$ 的值最小，并说明理由；

(3) 当 $AM+BM+CM$ 的最小值为 $\sqrt{3} + 1$ 时，求正方形的边长。

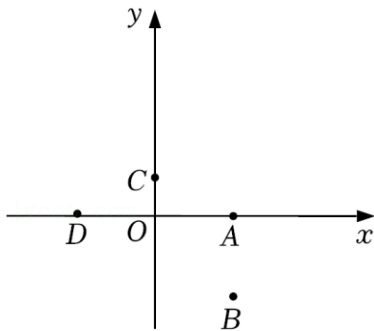


28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于 M, N 两点，若在 y 轴上存在点 T ，使得 $\angle MTN = 90^\circ$ ，且 $MT=NT$ ，则称 M, N 两点互相等垂，其中一个点叫做另一个点的等垂点。已知 A 点的坐标是 $(2, 0)$ 。

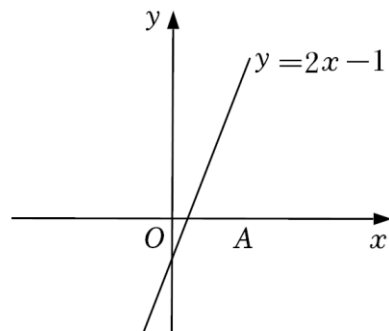
(1) 如图①，在点 $B(2, -2), C(0, 1), D(-2, 0)$ 中，点 A 的等垂点是 _____；
(选填“ B ”，“ C ”或“ D ”)

(2) 如图②，若一次函数 $y=2x-1$ 的图象上存在点 A 的等垂点 A' ，求 A' 点的坐标；

(3) 若一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象上存在无数个点 A 的等垂点，试写出该一次函数的所有表达式：_____。



图①



图②