



# 房山区 2020 年九年级衔接诊断测试试卷

## 数 学

2020.5

考生须知

1. 本试卷共 10 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

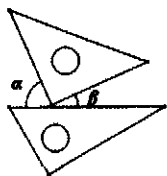
### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面 1-8 题均有四个选项，其中符合题意的选项只有一个。

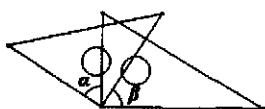
1. 2019 年 9 月 25 日正式通航的北京大兴国际机场，为 4F 级国际机场、大型国际枢纽机场。距北京大兴国际机场官方微博显示，2019 年北京大兴国际机场共完成旅客吞吐量 313.82 万人次，保障航班约 21000 架次，货邮吞吐量 7375.53 吨，航班放行正点率达 96% 以上。将 21000 用科学记数法表示应为（ ）

- A.  $2.1 \times 10^4$       B.  $21 \times 10^3$       C.  $0.21 \times 10^5$       D.  $2.1 \times 10^3$

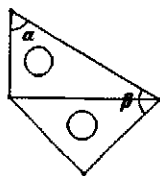
2. 一副直角三角板有不同的摆放方式，下图中满足  $\angle \alpha$  与  $\angle \beta$  相等的摆放方式是（ ）



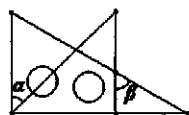
A.



B.



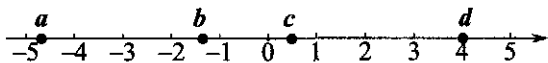
C.



D.

3. 实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  在数轴上对应点的位置如图所示，正确的结论有（ ）

- A.  $a > b$       B.  $b > 0$       C.  $|c| > |b|$       D.  $b + d > 0$



4. 下列四种网络运营商的徽标中，符合轴对称图形特征的为（ ）



A.



B.



C.



D.



5. 如果  $m-n=5$ , 那么代数式  $\left(\frac{m^2+n^2}{mn}-2\right) \cdot \frac{mn}{m-n}$  的值是 ( )

- A.  $-\frac{1}{5}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $-5$       D.  $5$

6. 若一个多边形每个内角均为  $120^\circ$ , 则该多边形是 ( )

- A. 五边形      B. 六边形      C. 七边形      D. 八边形

7. 某景区乘坐缆车观光游览的价目表如下:

缆车类型	两人车 (限乘 2 人)	四人车 (限乘 4 人)	六人车 (限乘 6 人)
往返费用	80 元	120 元	150 元

某班 20 名同学一起来该景区游玩, 都想坐缆车观光游览, 且每辆缆车必须坐满, 那么他们的费用最低为 ( )

- A. 530 元      B. 540 元      C. 580 元      D. 590 元

8. 在关于  $n$  的函数  $S=an^2+bn$  中,  $n$  为自然数. 当  $n=9$  时,  $S < 0$ ; 当  $n=10$  时,  $S > 0$ .

则当  $S$  的值最小时,  $n$  的值为 ( )

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

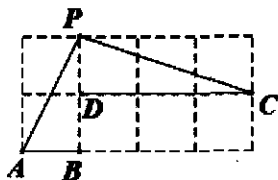
## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 若二次根式  $\sqrt{x-1}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 分解因式:  $m^3-4m$ =\_\_\_\_\_.

11. 举出一个  $m$  的值, 说明命题“代数式  $2m^2-1$  的值一定大于代数式  $m^2-1$  的值”是错误的, 那么这个  $m$  的值可以是\_\_\_\_\_.

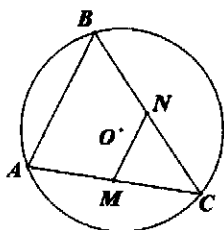
12. 如图所示的网格是正方形网格, 则  $\angle PAB - \angle PCD$   
=\_\_\_\_\_° (点  $A, B, C, D, P$  是网格线交点).



13. 明代的程大位创作了《算法统宗》，它是一本通俗实用的数学书，将枯燥的数学问题化成了美妙的诗歌，读来朗朗上口，是将数字入诗的代表作。其中有一首饮酒数学诗：“肆中饮客乱纷纷，薄酒名醕厚酒醇。醇酒一瓶醉三客，薄酒三瓶醉一人，共同饮了一十九，三十三客醉颜生，试问高明能算士，几多醕酒几多醇？”这首诗是说：“好酒一瓶，可以醉倒3位客人；薄酒三瓶，可以醉倒1位客人，如今33位客人醉倒了，他们总共饮下19瓶酒。试问：其中好酒、薄酒分别是多少瓶？”设有好酒  $x$  瓶，薄酒  $y$  瓶。根据题意，可列方程组为\_\_\_\_\_。

14. 已知第一组数据：12, 14, 16, 18 的方差为  $s_1^2$ ；第二组数据：32, 34, 36, 38 的方差为  $s_2^2$ ；第三组数据：2020, 2019, 2018, 2017 的方差为  $s_3^2$ ，则  $s_1^2$ ,  $s_2^2$ ,  $s_3^2$  的大小关系是  $s_1^2$  \_\_\_\_\_  $s_2^2$  \_\_\_\_\_  $s_3^2$  (填“>”，“=”或“<”)。

15. 如图， $AC$  是  $\odot O$  的弦， $AC=6$ ，点  $B$  是  $\odot O$  上的一个动点，且  $\angle ABC=60^\circ$ ，若点  $M$ 、 $N$  分别是  $AC$ 、 $BC$  的中点，则  $MN$  的最大值是\_\_\_\_\_。



16.  $\square ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ， $E$  是边  $AB$  上的一个动点（不与  $A$ 、 $B$  重合），连接  $EO$  并延长，交  $CD$  于点  $F$ ，连接  $AF$ ， $CE$ ，下列四个结论中：
- ①对于动点  $E$ ，四边形  $AECF$  始终是平行四边形；
  - ②若  $\angle ABC < 90^\circ$ ，则至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $AECF$  是矩形；
  - ③若  $AB > AD$ ，则至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $AECF$  是菱形；
  - ④若  $\angle BAC = 45^\circ$ ，则至少存在一个点  $E$ ，使得四边形  $AECF$  是正方形。
- 以上所有正确说法的序号是\_\_\_\_\_。

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17. 计算： $|\sqrt{8}| - (\pi - 3)^0 + 2\cos 45^\circ + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-1) > x+1, \\ \frac{x+5}{2} < x. \end{cases}$$



19. 下面是小方设计的“作一个  $30^\circ$  角”的尺规作图过程.

已知：直线  $AB$  及直线  $AB$  外一点  $P$ .

求作：直线  $AB$  上一点  $C$ ，使得  $\angle PCB=30^\circ$ .

作法：

- ①在直线  $AB$  上取一点  $M$ ;
  - ②以点  $P$  为圆心， $PM$  为半径画弧，与直线  $AB$  交于点  $M$ 、 $N$ ;
  - ③分别以  $M$ 、 $N$  为圆心， $PM$  为半径画弧，在直线  $AB$  下方两弧交于点  $Q$ .
  - ④连接  $PQ$ ，交  $AB$  于点  $O$ .
  - ⑤以点  $P$  为圆心， $PQ$  为半径画弧，交直线  $AB$  于点  $C$  且点  $C$  在点  $O$  的左侧.
- 则  $\angle PCB$  就是所求作的角.

根据小方设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规补全图形；（保留作图痕迹）
- (2) 完成下面的证明.

证明：  $\because PM=PN=QM=QN$ ,

$\therefore$  四边形  $PMQN$  是\_\_\_\_\_.

$\therefore PQ \perp MN$ ,  $PQ=2PO$  (\_\_\_\_\_). (填写推理依据)

$\therefore$  在  $Rt\triangle POC$  中,  $\sin \angle PCB = \frac{PO}{PC} =$ \_\_\_\_\_ (填写数值)

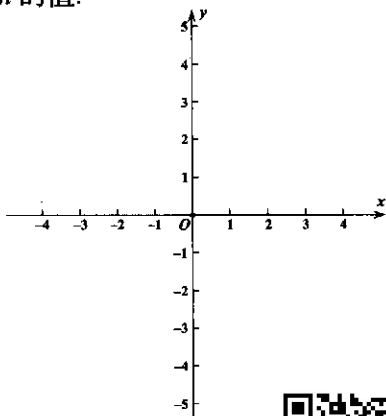
$\therefore \angle PCB=30^\circ$

20. 已知：关于  $x$  的方程  $x^2 + 4x + 2m=0$  有实数根.

- (1) 求  $m$  的取值范围；
- (2) 若  $m$  为正整数，且该方程的根都是整数，求  $m$  的值.

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象与一次函数  $y=2x-1$  的图象交于  $A$ 、 $B$  两点，已知  $A(m, -3)$ .

- (1) 求  $k$  及点  $B$  的坐标；
- (2) 若点  $C$  是  $y$  轴上一点，且  $S_{\triangle ABC}=5$ ，直接写出点  $C$  的坐标.



22. 经过举国上下抗击新型冠状病毒的斗争, 疫情得到了有效控制, 国内各大企业在 2 月 9 日后纷纷进入复工状态. 为了了解全国企业整体的复工情况, 我们查找了截止到 2020 年 3 月 1 日全国部分省份的复工率, 并对数据进行整理、描述和分析. 下面给出了一些信息:

a. 截止 3 月 1 日 20 时, 全国已有 11 个省份工业企业复工率在 90% 以上, 主要位于东南沿海地区, 位居前三的分别是贵州 (100%)、浙江 (99.8%)、江苏 (99%).

b. 各省份复工率数据的频数分布直方图如图 22-1 (数据分成 6 组, 分别是  $40 < x \leq 50$ ;  $50 < x \leq 60$ ;  $60 < x \leq 70$ ;  $70 < x \leq 80$ ;  $80 < x \leq 90$ ):

国内省份复工率分布直方图  
(截止到 2020 年 3 月 1 日)

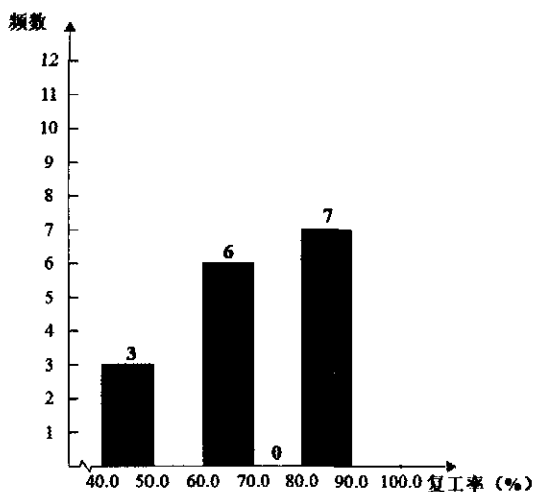


图 22-1

国内省份复工率分布扇形图  
(截止到 2020 年 3 月 1 日)

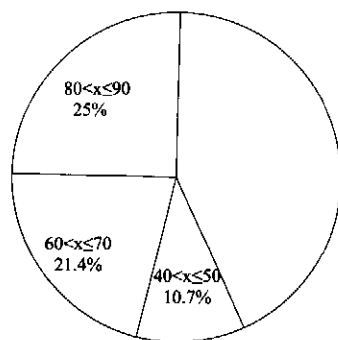


图 22-2

c. 如图 22-2, 在 b 的基础上, 画出扇形统计图:

d. 截止到 2020 年 3 月 1 日各省份的复工率在  $80 < x \leq 90$  这一组的数据是:

81.3 83.9 84 87.6 89.4 90 90

e. 截止到 2020 年 3 月 1 日各省份的复工率的平均数、中位数、众数如下:

日期	平均数	中位数	众数
截止到 2020 年 3 月 1 日	80.79	$m$	50, 90

请解答以下问题:

- (1) 依据题意, 补全频数分布直方图;
- (2) 扇形统计图中  $50 < x \leq 60$  这组的圆心角度数是\_\_\_\_\_度 (精确到 0.1)
- (3) 中位数  $m$  的值是\_\_\_\_\_.
- (4) 根据以上统计图表简述国内企业截止 3 月 1 日的复工率分布特征.

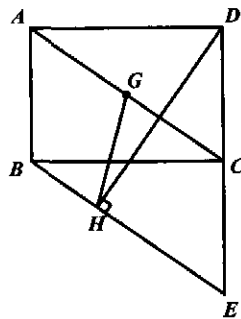


23. 如图, 矩形  $ABCD$ , 过点  $B$  作  $BE \parallel AC$  交  $DC$  的延长线于点  $E$ .

过点  $D$  作  $DH \perp BE$  于  $H$ ,  $G$  为  $AC$  中点, 连接  $GH$ .

(1) 求证:  $BE=AC$ .

(2) 判断  $GH$  与  $BE$  的数量关系并证明.



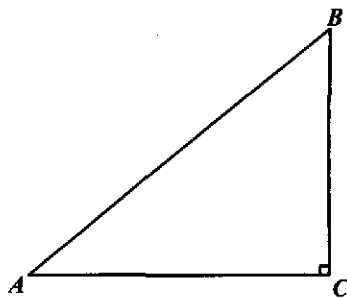
24. 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ , 以  $AC$  为直径作  $\odot O$  交  $AB$  于点  $D$ , 线段  $BC$  上有一点  $P$ .

(1) 当点  $P$  在什么位置时, 直线  $DP$  与  $\odot O$  有且

只有一个公共点, 补全图形并说明理由.

(2) 在 (1) 的条件下, 当  $BP = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ,  $AD=3$  时,

求  $\odot O$  半径.



25. 如图 25-1, 在弧  $MN$  和弦  $MN$  所组成的图形中,  $P$  是弦  $MN$  上一动点, 过点  $P$  作弦  $MN$  的垂线, 交弧  $MN$  于点  $Q$ , 连接  $MQ$ . 已知  $MN=6\text{ cm}$ , 设  $M$ 、 $P$  两点间的距离为  $x\text{ cm}$ ,  $P$ 、 $Q$  两点间的距离为  $y_1\text{ cm}$ ,  $M$ 、 $Q$  两点间的距离为  $y_2\text{ cm}$ .

小轩根据学习函数的经验, 分别对函数  $y_1$ ,  $y_2$  随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小轩的探究过程, 请补充完整:

(1) 按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量, 分别得到了  $y_1$ ,  $y_2$  与  $x$  的几组对应值:  $x/\text{cm}$

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	0	2.24	2.83	3.00	2.83	2.24	0
$y_2/\text{cm}$	0	2.45	3.46	4.24	$m$	5.48	6

上表中  $m$  的值为\_\_\_\_\_。(保留两位小数)

(2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  (图 25-2) 中, 函数  $y_1$  的图象如图, 请你描出补全后的表中  $y_2$  各组数值所对应的点  $(x, y_2)$ , 并画出函数  $y_2$  的图象;



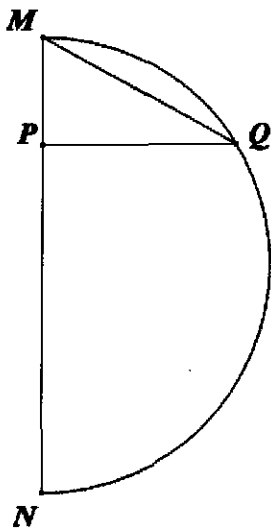


图 25-1

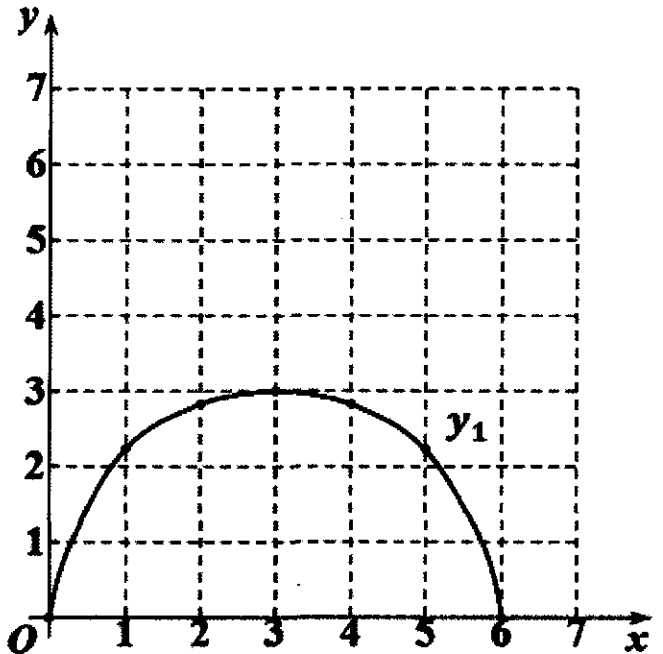


图 25-2

(3) 结合函数图象, 解决问题: 当  $\triangle MPQ$  有一个角是  $30^\circ$  时,  $MP$  的长度约为 \_\_\_\_\_  $cm$ . (保留两位小数)

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $y=ax^2+bx-1$  交  $y$  轴于点  $P$ .

(1) 过点  $P$  作与  $x$  轴平行的直线, 交抛物线于点  $Q$ ,  $PQ=4$ , 求  $\frac{b}{a}$  的值;

(2) 横纵坐标都是整数的点叫做整点. 在 (1) 的条件下, 记抛物线与  $x$  轴所围成的封闭区域 (不含边界) 为  $W$ . 若区域  $W$  内恰有 4 个整点, 结合函数图象, 求  $a$  的取值范围.



27. 如图 27-1, 在等腰  $Rt \triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $AB=AC=2$ , 点  $M$  为  $BC$  中点. 点  $P$  为  $AB$  边上一动点, 点  $D$  为  $BC$  边上一动点, 连接  $DP$ , 以点  $P$  为旋转中心, 将线段  $PD$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 得到线段  $PE$ , 连接  $EC$ .

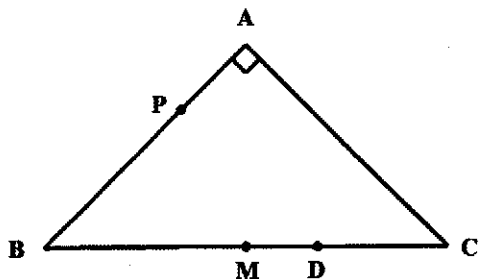


图 27-1

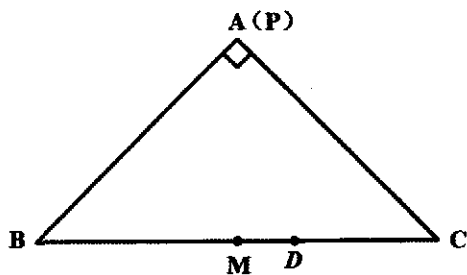
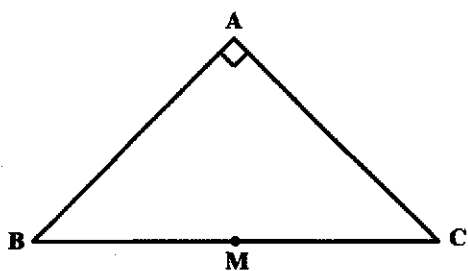


图 27-2

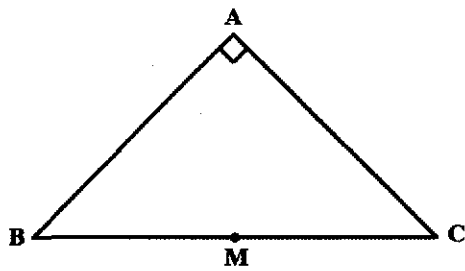
(1) 当点  $P$  与点  $A$  重合时, 如图 27-2.

- ① 根据题意在图 27-2 中完成作图;
- ② 判断  $EC$  与  $BC$  的位置关系并证明.

(2) 连接  $EM$ , 写出一个  $BP$  的值, 使得对于任意的点  $D$  总有  $EM=EC$ , 并证明.



备用图

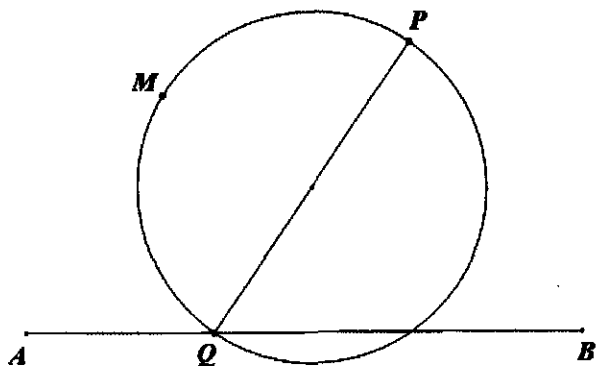


备用图





28. 如图, 平面上存在点  $P$ 、点  $M$  与线段  $AB$ . 若线段  $AB$  上存在一点  $Q$ , 使得点  $M$  在以  $PQ$  为直径的圆上, 则称点  $M$  为点  $P$  与线段  $AB$  的共圆点.



已知点  $P(0, 1)$ , 点  $A(-2, -1)$ , 点  $B(2, -1)$ .

- (1) 在点  $O(0, 0)$ ,  $C(-2, 1)$ ,  $D(3, 0)$  中, 可以成为点  $P$  与线段  $AB$  的共圆点的是\_\_\_\_\_;
- (2) 点  $K$  为  $x$  轴上一点, 若点  $K$  为点  $P$  与线段  $AB$  的共圆点, 请求出点  $K$  横坐标  $x_K$  的取值范围.
- (3) 已知点  $M(m, -1)$ , 若直线  $y = \frac{1}{2}x + 3$  上存在点  $P$  与线段  $AM$  的共圆点, 请直接写出  $m$  的取值范围.

