

## 数 学 试 卷

2023.6

本试卷共 7 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。



## 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1 - 8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 不等式  $x - 1 \geq 3$  的解集为

- (A)  $x \geq 2$                       (B)  $x \geq 4$                       (C)  $x \leq 2$                       (D)  $x \leq 4$

2. 计算  $a^6 \cdot a^2$  的结果为

- (A)  $a^3$                               (B)  $a^4$                               (C)  $a^8$                               (D)  $a^{12}$

3. 今年，北京市的大气治理已经进入向 PM2.5 “宣战”的第十个年头。有了科技的助力，大气治理工作从“漫天撒网”细致到了网格，精确到点位。在基层环境治理中，热点网格可谓生态环境执法部门的一项“利器”。当热点网格内的臭氧超标浓度值高于 180 微克/立方米，且超过周边网格浓度 30 微克/立方米就会产生报警。其中 180 微克 = 0.00018 克，把 0.00018 用科学记数法表示为

- (A)  $1.8 \times 10^{-3}$                       (B)  $1.8 \times 10^{-4}$                       (C)  $18 \times 10^{-4}$                       (D)  $18 \times 10^{-5}$

4. 以下问题，适合全面调查的是

- (A) 了解某种奶制品中蛋白质的含量  
 (B) 检测一批折叠手机的耐折次数  
 (C) 了解北京电视台《春节联欢晚会》的收视率  
 (D) 中考英语听说计算机考试前，对考试设备进行测试

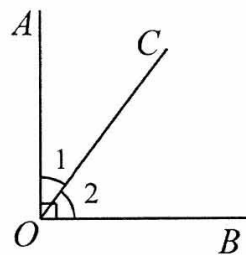


5. 已知  $a < b$ ，下列不等式变形中正确的是

- (A)  $a + 5 > b + 5$                       (B)  $a - 1 > b - 1$                       (C)  $-3a > -3b$                       (D)  $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

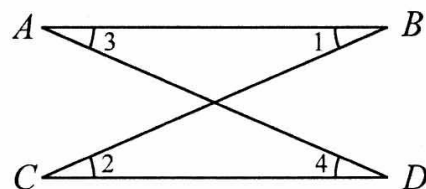
6. 如图， $AO \perp OB$ ，射线  $OC$  在  $\angle AOB$  内部，下列说法一定成立的是

- (A)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互余  
 (B)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互补  
 (C)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互为对顶角  
 (D)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  相等



7. 如图，下列条件中，能判断  $AB \parallel CD$  的是

- (A)  $\angle 1 = \angle 2$                       (B)  $\angle 1 = \angle 3$   
 (C)  $\angle 1 = \angle 4$                       (D)  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$



8. 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x > -2, \\ x \leq m \end{cases}$  有以下说法:

- ①当  $m = 1$  时, 则不等式组的解集是  $-2 < x \leq 1$ ;
- ②若不等式组的解集是  $-2 < x \leq 0$ , 则  $m = 0$ ;
- ③若不等式组无解, 则  $m \leq -2$ ;
- ④若不等式组的整数解只有  $-1, 0, 1, 2$ , 则  $m = 2$ .

其中正确的说法有

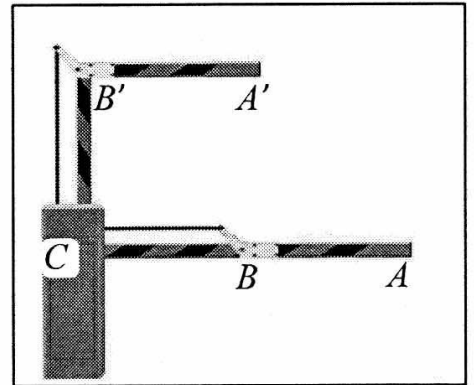
- (A) ①③                      (B) ②④                      (C) ①②③                      (D) ①②③④

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 用不等式表示“ $m$  的 3 倍与 7 的差小于 11”为\_\_\_\_\_.

10. 将  $x^2 - 4$  分解因式得\_\_\_\_\_.

11. 某车库的门禁如图所示, 点  $B, C$  为旋转轴, 门禁杆放平位置  $AB$  与抬起位置  $A'B'$  平行. 若  $\angle ACB' = 88^\circ$ , 则  $\angle A'B'C =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ .



12. 昌平区某月连续 10 天的最高气温数据整理如下:

最高气温 ( $^\circ\text{C}$ )	11	14	15	16	18
天数	2	1	2	3	2

根据统计表中的数据, 这组数据的众数是\_\_\_\_\_ $^\circ\text{C}$ , 这 10 天最高气温的平均值是\_\_\_\_\_ $^\circ\text{C}$ .

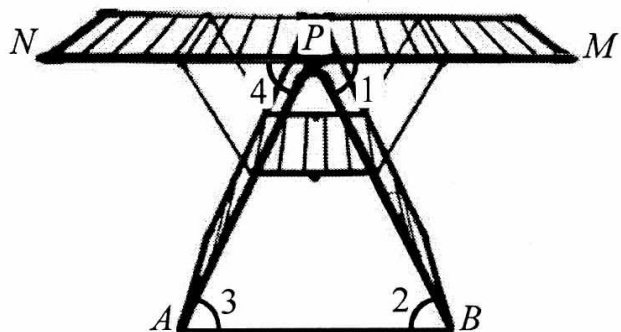
13. 命题“相等的角是对顶角”是\_\_\_\_\_命题. (填写“真”或“假”)

14. 已知方程  $-2x + y = 4$  的三个解为  $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = 0, \\ y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ y = 6; \end{cases}$  方程  $x + y = 1$  的三个解为

$\begin{cases} x = -2, \\ y = 3; \end{cases} \begin{cases} x = -1, \\ y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = 0, \\ y = 1. \end{cases}$  则方程组  $\begin{cases} -2x + y = 4, \\ x + y = 1 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_.



15. 如图是一个可折叠的衣架， $AB$  是地平线，当  $\angle 1 = \angle 2$  时， $PM \parallel AB$ ； $\angle 3 = \angle 4$  时， $PN \parallel AB$ ，就可确定点  $N, P, M$  在同一条直线上，将下面正确的依据序号填写在横线上\_\_\_\_\_。



①两点确定一条直线；

②过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行。

16. 某运动品牌店在进行优惠促销活动：①单件商品的价格大于等于 600 元打 9 折；②所购全部商品的总价大于等于 800 元打 8 折。以上两种优惠可同时享受。某顾客心仪的四种商品对应价格如下：

商品	A	B	C	D
价格（元）	700	260	120	600

(1) 若只选购商品 A，则应付金额为\_\_\_\_\_元；

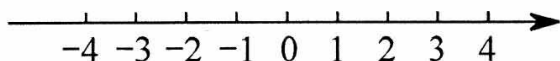
(2) 若此顾客想从这四种心仪商品中选购两件，且在享受优惠的基础上所付金额最少，应该选择的商品搭配是\_\_\_\_\_。

三、解答题（共 68 分，第 17 - 22 题，每题 5 分，第 23 - 26 题，每题 6 分，第 27 - 28 题，每题 7 分）

17. 计算： $3^{-2} + (-1)^{2023} - \left| -\frac{2}{9} \right| + (\pi - 4)^0$ 。

18. 把  $ax^2 - 4ax + 4a$  分解因式。

19. 解不等式  $3(x + 1) - 5x \leq 7$ ，并把解集在数轴上表示出来。

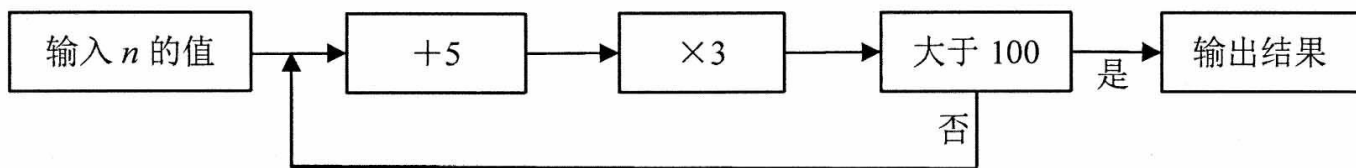


20. 解方程组  $\begin{cases} 3x + 4y = 2, \\ 3x - 2y = 8. \end{cases}$

21. 解不等式组  $\begin{cases} 3x + 2 \geq x, \\ \frac{3x - 4}{5} < 1. \end{cases}$

22. 先化简,再求值:  $(x + 1)(x - 3) - (-x)^2 + (4x^2 - x) \div x$ , 其中  $x = \frac{1}{2}$ .

23. 在学校的校本课上,李宏同学设计了一个运算程序,如下图:



按照上述程序进行运算,程序运行到“判断是否大于100”为一次运行.

- (1) 若  $n = 1$ , 则需要该运算程序运行\_\_\_\_\_次才能输出结果;
- (2) 若该程序运行了两次就输出了结果, 求满足此条件的最小整数  $n$  的值.



24. 在一次有 400 人参加的数学竞赛活动中，将成绩在 85 分及以上定为“优秀”，70 分至 84 分定为“良好”，60 分至 69 分定为“合格”，从其中随机抽取 60 人的成绩组成一组样本并进行数据整理，下面给出部分信息.

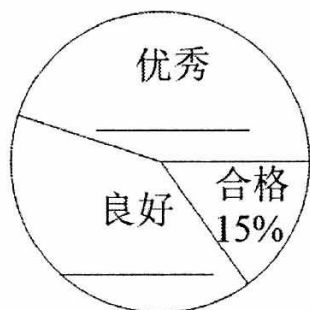
a. 75 分至 84 分的数据如下：

79    82    78    77    81    76    80    84    84  
84    78    84    77    83    84    75    75    83

b. 活动成绩分布表

成绩分组（含两端数据）	画记	频数
95-100	正下	8
90-94	正丁	7
85-89	正正丁	12
80-84		
75-79		
70-74	正一	6
65-69	正	4
60-64	正	5

c. 活动成绩等级扇形图



根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全“活动成绩分布表”和“活动成绩等级扇形图”；
- (2) 这组样本成绩的中位数为\_\_\_\_\_；
- (3) 根据本组抽样的数据，推测本次活动中取得优秀成绩的人数为\_\_\_\_\_人.

25. 陈佩与赵晴川在讨论性质“平行于同一条直线的两条直线平行”的证明方法. 陈佩说道：“我们之前证明两条直线平行时，常在‘三线八角’的图形中进行研究. 此图中没有‘三线八角’的图形，能不能构造出‘三线八角’的图形呢？”赵晴川想了想，说道：“可以构造一条截线  $MN$ ，与三条已有直线  $AB$ ， $CD$ ， $EF$  分别交于点  $H$ ， $G$ ， $K$ ，然后就可以用平行线的判定定理进行证明了”.

按照上述同学的说法，完成证明：

$A$  —————  $B$

已知：如图， $CD \parallel AB$ ， $EF \parallel AB$ .

$C$  —————  $D$

求证： $CD \parallel EF$ .

$E$  —————  $F$

(1) 在图中画出辅助线  $MN$ ，并标出点  $H$ ， $G$ ， $K$ ；

(2) 补全证明过程：

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle BHG = \angle \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{两直线平行, 同位角相等}).$$

$$\because EF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle BHG = \angle GKE \quad (\text{两直线平行, } \underline{\hspace{2cm}} \text{角相等}).$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle GKE.$$

$$\therefore CD \parallel EF \quad (\underline{\hspace{2cm}}).$$



26. 学校组织义卖活动，某班设计制作了手工艺品 14 件，手绘作品 9 件，且单件手工艺品比手绘作品的定价高 5 元，若全部售出，此班可募集捐款 300 元.

(1) 求单件手工艺品和手绘作品的定价各是多少元？

(2) 本班学生决定将义卖金额再增加 180 至 200 元之间（不包括 180 元和 200 元），在现有时间内可补充的手工艺品和手绘作品共计 15 件，求出所有符合条件的补充方案.

27. 阅读：证明命题“一个三位数各位数字之和可以被3整除，则这个数就可以被3整除”。

设 $\overline{abc}$ 表示一个三位数，

$$\begin{aligned}\overline{abc} &= 100a + 10b + c = (99a + 9b) + (a + b + c) \\ &= 9(11a + b) + (a + b + c)\end{aligned}$$

因为 $9(11a + b)$ 能被3整除，如果 $(a + b + c)$ 也能被3整除，那么 $\overline{abc}$ 就能被3整除。

- (1) ①一个四位数 $\overline{abcd}$ ，如果 $(a + b + c + d)$ 能被9整除，证明 $\overline{abcd}$ 能被9整除；  
 ②若一个五位数 $\overline{2e3e2}$ 能被9整除，则 $e = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 若一个三位数 $\overline{xyz}$ 的各位数字是任意三个连续的正整数，则 $\overline{xyz}$ 的最小正因数一定是 $\underline{\hspace{2cm}}$ （数字“1”除外）；
- (3) 由数字1至9组成的一个九位数 $\overline{mnp6q47s9}$ ，这个数的第一位 $m$ 能被1整除，前两位组成的两位数 $\overline{mn}$ 能被2整除，前三位组成的三位数 $\overline{mnp}$ 能被3整除，以此类推，一直到整个九位数能被9整除，写出这个九位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

28. 如图1，对于两条直线 $l_1, l_2$ 被第三条直线 $l_3$ 所截的同旁内角 $\angle\alpha, \angle\beta$ 满足 $\angle\beta = \angle\alpha + 30^\circ$ ，则称 $\angle\beta$ 是 $\angle\alpha$ 的关联角。

(1) 已知 $\angle\beta$ 是 $\angle\alpha$ 的关联角。

- ①当 $\angle\alpha = 50^\circ$ 时， $\angle\beta = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；  
 ②当 $2\angle\alpha - \angle\beta = 45^\circ$ 时，直线 $l_1, l_2$ 的位置关系为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 如图2，已知 $\angle AGH$ 是 $\angle CHG$ 的关联角，点 $O$ 是直线 $EF$ 上一定点。

- ①求证： $\angle DHG$ 是 $\angle BGH$ 的关联角；  
 ②过点 $O$ 的直线 $MN$ 分别交直线 $CD, AB$ 于点 $P, Q$ ，且 $\angle CHG = 80^\circ$ 。当 $\angle EOP$ 是图中某角的关联角时，写出所有符合条件的 $\angle EOP$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

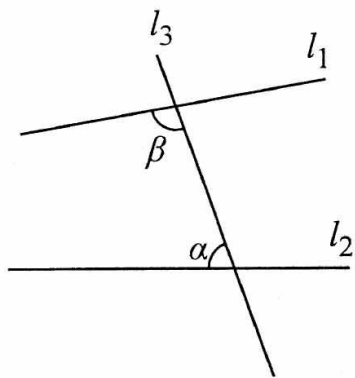


图 1

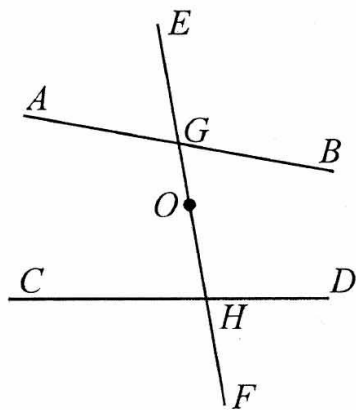
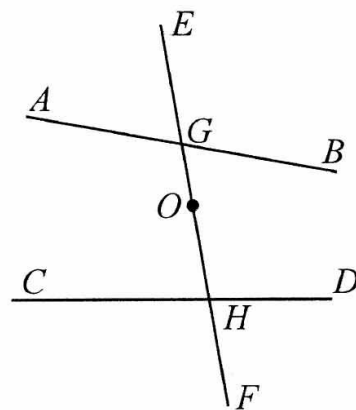


图 2



备用图

昌平区 2022—2023 学年第二学期初一年级期末质量抽测

数学试卷参考答案及评分标准

2023. 6

一、选择题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	B	D	C	A	A	C

二、填空题（本题共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$3m - 7 < 11$	$(x + 2)(x - 2)$	92	16, 15	假	$\begin{cases} x = -1, \\ y = 2 \end{cases}$	②	630, BD

三、解答题（本题共 12 道小题，第 17 - 22 题，每小题 5 分，第 23 - 26 题，每小题 6 分，第 27 - 28 题，每小题 7 分，共 68 分）

17. 解：原式 =  $\frac{1}{9} - 1 - \frac{2}{9} + 1$  ..... 4 分

=  $-\frac{1}{9}$ . ..... 5 分

18. 解：原式 =  $a(x^2 - 4x + 4)$  ..... 2 分

=  $a(x^2 - 2 \times 2x + 2^2)$  ..... 3 分

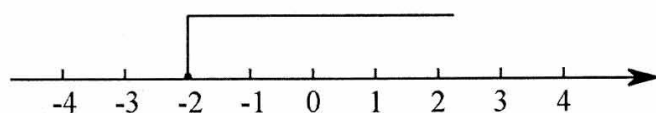
=  $a(x - 2)^2$ . ..... 5 分

19. 解：  $3x + 3 - 5x \leq 7$ . ..... 1 分

$-2x \leq 4$ . ..... 3 分

$x \geq -2$ . ..... 4 分

解集在数轴上表示为



..... 5 分

20. 解：  $\begin{cases} 3x + 4y = 2, & \text{①} \\ 3x - 2y = 8. & \text{②} \end{cases}$

① - ②, 得  $6y = -6$ . ..... 1 分

$\therefore y = -1$ . ..... 2 分

把  $y = -1$  代入①, 得  $3x + 4 \times (-1) = 2$ . ..... 3 分

$\therefore x = 2$ . ..... 4 分

所以, 原方程组的解为  $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$  ..... 5 分



21. 解: 
$$\begin{cases} 3x + 2 \geq x, & \text{①} \\ \frac{3x - 4}{5} < 1. & \text{②} \end{cases}$$

由①, 得  $3x - x \geq -2$ . ..... 1分

$\therefore x \geq -1$ . ..... 2分

由②, 得  $3x - 4 < 5$ . ..... 3分

$\therefore x < 3$ . ..... 4分

所以, 原不等式组的解集为  $-1 \leq x < 3$ . ..... 5分

22. 解: 原式 =  $x^2 - 3x + x - 3 - x^2 + 4x - 1$ . ..... 3分

=  $2x - 4$ . ..... 4分

当  $x = \frac{1}{2}$  时, 原式 =  $-3$ . ..... 5分

23. 解: (1) 三. .... 2分

(2)  $3[3(n + 5) + 5] > 100$ . .... 4分

$\therefore n > \frac{40}{9}$ . .... 5分

根据题意, 取  $n = 5$ . .... 6分

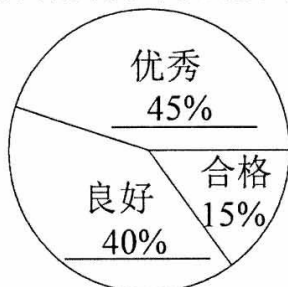
24. 解: (1) 如下表. .... 2分

活动成绩分布表

成绩分组 (含两端数据)	画记	频数
95-100	正下	8
90-94	正丁	7
85-89	正正丁	12
80-84	正正	10
75-79	正下	8
70-74	正一	6
65-69	正	4
60-64	正	5

如下图. .... 4分

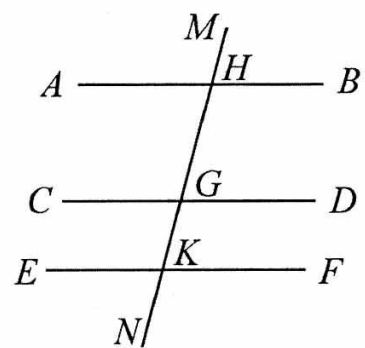
活动成绩等级扇形图



(2) 84. .... 5分

(3) 180. .... 6分

25. 解: (1) 如图所示. .... 2分  
 (2)  $DGK$ . .... 3分  
 内错. .... 4分  
 $DGK$ . .... 5分  
 内错角相等, 两直线平行. .... 6分



26. 解: (1) 设单件手工艺品定价  $x$  元, 单件手绘作品定价  $y$  元. .... 1分

依题意, 得  $\begin{cases} x - y = 5, \\ 14x + 9y = 300. \end{cases}$  .... 2分

解之, 得  $\begin{cases} x = 15, \\ y = 10. \end{cases}$  .... 3分

答: 单件手工艺品定价为 15 元, 单件手绘作品定价为 10 元.

- (2) 设现有时间内可补充的手工艺品为  $m$  件.

则有  $180 < 15m + 10(15 - m) < 200$ . .... 4分

解之, 得  $6 < m < 10$ . .... 5分

依题意,  $m = 7, 8, 9$ .

所以, 可以补充的方案有:

手工艺品 7 件, 手绘作品 8 件或手工艺品 8 件, 手绘作品 7 件或手工艺品 9 件, 手绘作品 6 件. .... 6分

27. 解: (1) ①  $\because \overline{abcd}$  是一个四位数,

$\therefore \overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$  .... 1分

$= (999a + 99b + 9c) + (a + b + c + d)$  .... 2分

$= 9(111a + 11b + c) + (a + b + c + d)$ . .... 3分

因为  $9(111a + 11b + c)$  能被 9 整除,

所以, 如果  $(a + b + c + d)$  也能被 9 整除, 那么  $\overline{abcd}$  就能被 9 整除.

..... 4分

- ② 1. .... 5分

- (2) 3. .... 6分

- (3) 381654729. .... 7分

28. (1) 解: ①80. .... 1分  
 ②平行. .... 2分

(2) 证明: ① $\because \angle AGH$  是  $\angle CHG$  的关联角,  
 $\therefore \angle AGH = \angle CHG + 30^\circ$ . .... 3分  
 $\because \angle BGH = 180^\circ - \angle AGH$ , .... 4分  
 $\angle DHG = 180^\circ - \angle CHG$ ,  
 $\therefore \angle DHG = 180^\circ - \angle AGH + 30^\circ$   
 $= 180^\circ - (180^\circ - \angle BGH) + 30^\circ$   
 $= \angle BGH + 30^\circ$ . .... 5分  
 $\because \angle DHG, \angle BGH$  为  $AB, CD$  被  $EF$  所截得  
 到的同旁内角,  
 $\therefore \angle DHG$  是  $\angle BGH$  的关联角.

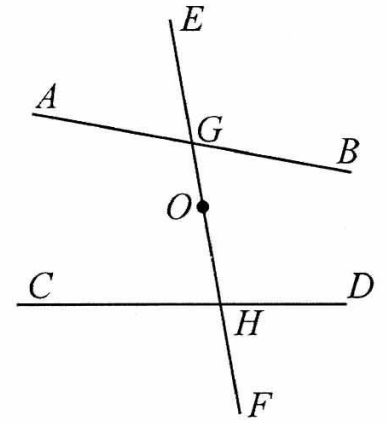


图 2

解: ② $140^\circ, 145^\circ, 155^\circ$ . .... 7分

注: 所有题选取其他思路酌情给分.