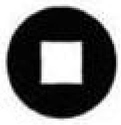
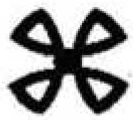
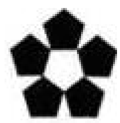
2018 北京首师大附中初三（上）期中

数　　学

（二次函数、旋转、圆）

一、单选题（每小题 2 分）

1．下列图形是中心对称图形而不是轴对称图形的是

A. 　B. 　C. 　D. 

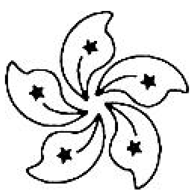
2．用配方法解方程 $x^2-2x-3=0$，配方后的方程是（　　　　）

A.　$(x-1)^2=8$　　B.　$(x-1)^2=2$　　C.　$(x+1)^2=4$　　D.　$(x-1)^2=4$

3．将抛物线 $y=(x+1)^2+2$ 向右平移 1 个单位，再向上平移 5 个单位后所得抛物线的解析式为（　　　）

A. $y=(x-2)^2+7$　　B. $y=(x+2)^2+7$　　C. $y=x^2+7$　　D. $y=x^2+3$

4．如图所示的图案绕旋转中心旋转一定角度后能够与自身重合，那么这个旋转角可能是



A.　60°　　B.　72°　　C.　90°　　D.　120°

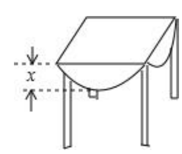
5．若二次函数 $y=x^2-6x+9$ 的图象经过 $A(-1,y_1)$，$B(1,y_2)$，$C(3+\sqrt{3},y_3)$ 三点，则关于 y_1，y_2，y_3 大小关系正确的是（　　）

A. $y_1>y_2>y_3$　　B. $y_1>y_3>y_2$　　C. $y_2>y_1>y_3$　　D. $y_3>y_1>y_2$

6．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=3，AB=5，则它的内切圆半径与外接圆半径分别为（　　　）

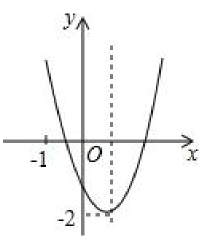
A.　1.5，2.5　　B.　2，5　　C.　1，2.5　　D.　2，2.5

7．如图，用一块直径为 a 的圆桌布平铺在对角线长为 a 的正方形桌面上，若四周下垂的最大长度相等，则桌布下垂的最大长度 x 为（　　）



A. $\frac{2-\sqrt{2}}{4}a$　　B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}a$　　C. $(\sqrt{2}-1)a$　　D. $(2-\sqrt{2})a$

8．已知二次函数 y=ax2+bx+c（a≠0）的图象如图所示，并且关于 x 的一元二次方程 ax2+bx+c−m=0 有两个不相等的实数根，下列结论：①b2−4ac＜0；②abc＞0；③a−b+c＜0；④m＞−2，其中，正确的个数有（　　）



A.　1　　B.　2　　C.　3　　D.　4

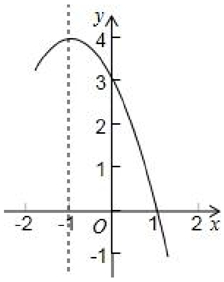
二、填空题（每小题 2 分）

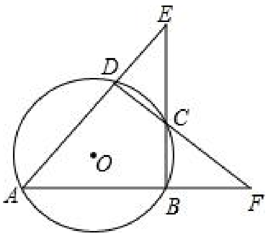
9．若 P 点的坐标为（2，-3)，则它关于原点对称点的坐标为______________。

10．抛物线 y=5（x－4）2+3 的顶点坐标是______________。

11．写出一个以-1，2 为根的一元二次方程____________________________。

12．抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 的部分图象如左下图所示，若 $y<0$，则 x 的取值范围是__________________。

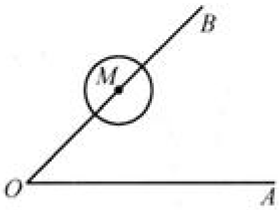




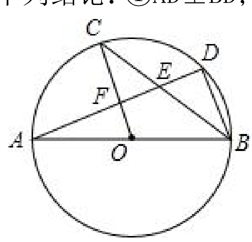
13．如右上图，已知⊙O 的内接四边形 ABCD 两组对边的延长线分别交于点 E、F，若∠E+∠F=70°，则∠A 的度数是________________。

14.红米 note 手机连续两次降价，由原来的 1299 元降 688 元，设平均每次降价的百分率为 x，则列方程为 ______ 。

15．如图，已知∠AOB＝45°，M 是 OB 上的一点，以 M 为圆心、2 cm 为半径作⊙M．若点 M 在 OB 上运动，则当 OM ＝___________cm 时，⊙M 与 OA 相切。



16． 如图，AB 是⊙O 的直径，C，D 是⊙O 上的点，且 OC∥BD，AD 分别与 BC，OC 相交于点 E，F，则下列结论：①AD⊥BD；②∠AOC=∠AEC；③CB 平分∠ABD；④AF=DF；⑤BD=2OF；⑥△CEF≌△BED，其中一定成立的____________________（把你认为正确结论的序号都填上）



三、主观题（17-22 题每题 5 分，23-26 题每题 6 分，27-28 题每题 7 分）

17．用适当的方法解方程：$(x+3)^2=-2(x+3)$

18． 下面是“用三角板画圆的切线”的画图过程。

如图 1，已知圆上一点 A，画过 A 点的圆的切线

画法：(1）如图 2，将三角板的直角顶点放在圆上任一点 C（与点 A 不重合）处，使其一直角边经过点 A，另一条直角边与圆交于 B 点，连接 AB;

(2）如图 3，将三角板的直角顶点与点 A 重合，使一条直角边经过点 B，画出另一条直角边所在的直线 AD。

所以直线 AD 就是过点 A 的圆的切线。

请回答：该画图的依据是____。

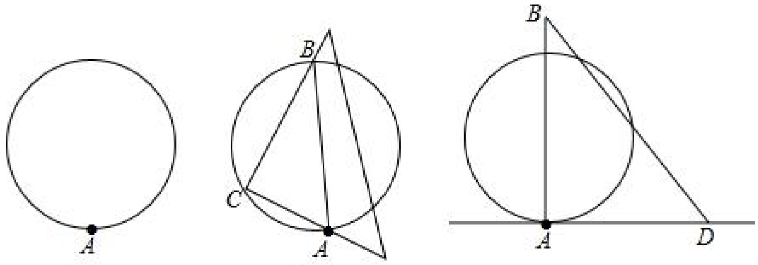
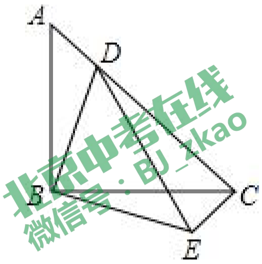


图1　　图2　　图3

19．如图，等腰 Rt△ABC 中，BA=BC，∠ABC=90°，点 D 在 AC 上，将△ABD 绕点 B 沿顺时针方向旋转 90°后，得到△CBE。

（1）求∠DCE 的度数；

（2）若 AB=4，CD=3AD，求 DE 的长。

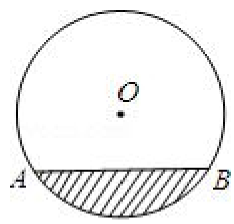


20．已知关于 x 的一元二次方程 $(m^2-m)x^2-2mx+1=0$ 有两个不相等的实数根。

(1)求 m 的取值范围；

(2)若 m 为整数且 $m<3$，a 是方程的一个根，求代数式 $2a^2-3a-\frac{2a^2+1}{4}+2$ 式的值。

21．某居民小区的一处圆柱形的输水管道破裂，维修人员为更换管道，需要确定管道圆形截面的半径．如图，若这个输水管道有水部分的水面宽 AB=16cm，水最深的地方的高度为 4cm，求这个圆形截面的半径。



22．已知二次函数 $y=ax^2+bx-3$ 的图象经过点 A（2，-3），B（-1，0）。

（1）求二次函数的解析式；

（2）要使该二次函数的图象与 x 轴只有一个交点，应把图象向上平移几个单位？

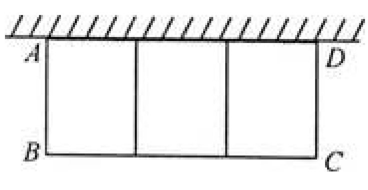
23．如图，在一面靠墙的空地上用长为 24 米的篱笆，围成中间隔有二道篱笆的长方形花圃，设花圃的宽 AB 为 x 米，面积为 S 平方米。

（1）求 S 与 x 的函数关系式及自变量的取值范围；

（2）已知墙的最大可用长度为 8 米。

①求所围成花圃的最大面积；

②若所围花圃的面积不小于 20 平方米，请直接写出 x 的取值范围。



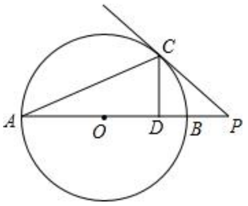
24．如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，CD⊥AB 于点 D．P 为 AB 延长线上一点，∠PCD=2∠BAC。

（1）求证：CP 为⊙O 的切线；

（2）BP=1，CP= $\sqrt{5}$ 。

①求⊙O 的半径；

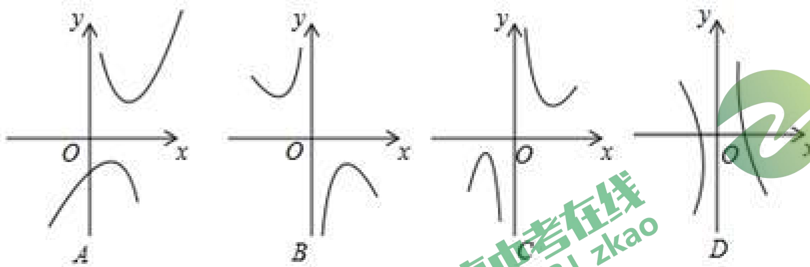
②若 M 为 AC 上一动点，则 OM+DM 的最小值为______。



25.【探究函数 $y=x+\frac{9}{x}$ 的图象与性质】

（1）函数 $y=x+\frac{9}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是_________________；

（2）下列四个函数图象中，函数 $y=x+\frac{9}{x}$ 的图象大致是________；



（3）对于函数 $y=x+\frac{9}{x}$，求当 $x>0$ 时，y 的取值范围。

请将下面求解此问题的过程补充完整：

解：∵x＞0 $\therefore y=x+\frac{9}{x}=(\sqrt{x})^2+\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2=\left(\sqrt{x}-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2+$____________。

$\because\left(\sqrt{x}-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2$ ≥0，$\therefore y$__________。

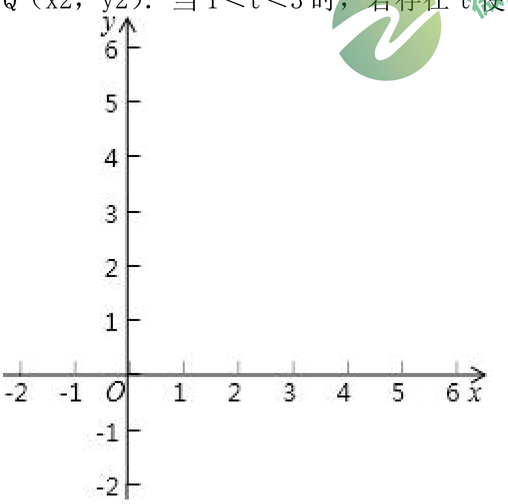
（4）若函数 $y=\frac{x^2-5x+9}{x}$,则 y 的取值范围是__________________。

26．在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 C：y=x2−4x+4 和直线 l：y=kx−2k（k＞0）。

（1）抛物线 C 的顶点 D 的坐标为______；

（2）请判断点 D 是否在直线 l 上，并说明理由；

（3）记函数 y= $\begin{cases} x^2-4x+4, x\le 2 \\ kx-2k, x>2 \end{cases}$ 的图象为 G，点 M（0，t），过点 M 垂直于 y 轴的直线与图象 G 交于点 P（x1，y1），Q（x2，y2）。当 1＜t＜3 时，若存在 t 使得 x1+x2=4 成立，结合图象，求 k 的取值范围。



27．将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AC，继续旋转 α （0° ＜α＜120° ）得到线段 AD，连接 CD。

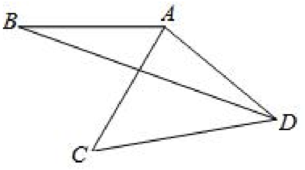


图 1

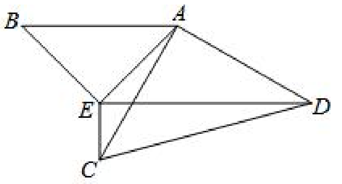


图 2

（1）连接 BD，

①如图 1，若 α =80°，则∠BDC 的度数为______；

②在第二次旋转过程中，请探究∠BDC 的大小是否改变. 若不变，求出∠BDC 的度数；若改变，请说明理由。

（2）如图 2，以 AB 为斜边作直角三角形 ABE，使得∠B=∠ACD，连接 CE，DE. 若∠CED=90°，求 α 的值。

28. 在平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和图形 M，给出如下的定义：若在图形 M 上存在一点 Q，使得 P、Q 两点间的距离小于或等于 1，则称 P 为图形 M 的关联点。

（1）当⊙O 的半径为 2 时，

①在点 P1（$\frac{1}{2}$，0），P2（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），P3（$\frac{5}{2}$，0）中，⊙O 的关联点是______。

②点 P 在直线 y=-x 上，若 P 为⊙O 的关联点，求点 P 的横坐标的取值范围。

（2）⊙C 的圆心在 x 轴上，半径为 2，直线 y=-x+1 与 x 轴、y 轴交于点 A、B. 若线段 AB 上的所有点都是⊙C 的关联点，直接写出圆心 C 的横坐标的取值范围.

数学试题答案

一、单选题（每小题 2 分）

1	2	3	4	5	6	7	8
A	D	C	B	A	C	A	B

二、填空题（每小题 2 分）

9．（-2，3）。

10．（4，3）。

11．$x^2-x-2=0$（答案不唯一）。

12．x＜-3 或 x＞1。

13．55°。

14．1299×（1-x）^{2}=1299-688。

15．$2\sqrt{2}$。

16．①③④⑤。

三、主观题（17-22 题每题 5 分，23-26 题每题 6 分，27-28 题每题 7 分）

17．解：（x+3）2=-2（x+3）

（x+3）2+2（x+3）=0

（x+3）（x+3+2）=0

（x+3）（x+5）=0

∴x+3=0 或 x+5=0

解得，x1=-3，x2=-5.

18．90°的圆周角所对的弦是直径，经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

19．解：（1）∵△ABC 为等腰直角三角形，

∴∠BAD=∠BCD=45°。

由旋转的性质可知∠BAD=∠BCE=45°。

∴∠DCE=∠BCE+∠BCA=45°+45°=90°。

（2）∵BA=BC，∠ABC=90°，

∴AC=$\sqrt{AB^2+BC^2}$=4$\sqrt{2}$。

∵CD=3AD，

∴AD=$\sqrt{2}$，DC=3$\sqrt{2}$。

由旋转的性质可知：AD=EC=$\sqrt{2}$。

∴DE=$\sqrt{CE^2+DC^2}$=2$\sqrt{5}$.

20．解：（1）由题意有：

$$\begin{cases} m^2-m\neq 0 \\ 4m^2-4(m^2-m)>0 \end{cases}$$

解得：$m>0$ 且 $m\neq 1$；

（2）∵$m>0$ 且 $m\neq 1$，又 m 为小于 3 的整数，

∴m=2，

当 m=2 时，方程为 $2x^2-4x+1=0$　即：$2a^2-4a+1=0$，

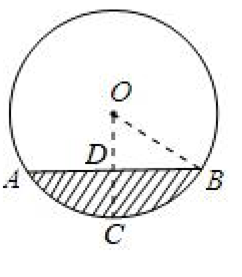
∴ $2a^2-3a-\dfrac{2a^2+1}{4}+2$

$=2a^2-4a+1-\dfrac{2a^2+1-4a}{4}+1$

$=1$，

∴ 代数 $2a^2-3a-\dfrac{2a^2+1}{4}+2$ 式的值为 1.

21．解：过点 O 作 OC⊥AB 于 D，交⊙O 于 C，连接 OB，



∵OC⊥AB，

∴BD=$\dfrac{1}{2}$AB=$\dfrac{1}{2}$×16=8cm，

由题意可知，CD=4cm，

∴设半径为 xcm，则 OD=（x-4）cm，

在 Rt△BOD 中，

由勾股定理得：OD2+BD2=OB2，即（x-4）2+82=x2，

解得：x=10，

答：这个圆形截面的半径为 10cm.

22．正确答案：

解：（1）由已知，有 $\begin{cases}4a+2b-3=-3\\ a-b-3=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}4a+2b=0\\ a-b=3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=1\\ b=-2\end{cases}$

∴所求的二次函数的解析式为 $y=x^2-2x-3$。

（2）∵ $-\frac{b}{2a}=1$，$\frac{4ac-b^2}{4a}$=-4。

∴顶点坐标为（1，-4）。

∵二次函数的图象与 x 轴只有一个交点，

∴应把图象向上平移 4 个单位.

23．解：（1）S=x（24-4x）=-4x2+24x（0＜x＜6）；

（2）①S=-4x2+24x=-4（x-3）2+36，

由 $\begin{cases}24-4x\le 8\\ 24-4x>0\end{cases}$，

解得 4≤x＜6，

当 x=4 时，花圃有最大面积为 32；

②令-4x2+24x=20 时，

解得 x1=1，x2=5

∵墙的最大可用长度为 8，

即 24-4x≤8，

∴x≥4，

∴4≤x≤5.

24．（1）证明：连接 OC，如图 1，

∵∠PCD=2∠BAC，∠POC=2∠BAC，

∴∠POC=∠PCD，

∵CD⊥AB 于点 D，

∴∠ODC=90°.

∴∠POC+∠OCD=90°.

∴∠PCD+∠OCD=90°.

∴∠OCP=90°.

∴半径 OC⊥CP.

∴CP 为⊙O 的切线.

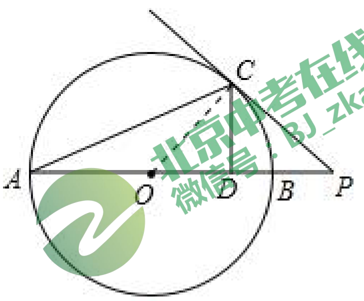


图1

（2）解：①设⊙O 的半径为 r.

在 Rt△OCP 中，OC2+CP2=OP2，

∵BP=1，CP=$\sqrt{5}$.

∴r2+（$\sqrt{5}$）2=（r+1）2，

解得 r=2.

∴⊙O 的半径为 2.

②∵∠OCP=∠ODC=90°，∠COD=∠POC，

∴△COP∽△DOC，

∴ $\frac{CP}{OP}=\frac{CD}{OC}$，即 $\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{CD}{2}$，

∴CD=$\frac{2}{3}\sqrt{5}$，

如图 2，作点 O 点关于 AC 的对称点 E，连接 AE，EC，此时 OM+DM=ED，

∵AC 垂直平分 OE，

∴AE=AO，

∴∠OAC=∠EAC，

∵OA=OC，

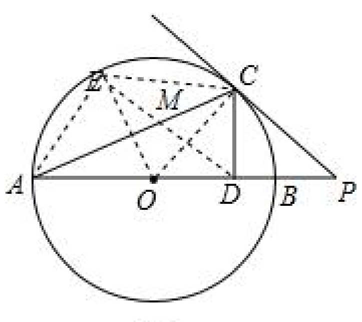


图2

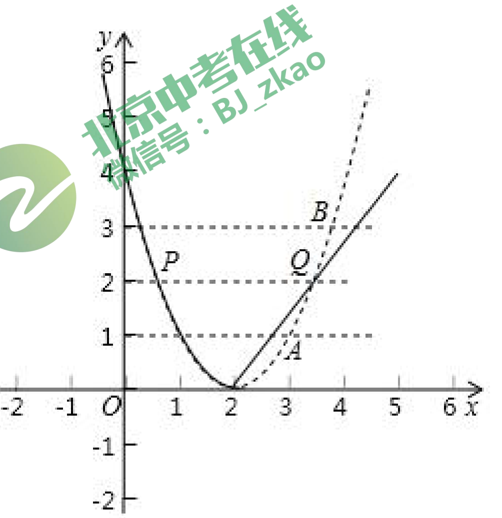
∴∠OAC=∠OCA，
∴∠EAC=∠OCA，
∴AE∥OC，
∵OA=AE=OC=2，
∴四边形 AOCE 是菱形，
∴EC=2，∠ECD=90°，
在 RT△ECD 中，EC=2，CD=$\frac{2}{3}\sqrt{5}$，
∴ED=$\sqrt{CE^2+CD^2}$=$\frac{2}{3}\sqrt{14}$.
∵OM+DM 的最小值为$\frac{2}{3}\sqrt{14}$.
故答案为$\frac{2}{3}\sqrt{14}$。

25.（1）$x\neq0$；
（2）C；
（3）6；≥6；
（4）$y\leqslant-11$ 或 $y\geqslant1$

26.（2，0）
解：（1）∵$y=x2-4x+4=(x-2)2$，
∴顶点 D 的坐标为（2，0）；
故答案为：（2，0）；

（2）点 D 在直线 l 上。
理由如下：直线 l 的表达式为 $y=kx-2k$（$k>0$），
∵当 $x=2$ 时，$y=2k-2k=0$，
∴点 D（2，0）在直线 l 上；

（3）如图，不妨设点 P 在点 Q 的左侧，
由题意知：要使得 $x1+x2=4$ 成立，即是要求点 P 与点 Q 关于直线 $x=2$ 对称，
又∵函数 $y=x2-4x+4$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称，
∴当 $1<t<3$ 时，若存在 t 使得 $x1+x2=4$ 成立，即要求点 Q 在 $y=x2-4x+4$（$x>2$，$1<y<3$）的图象上，
根据图象，临界位置为射线 $y=kx-2k$（$k>0$）过 $y=x2-4x+4$（$x>2$）与 $y=1$ 的交点 A（3，1）处，
以及射线 $y=kx-2k$（$k>0$）过 $y=x2-4x+4$（$x>2$）与 $y=3$ 的交点 B（$2+\sqrt{3}$，3）处，
此时，$k=1$ 以及 $k=\sqrt{3}$，
故 k 的取值范围是 $1<k<\sqrt{3}$。



27. 30°
解：（1）①∵线段 AC，AD 由 AB 旋转而成，
∴AB=AC=AD.
∴点 B、C、D 在以 A 为圆心，AB 为半径的圆上.
∴∠BDC=$\frac{1}{2}$∠BAC=30°.
故答案为：30°.
②不改变，∠BDC 的度数为 30°.
方法一：
由题意知，AB=AC=AD.
∴点 B、C、D 在以 A 为圆心，AB 为半径的圆上.

$\therefore \angle BDC=\frac{1}{2}\angle BAC=30°$．

方法二：

由题意知，AB=AC=AD.

∵AC=AD，$\angle CAD=\alpha$，

$\therefore \angle ADC=\angle C=\frac{180°-\alpha}{2}=90°-\frac{1}{2}\alpha$．

∵AB=AD，$\angle BAD=60°+\alpha$，

$\therefore \angle ADB=\angle B=\frac{180°-(60°+\alpha)}{2}=\frac{180°-\alpha}{2}=60°-\frac{1}{2}\alpha$．

$\therefore \angle BDC=\angle ADC-\angle ADB=(90°-\frac{1}{2}\alpha)-(60°-\frac{1}{2}\alpha)=30°$．

（2）过点 AM⊥CD 于点 M，连接 EM.

∵∠AMD=90°，

∴∠AMC=90°．

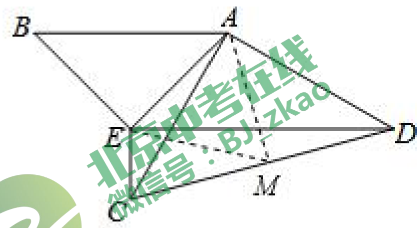


图 2

在△AEB 与△AMC 中，

$$\begin{cases}\angle AEB=\angle AMC\\ \angle B=\angle ACD\\ AB=AC\end{cases}，$$

∴△AEB≌△AMC（AAS）.

∴AE=AM，∠BAE=∠CAM.

∴∠EAM=∠EAC+∠CAM=∠EAC+∠BAE=∠BAC=60°．

∴△AEM 是等边三角形.

∴EM=AM=AE.

∵AC=AD，AM⊥CD，

∴CM=DM.

又∵∠DEC=90°，

∴EM=CM=DM.

∴AM=CM=DM.

∴点 A、C、D 在以 M 为圆心，MC 为半径的圆上.

∴ α =∠CAD=90°．

28．解：（1）①∵点 P1（$\frac{1}{2}$，0），P2（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），P3（$\frac{5}{2}$，0）

∴OP1=$\frac{1}{2}$，OP2=1，OP3=$\frac{5}{2}$，

∴P1 与⊙O 的最小距离为 $\frac{3}{2}$，P2 与⊙O 的最小距离为 1，OP3 与⊙O 的最小距离为 $\frac{1}{2}$，

∴⊙O 的关联点是 P2，P3；

故答案为：P2，P3；

②根据定义分析，可得当 y=-x 上的点 P 到原点的距离在 1 到 3 之间时符合题意，

∴设 P（x，-x），当 OP=1 时，

由距离公式得，OP=$\sqrt{(x-0)^2+(-x-0)^2}$=1，

∴x=±$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当 OP=3 时，OP=$\sqrt{(x-0)^2+(-x-0)^2}$=3，

解得：x=±$\frac{3\sqrt{2}}{2}$；

∴点 P 的横坐标的取值范围为：$-\frac{3\sqrt{2}}{2}\leq x\leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$，或 $\frac{\sqrt{2}}{2}\leq x\leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$；

（2）∵直线 y=-x+1 与 x 轴、y 轴交于点 A、B，

∴A（1，0），B（0，1），

如图 1，

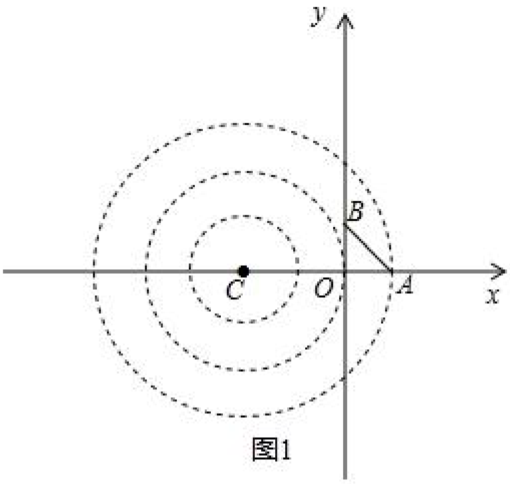


图1

当圆过点 A 时，此时，CA=3，

∴C（-2，0），

如图 2，

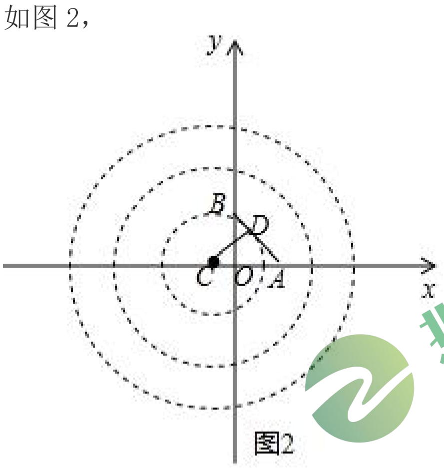


图2

当直线 AB 与小圆相切时，切点为 D，

∴CD=1，

∵直线 AB 的解析式为 y=-x+1，

∴直线 AB 与 x 轴的夹角=45°，

∴AC=$\sqrt{2}$，

∴C（1-$\sqrt{2}$，0），

∴圆心 C 的横坐标的取值范围为：-2≤xC≤1-$\sqrt{2}$；

如图 3，

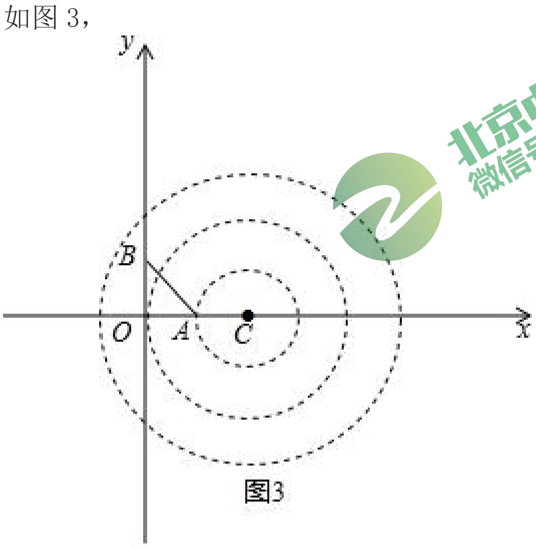


图3

当圆过点 A，则 AC=1，∴C（2，0），

如图 4，

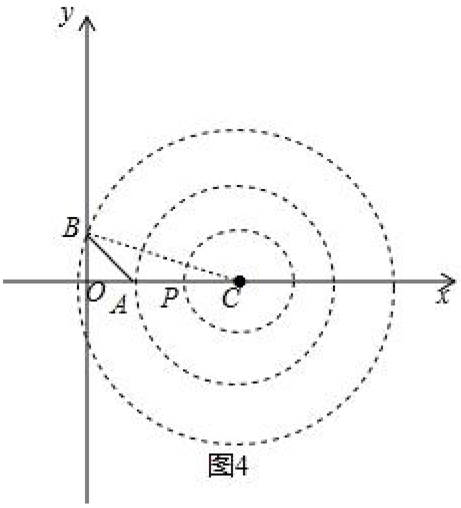


图4

当圆过点 B，连接 BC，此时，BC=3，

∴OC= $\sqrt{3^2-1}$ =2$\sqrt{2}$，

∴C（2$\sqrt{2}$，0）。

∴圆心 C 的横坐标的取值范围为：2≤xC≤2$\sqrt{2}$；

综上所述；圆心 C 的横坐标的取值范围为：-2≤xC≤1-$\sqrt{2}$ 或 2≤xC≤2$\sqrt{2}$.