



人大附中朝阳学校 2019-2020 学年度第二学期初三开学检测

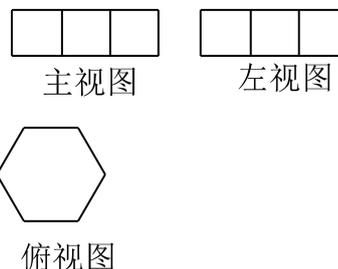
数学试卷

2020.2.9

一、选择题

1. 如图是某个几何体的三视图，该几何体是 () .

- A. 三棱柱 B. 圆柱
C. 六棱柱 D. 圆锥



2. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 2 个单位后得到新的抛物线的表达式为 ()

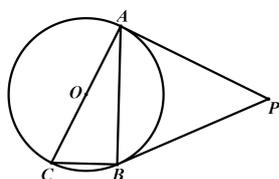
- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2$ C. $y = (x+2)^2$ D. $y = (x-2)^2$

3. 如图, PA 和 PB 是 $\odot O$ 的切线, 点 A 和点 B 为切点, AC 是 $\odot O$ 的直径. 已知 $\angle P = 50^\circ$, 那么 $\angle ACB$ 等于

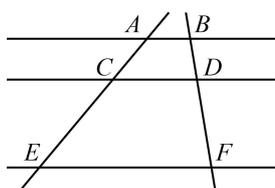
- A. 65° B. 60° C. 55° D. 50°

4. 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $BD: DF = 1: 2$, 那么 $AC: AE$ 的值是 ()

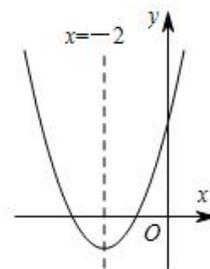
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$; D. 2



第 3 题



第 4 题



第 5 题

5. 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 若点 $A(0, y_1)$ 和 $B(-3, y_2)$ 在此函数图象上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法确定

6. 根据下列表格的对应值:

x	3.23	3.24	3.25	3.26
$y = ax^2 + bx + c$	-0.06	-0.02	0.03	0.09

判断方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 的一个解的范围是 ()

- A. $3.00 < x < 3.23$ B. $3.23 < x < 3.24$ C. $3.24 < x < 3.25$ D. $3.25 < x < 3.26$

7. 已知三点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(1, -2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 若 $x_1 < 0$, $x_2 > 0$, 则下列式子正确的是 ()

- A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $y_1 < 0 < y_2$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $y_1 > 0 > y_2$



8. 我们研究过的图形中,圆的任何一对平行切线的距离总是相等的,所以圆是“等宽曲线”.除了圆以外,还有一些几何图形也是“等宽曲线”,如勒洛三角形(如图1),它是分别以等边三角形的每个顶点为圆心,以边长为半径,在另两个顶点间画一段圆弧,三段圆弧围成的曲边三角形.图2是等宽的勒洛三角形和圆形滚木的截面图.

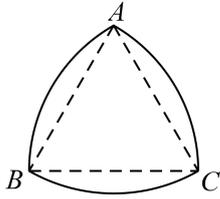


图1

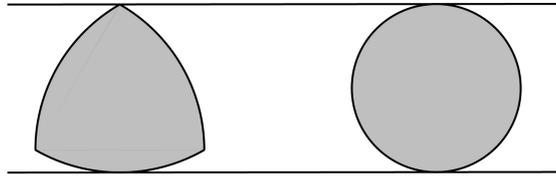


图2

有如下四个结论:

- ① 勒洛三角形是中心对称图形
- ② 图1中,点A到 \widehat{BC} 上任意一点的距离都相等
- ③ 图2中,勒洛三角形的周长与圆的周长相等
- ④ 使用截面是勒洛三角形的滚木来搬运东西,会发生上下抖动

上述结论中,所有正确结论的序号是()

- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

二、填空题

9. 已知函数的图象经过点(2, 1),且与x轴没有交点,写出一个满足题意的函数的表达式_____.

10. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,函数y与自变量x的部分对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	10	5	2	1	2	...

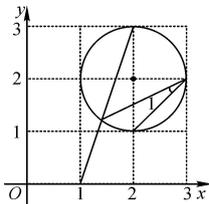
则当 $y < 5$ 时,x的取值范围是_____.

11. 如图, $\angle 1$ 的正切值等于_____.

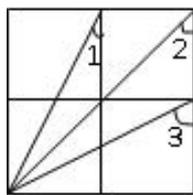
12. 在平面直角坐标系中,已知点 $E(-4, 2)$, $F(-2, -2)$,以原点O为位似中心,相似比为 $\frac{1}{2}$,把 $\triangle EFO$ 缩小,则点E的对应点 E' 的坐标是_____.

13. 如图,已知方格纸中是4个相同的正方形,则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____.

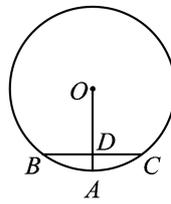
14. 如图, $\odot O$ 的半径OA垂直于弦BC,垂足是D, $OA=5$, $AD:OD=1:4$,则BC的长为_____.



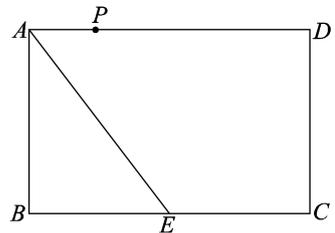
第11题



第13题



第14题



第16题图

15. 小红和小丁玩纸牌游戏:有数字为“3, 6, 8, 10”的四张扑克牌,将它们正面朝下洗匀后放在桌上,小红先从中抽出一张,小丁从剩余的3张牌中也抽出一张.比较两人抽出的牌面上的数字,数字大者获胜.则小红获胜的概率为_____.

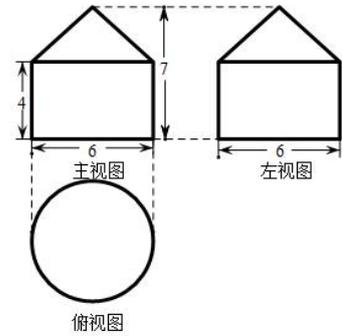
16. 如图,矩形ABCD中, $AB=4$, $BC=6$,E是边BC的中点,点P在边AD上,设 $DP=x$,若以点D为圆心, DP 为半径的 $\odot D$ 与线段AE只有一个公共点,则所有满足条件的x的取值范围是_____.



三、解答题

17. 计算: $|\sqrt{3}| - (2 - \sqrt{2})^0 - \tan 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

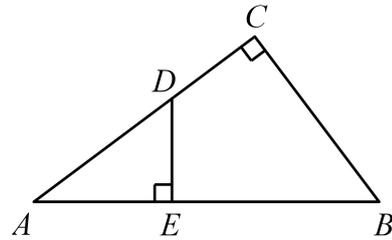
18. 如图, 一个"粮仓"的三视图如图所示(单位: m), 求它的表面积.



19. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 是 AC 边上一点, $DE \perp AB$ 于点 E .

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$;

(2) 如果 $AC=8$, $BC=6$, $CD=3$, 求 AE 的长.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + 2 = 0$ ($m \neq 0$).

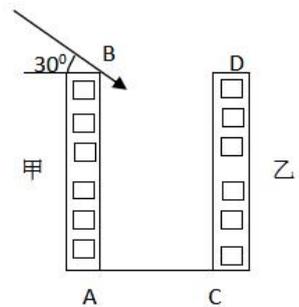
(1) 求证: 此方程有两个实数根;

(2) 若此方程有两个正整数根, 求 m 的值.

21. 如图, 为住宅区内的两幢楼, 它们的高 $AB=CD=30\text{m}$, 现需了解甲楼对乙楼的采光的影响情况. 当太阳光与水平线的夹角为 30° 时. 试求:

(1) 若两楼间的距离 $AC=24\text{m}$ 时, 甲楼的影子落在乙楼上有多高?

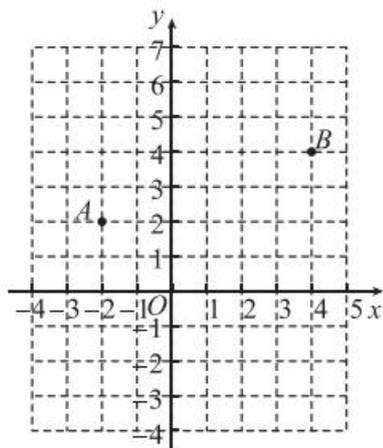
(2) 若甲楼的影子刚好不影响乙楼, 那么两楼的距离应当有多远?





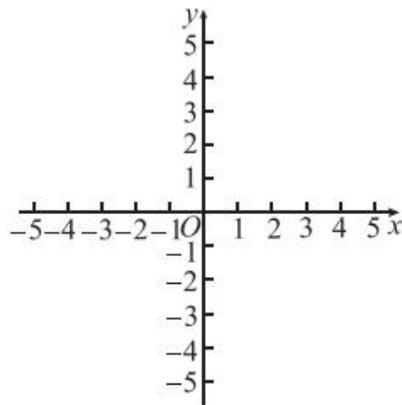
22. 如图：在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2, 2)$, $B(4, 4)$.

- (1) 尺规作图：求作过点 A, B, O 的圆 $\odot M$;
- (2) 利用网格直接写出点 M 的坐标;
- (3) 若直线 $x=a$ 与 $\odot M$ 相交，直接写出 a 的取值范围.



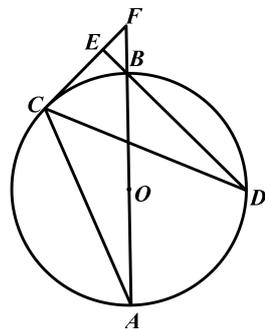
23. 已知点 $A(-1, -4)$ 和 P 是一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 图象的两个不同交点，点 P 关于 y 轴的对称点为 P' ，直线 AP 以及 AP' 分别与 x 轴交于点 M 和 N .

- (1) 求反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的解析式;
- (2) 若 $PP' \geq \frac{3}{2}MN$ ，求 k 的取值范围.



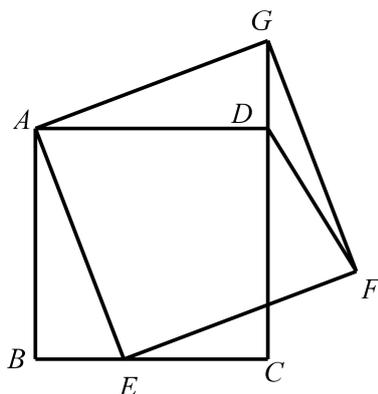
24. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C, D 为 $\odot O$ 上不同于 A, B 的两点， $\angle ABD=2\angle BAC$ ，连接 CD ，过点 C 作 $CE \perp DB$ ，垂足为 E ，直径 AB 与 CE 的延长线相交于 F 点.

- (1) 求证： CF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 当 $BD=\frac{18}{5}$ ， $\sin F=\frac{3}{5}$ 时，求 OF 的长.





25. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=5\text{cm}$, 点 E 在正方形边上沿 $B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动 (含端点), 连接 AE , 以 AE 为边, 在线段右侧作正方形 $AEFG$, 连接 DF 、 DG .



小颖根据学习函数的经验, 在点 E 运动过程中, 对线段 AE 、 DF 、 DG 的长度之间的关系进行了探究.

下面是小颖的探究过程, 请补充完整:

(1) 对于点 E 在 BC 、 CD 边上的不同位置, 画图、测量, 得到了线段 AE 、 DF 、 DG 的长度的几组值, 如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7
AE/cm	5.00	5.50	6.00	7.07	5.99	5.50	5.00
DF/cm	5.00	3.55	3.72	5.00	3.71	3.55	5.00
DG/cm	0.00	2.30	3.31	5.00	5.28	5.69	7.07

在 AE 、 DF 和 DG 的长度这三个量中, 确定_____的长度是自变量, _____的长度和_____的长度都是这个自变量的函数.

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中所确定的函数的图象:

(3) 结合函数图像, 解决问题:

当 $\triangle GDF$ 为等腰三角形时, AE 的长约为_____

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+bx-3$ ($a \neq 0$) 经过点 $(2, -3)$.

(1) 用含 a 的式子表示 b ;

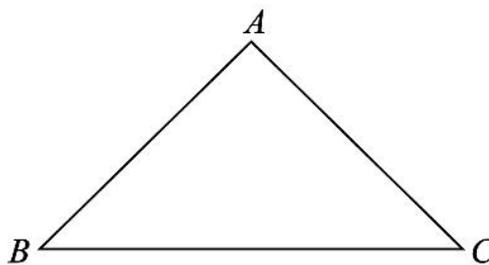
(2) 点 A 、 B 关于对称轴对称, 直接写出点 A 的坐标;

(3) 已知点 $P(4, 0)$, $Q(-\frac{1}{a}, 0)$. 若抛物线与线段 PQ 恰有两个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.



27. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=AC$, 将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转 α° ($0<\alpha<180$), 得到线段 BD , 且 $AD\parallel BC$.

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求满足条件的 α 的值;
- (3) 若 $AB=2$, 求 AD 的长.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 与 $P_2(x_2, y_2)$ 的“非常距离”, 给出如下定义:

若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|x_1 - x_2|$;

若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|y_1 - y_2|$.

例如: 点 $P_1(1, 2)$, 点 $P_2(3, 5)$, 因为 $|1 - 3| < |2 - 5|$, 所以点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|2 - 5| = 3$, 也就是图 1 中线段 P_1Q 与线段 P_2Q 长度的较大值 (点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 交点).

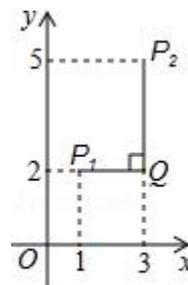


图1

(1) 已知点 $A(-\frac{1}{2}, 0)$, B 为 y 轴上的一个动点,

- ①若点 A 与点 B 的“非常距离”为 2, 写出一个满足条件的点 B 的坐标;
- ②直接写出点 A 与点 B 的“非常距离”的最小值;

(2) 已知 C 是直线 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 上的一个动点,

- ①如图 2, 点 D 的坐标是 $(0, 1)$, 求点 C 与点 D 的“非常距离”的最小值及相应的点 C 的坐标;
- ②如图 3, E 是以原点 O 为圆心, 1 为半径的圆上的一个动点, 求点 C 与点 E 的“非常距离”的最小值及相应的点 E 与点 C 的坐标.

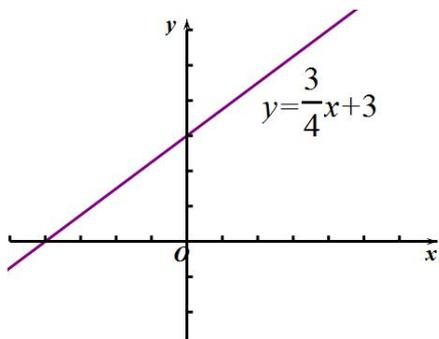


图2

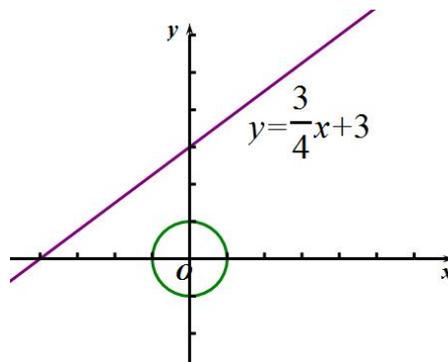


图3