

和平街一中 2022—2023 学年度第一学期九年级

数学期中调研试卷



班级_____ 姓名_____ 学号_____

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列方程中，属于一元二次方程的是

- A. $x^2 - 2x - 3 = 0$ B. $x^2 - xy = 2$ C. $x^2 + \frac{1}{x} = 2$ D. $2(x-1) = x$

2. 随着国民经济快速发展，我国涌现出一批规模大、效益高的企业，如大疆、国家核电、华为、凤凰光学等，以下四个企业的标志是中心对称图形的是（ ）



A.



B.



C.



D.

3. 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-6)^2 + 3$ 的顶点坐标为

- A. $(-6, 3)$ B. $(6, -3)$ C. $(6, 3)$ D. $(-6, -3)$

4. 在抛物线在 $y = x^2 - 4x - 4$ 的一个点是

- A. $(4, -4)$ B. $(3, -1)$ C. $(-2, -8)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right)$

5. 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a (a \neq 0)$ 的对称轴是


- A. 直线 $x = a$ B. 直线 $x = 2a$ C. 直线 $x = 1$ D. 直线 $x = -1$

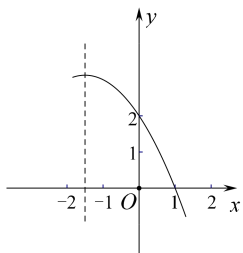
6. 已知二次函数 $y = kx^2 + 2x + 1$ 的图象与 x 轴有交点，则 k 的取值范围是

- A. $k < 1$ 且 $k \neq 0$ B. $k \leq 1$ C. $k \geq 1$ D. $k \leq 1$ 且 $k \neq 0$

7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的部分图象，如图所示，则使得函数值 y 大于 2 的自变量 x 的取值可以是

- A. -4 B. -2 C. 0 D. 2

8. 小明将图案  绕某点连续旋转若干次，每次旋转相同角度 α ，设计出一个外轮廓为正六边形的图案（如图），则 α 可以为
- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°



（第 7 题图）

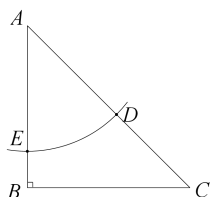


（第 8 题图）



二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 请写出抛物线 $y = -4x^2 + 3x$ 的顶点坐标_____.
10. 根据下列问题列方程，并将所列方程化成一元二次方程的一般形式.
问题：参加一次聚会的每两人都握了一次手，所有人共握手 10 次，共有多少人参加聚会？
设有 x 人参加聚会，所列方程为：_____.
11. 在平面直角坐标系中，点 $P(2, -1)$ 与点_____ 关于原点 O 对称.
12. 写出一个二次函数，其图象满足：①开口向下；②与 y 轴交于点 $(0, 2)$ ，这个二次函数的解析式可以是_____.
13. 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 + x + 1 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是_____.
14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC = 3$ ，点 D 在 AC 上，且 $AD = 2$ ，将点 D 绕着点 A 顺时针方向旋转，使得点 D 的对应点 E 恰好落在 AB 边上，则旋转角的度数为_____， CE 的长为_____.



(第 14 题图)

15. 已知二次函数 $y = x^2$ ，当 $-1 \leq x \leq 2$ 时，函数值 y 的取值范围是_____.

16. 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m$ 交 x 轴于点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$ (点 A 在点 B 左侧)，抛物线的顶点为 D ，下列四个结论：

① 抛物线过点 $(2, m)$ ； ② 当 $m=0$ 时， $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形；

③ $a+b=4$ ； ④ 抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$ ，若 $x_1 < x_2$ ，且 $x_1 + x_2 > 2$ ，则 $y_1 > y_2$ 。其中结论正确的序号是_____.

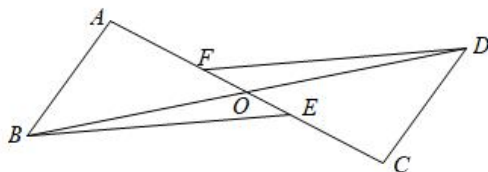
三、解答题 (共 68 分，第 17—21 题，每题 5 分，第 22—23 题，每题 6 分，第 24 题 5 分，第 25 题 6 分，第 26 题 6 分，第 27—28 题，每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 用适当方法解方程： $5x^2 - 3x = x + 1$.

18. 求证：关于 x 的方程 $(m^2 - 8m + 17)x^2 + 2mx + 1 = 0$ ，不论 m 取何值，该方程都是一元二次方程.

19. 如图， $\triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 关于点 O 中心对称，点 E, F 在线段 AC 上，且 $AF = CE$.

求证： $FD = BE$.



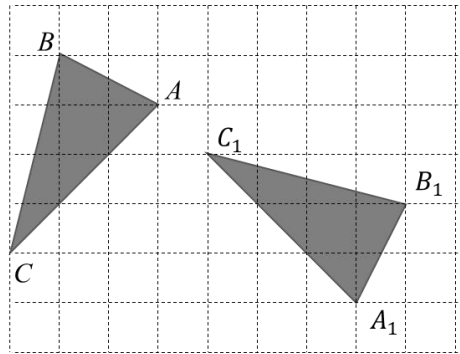
20. 已知关于 x 的方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 写出一个满足条件的 m 的值, 并求此时方程的根.



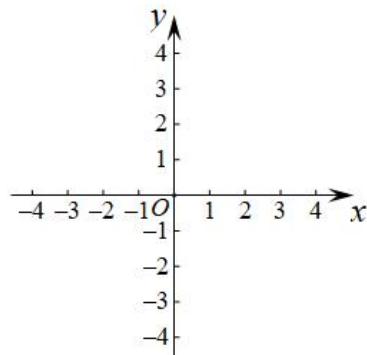
21. 如图, 在正方形网格中, 将格点 $\triangle ABC$ 绕某点顺时针旋转角 α ($0 < \alpha < 180^\circ$) 得到格点 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 A 与点 A_1 , 点 B 与点 B_1 , 点 C 与点 C_1 是对应点.

- (1) 请通过画图找到旋转中心, 将其标记为点 O ;
- (2) 直接写出旋转角 α 的度数.



22. 已知二次函数 $y = x^2 + 2x - 3$.

- (1) 将二次函数化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 在平面直角坐标系中画出 $y = x^2 + 2x - 3$ 的图象;
- (3) 结合函数图象, 直接写出 $y > 0$ 时 x 的取值范围.



23. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

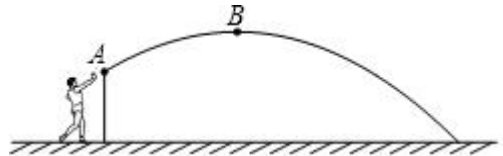
x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	0	-4	-4	0	8	...

(1) 根据上表填空:

- ① 抛物线与 x 轴的交点坐标是_____和_____;
- ② 抛物线经过点 $(-3, \quad)$;
- ③ 在对称轴右侧, y 随 x 增大而_____;

(2) 求该抛物线的解析式.

24. 在刚刚结束的校运动会的实心球比赛中, 小宇在决赛中, 实心球所经过的路线是如图所示的抛物线的一部分. 已知实心球出手处 A 距离地面的高度是 $\frac{9}{5}$ 米, 当实心球运行的水平距离为 4 米时, 达到最大高度 5 米的 B 处. 小宇此次投掷的成绩是多少米?



25. 某文具店销售一种进价为每本 10 元的笔记本, 为获得高利润, 以不低于进价进行销售, 结果发现, 每月销售量 y 与销售单价 x 之间的关系可以近似地看作一次函数:

$y = -5x + 150$, 物价部门规定这种笔记本每本的销售单价不得高于 18 元.

- (1) 当每月销售量为 70 本时, 获得的利润为多少元?
- (2) 该文具店这种笔记本每月获得利润为 w 元, 求每月获得的利润 w 元与销售单价 x 之间的函数关系式, 并写出自变量的取值范围;
- (3) 当销售单价定为多少元时, 每月可获得最大利润, 最大利润为多少元?

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上任意两点, 其中 $x_1 < x_2$. 设抛物线的对称轴为 $x = t$. 若对于 $x_1 + x_2 > 3$. 都有 $y_1 < y_2$, 求 t 的取值范围.

27. 四边形 $ABCD$ 是正方形, 将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 2α ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), 得到线段 CE , 连接 DE , 过点 B 作 $BF \perp DE$ 交 DE 于 F , 连接 BE .

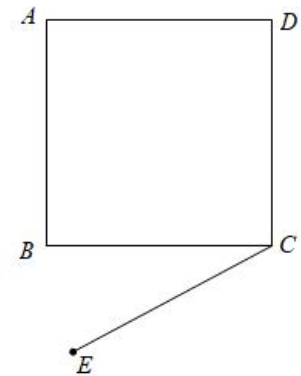
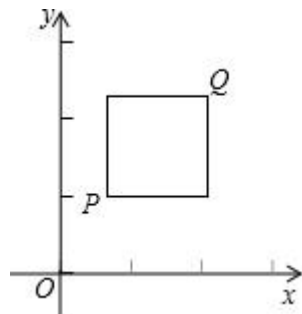


图 1

- (1) 依题意补全图 1;
- (2) 求 $\angle FBE$ 的度数;
- (3) 连接 AF , 用等式表示线段 AF 与 DE 的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P , 若点 Q 满足条件: 以线段 PQ 为对角线的正方形, 边均与某条坐标轴垂直, 则称点 Q 为点 P 的“正轨点”, 该正方形为点 P 的“正轨正方形”如下图所示.



(1) 已知点 A 的坐标是 $(1, 3)$.

①在 $(-3, -1), (2, 2), (3, 3)$ 中, 是点 A 的“正轨点”的坐标是_____.

②若点 A 的“正轨正方形”的面积是 4, 写出一个点 A 的“正轨点”的坐标_____.

(2) 若点 $B(1, 0)$ 的“正轨点”在直线 $y=2x+2$ 上, 求点 B 的“正轨点”的坐标;

(3) 已知点 $C(m, 0)$, 若直线 $y=2x+m$ 上存在点 C 的“正轨点”, 使得点 C 的“正轨正方形”面积小于 4, 直接写出 m 的取值范围.

