



石景山区 2019—2020 学年第一学期初三期末 数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。
2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。
3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	C	A	B	D	B	D

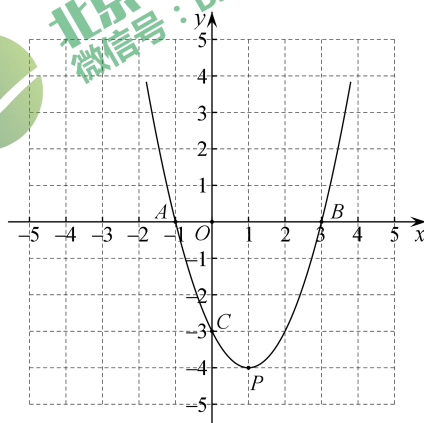
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 9 10. 2 11. 3π 12. $\sqrt{5}$
13. 答案不唯一，如： $y = x^2 - 2$ 14. $y = 2(x+1)^2$
15. 6 16. 1; 5

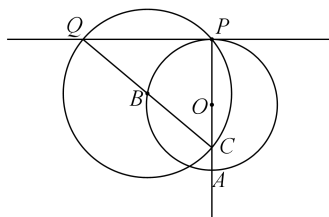
三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 解：原式 $= 3\sqrt{3} - 1 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ 4 分
- $= \sqrt{3}$ 5 分

18. 解：(1) $A(-1, 0)$, $C(0, -3)$
 $P(1, -4)$ 3 分
- (2) 如右图所示 5 分



19. 解：(1) 补全的图形如右图所示； 2 分
- (2) 90° ，直径所对的圆周角是直角；
 经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. 5 分





20. 解法一：建立平面直角坐标系 xOy ，如图 1 所示.

则点 A 的坐标为 $(0, \frac{8}{5})$ ，顶点为 $B(3, \frac{5}{2})$.

设抛物线的表达式为 $y = a(x-3)^2 + \frac{5}{2}$, 2 分

\therefore 点 $A(0, \frac{8}{5})$ 在抛物线上,

$$\therefore a \times (0-3)^2 + \frac{5}{2} = \frac{8}{5}.$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{10}.$$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{10}(x-3)^2 + \frac{5}{2}$ 4 分

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } -\frac{1}{10}(x-3)^2 + \frac{5}{2} = 0,$$

解得 $x_1 = 8, x_2 = -2$ (不合实际, 舍去).

即 $OC = 8$.

答：小丁此次投掷的成绩是 8 米. 5 分

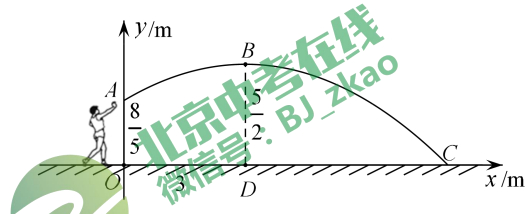


图 1

解法二：以 B 为坐标原点建立平面直角坐标系，如图 2 所示.

则点 A 的坐标为 $(-3, -\frac{9}{10})$ ， $y_E = -\frac{5}{2}$ ， $CD = 3$.

设抛物线的表达式为 $y = ax^2$, 2 分

\therefore 点 $A(-3, -\frac{9}{10})$ 在抛物线上,

$$\therefore a \times (-3)^2 = -\frac{9}{10}.$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{10}.$$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{10}x^2$ 4 分

$$\text{令 } y = -\frac{5}{2}, \text{ 则 } -\frac{1}{10}x^2 = -\frac{5}{2},$$

解得 $x_1 = 5, x_2 = -5$ (不合实际, 舍去).

$$\therefore CE = 3 + 5 = 8$$

答：小丁此次投掷的成绩是 8 米. 5 分

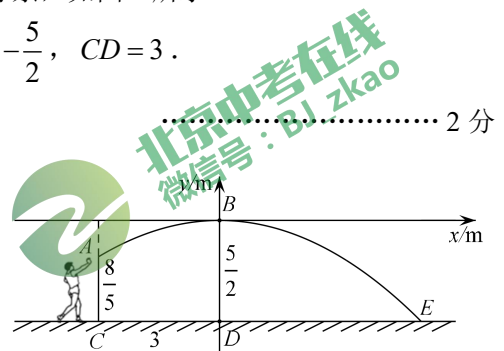


图 2

21. 解: (1) ③, ④; 2分

(2) 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 如图. 3分

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\angle A = 37^\circ$,

$$\therefore CD = AC \times \sin A \approx 10 \times 0.60 = 6,$$

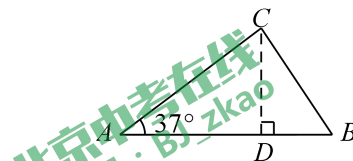
$$AD = AC \times \cos A \approx 10 \times 0.80 = 8.$$

$$\therefore BD = AB - AD = 12 - 8 = 4.$$

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle CDB$ 中,

$$BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{36 + 16} = 2\sqrt{13}.$$

即 BC 的长度为 $2\sqrt{13}$ 5分



22. 解: (1) \because 函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象 G 经过点 $A(3, 2)$,

$$\therefore m = 6 \text{ 1分}$$

(2) ① 1; 2分

② \because 直线 $l: y = kx - 1 (k \neq 0)$ 与 y 轴交于点 B ,

\therefore 点 B 的坐标为 $(0, -1)$, 如图.

(i) 当直线 l_1 在 BA 下方时,

若点 $(5, 1)$ 在直线 l_1 上,

$$\text{则 } 5k - 1 = 1, \text{ 解得 } k = \frac{2}{5}.$$

结合图象, 可得 $0 < k < \frac{2}{5}$.

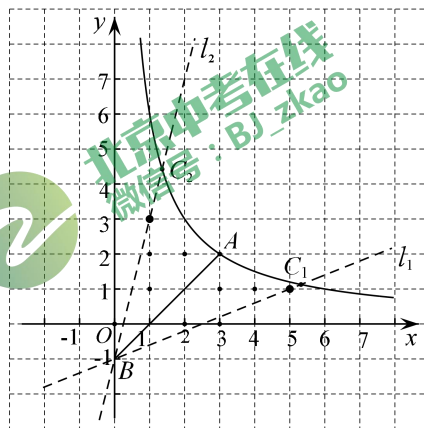
(ii) 当直线 l_2 在 BA 上方时,

若点 $(1, 3)$ 在直线 l_2 上,

$$\text{则 } k - 1 = 3, \text{ 解得 } k = 4.$$

结合图象, 可得 $k > 4$.

综上所述, k 的取值范围是 $0 < k < \frac{2}{5}$ 或 $k > 4$ 5分



23. (1) ①依题意补全图形. 1分

②证明: 连接 OC , 如图 1.

\because 半径 $OA \perp CD$,
 $\therefore \angle OBD = 90^\circ$, $AD = AC$.
 $\because EC = AC$,
 $\therefore EC = AD$.
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$.
 $\because CF$ 是 $\odot O$ 的切线, OC 是半径,
 $\therefore \angle OCF = 90^\circ$.
 $\therefore \angle OFC = \angle ODC$.

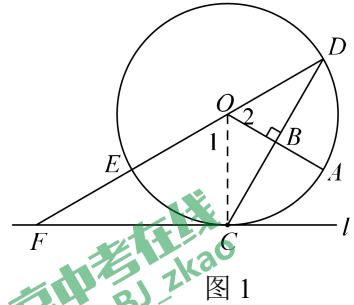


图 1

..... 3分

(2) 解法一: 过点 B 作 $BG \perp OD$ 于点 G , 如图 2.

$\because B$ 是 OA 的中点, $OA = 4$,
 $\therefore OB = 2$.
 \therefore 在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中, $\angle DOB = 60^\circ$.
 $\because EC = AC = AD$,
 $\therefore \angle EOC = \angle AOC = \angle DOA = 60^\circ$.
 $\therefore \angle EOD = 180^\circ$.

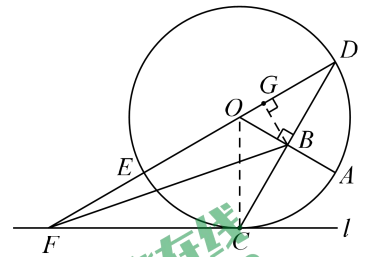


图 2

即点 D, O, E 在同一条直线上.

在 $\text{Rt}\triangle OCF$ 中, $OC = 4$, 可得 $OF = 8$.

在 $\text{Rt}\triangle OGB$ 中, $OB = 2$, 可得 $OG = 1, BG = \sqrt{3}$.

$\therefore FG = OF + OG = 9$.

在 $\text{Rt}\triangle BGF$ 中, 由勾股定理可得 $FB = 2\sqrt{21}$.

..... 6分

解法二: 过点 F 作 $FM \perp BO$ 交 BO 的延长线于点 M , 如图 3 (略).

解法三: 过点 B 作 $BG \perp FC$ 于点 G , 如图 4 (略).

解法四: 过点 F 作 $FM \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 M , 如图 5 (略).

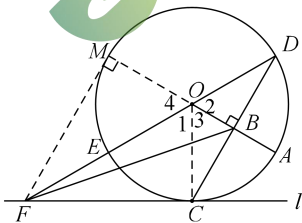


图 3

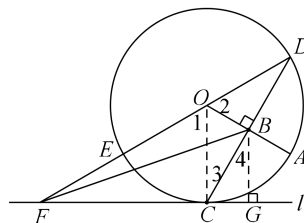


图 4

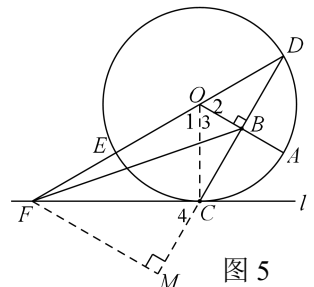


图 5



24. 解：(1) 10, 0.64; 2分
 (2) 0.96, 3.5; 4分
 (3) 答案不唯一，理由须支撑推断结论. 6分

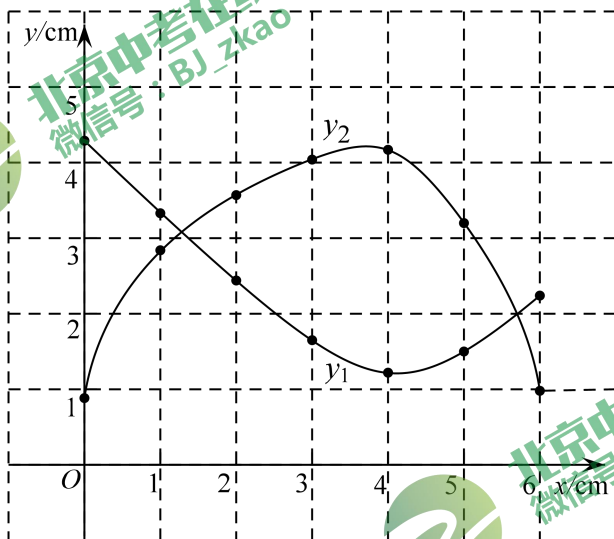
如：甲；甲企业的抽样产品的质量合格率为96%，高于乙企业的94%.

如：甲；甲企业抽样产品的极差与方差都小于乙企业，产品的稳定性更好.

如：乙；乙企业的抽样产品的质量优秀率为70%，高于甲企业的64%.

25. 解：本题答案不唯一，如：

- (1) 2.44; 1分
 (2)



- (3) 1.3 或 5.7. 4分
 6分

26. 解：(1) $\because y = ax^2 - 4ax + c$
 $= a(x-2)^2 - 4a + c,$

\therefore 抛物线的对称轴是直线 $x = 2$ 2分

(2) ① \because 直线 $y = \frac{3}{5}x - 3$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 $C, D,$

\therefore 点 C 的坐标为 $(5,0)$, 点 D 的坐标为 $(0,-3)$.



∵ 抛物线与 y 轴的交点 A 与点 D 关于 x 轴对称,

∴ 点 A 的坐标为 $(0, 3)$.

∵ 将点 A 向右平移 2 个单位长度, 得到点 B ,

∴ 点 B 的坐标为 $(2, 3)$ 3 分

② 抛物线为 $y = ax^2 - 4ax + 3 (a \neq 0)$, 顶点为 $P(2, 3 - 4a)$.

(i) 当 $a > 0$ 时, 如图 1.

令 $x = 5$, 得 $y = 25a - 20a + 3 = 5a + 3 > 0$.

即点 $C(5, 0)$ 总在抛物线上的点 $E(5, 5a + 3)$ 的下方.

∵ $y_P < y_B$

∴ 点 $B(2, 3)$ 总在抛物线顶点 P 的上方,

结合函数图象, 可知当 $a > 0$ 时, 抛物线与线段 BC 恰有一个公共点.

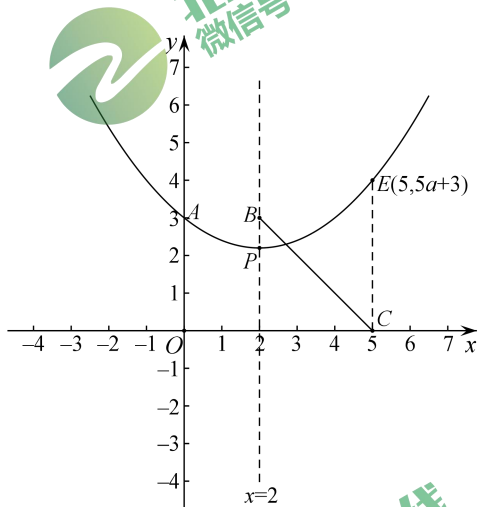


图 1

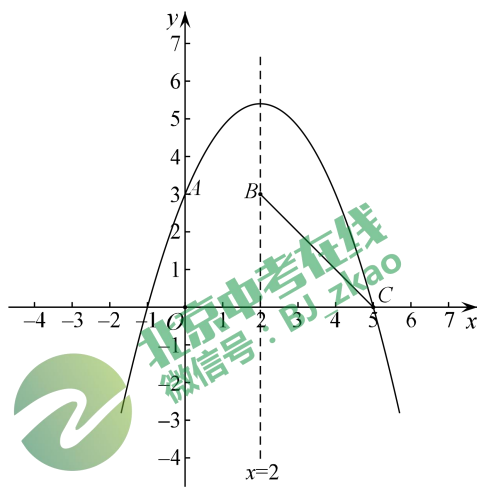


图 2

(ii) 当 $a \leq 0$ 时, 如图 2.

当抛物线过点 $C(5, 0)$ 时,

$$25a - 20a + 3 = 0, \text{ 解得 } a = -\frac{3}{5}.$$

结合函数图象, 可得 $a \leq -\frac{3}{5}$.

综上所述, a 的取值范围是 $a \leq -\frac{3}{5}$ 或 $a > 0$ 6 分



27. (1) $45^\circ + \alpha$; 2分

(2) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, 如图 1.

$\therefore \angle BAD = 90^\circ, AB = AD.$

\because 点 E 与点 B 关于直线 AP 对称,

$\therefore \angle 3 = \angle ABF, AE = AB.$

$\therefore AE = AD.$

$\therefore \angle 1 = \angle 2.$

$\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$

\therefore 在四边形 $ABFD$ 中, $\angle 1 + \angle ABF = 180^\circ.$

$\therefore \angle BFD + \angle BAD = 180^\circ.$

$\therefore \angle BFD = 90^\circ.$

$\therefore BF \perp DF.$ 4分

(3) 线段 AF, BF, CF 之间的数量关系为: $AF = \sqrt{2}BF + CF.$

..... 5分

证明: 过点 B 作 $BM \perp BF$ 交 AF 于点 M , 如图 2.

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = CB, \angle ABC = 90^\circ.$

$\therefore \angle 4 = \angle CBF.$

\because 点 E 与点 B 关于直线 AP 对称, $\angle BFD = 90^\circ,$

$\therefore \angle MFB = 45^\circ.$

$\therefore BM = BF, EM = \sqrt{2}BF.$

$\therefore \triangle AMB \cong \triangle CFB.$

$\therefore AM = CF.$

$\therefore AF = FM + AM,$

$\therefore AF = \sqrt{2}BF + CF.$

..... 7分

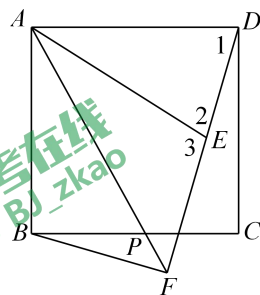


图 1

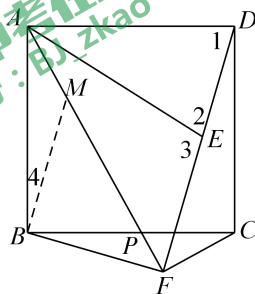


图 2

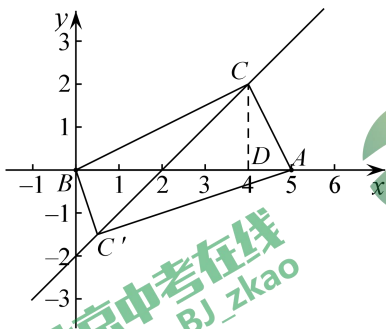


28. 解: (1) C_2, C_3 ; 2分

(2) ① \because 点 C 在直线 $y = x - 2$ 上,

设点 C 的坐标为 $(m, m - 2)$.

当 $\angle BCA = 90^\circ$ 时, 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D , 如图.



$\therefore \triangle CDB \sim \triangle ADC.$

$\therefore CD^2 = BD \cdot AD.$

$\therefore (m - 2)^2 = m \cdot (5 - m).$

解得 $m_1 = 4, m_2 = \frac{1}{2}.$

$\therefore C(4, 2)$ 或 $C'(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}).$

又 \because 直线 $y = x - 2$ 与 y 轴交于点 $(0, -2),$

结合图形, 可得点 C 的纵坐标的取值范围是 $-2 < y_C < -\frac{3}{2}$ 或 $y_C > 2.$

② $\sqrt{5} < r \leq 5.$

..... 5分

..... 7分

