

九年级数学试卷

2023.1

考生须知

1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效，作图必须使用 2B 铅笔。
4. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的。

1. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移一个单位，得到的新抛物线的表达式是

- (A) $y = (x + 1)^2$ (B) $y = (x - 1)^2$ (C) $y = x^2 + 1$ (D) $y = x^2 - 1$

2. 已知 $\angle A$ 为锐角， $\cos A = \frac{1}{2}$ ，则 $\angle A$ 的大小是

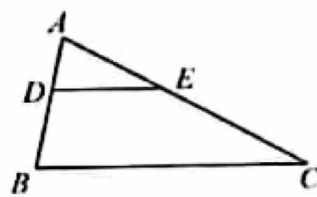
- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

3. 已知 $\odot O$ 的半径为 2，点 O 到直线 l 的距离是 4，则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是

- (A) 相离 (B) 相切 (C) 相交 (D) 以上情况都有可能

4. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别在 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $AB = 5$ ，则 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值为

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{9}{4}$
(C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{4}{25}$

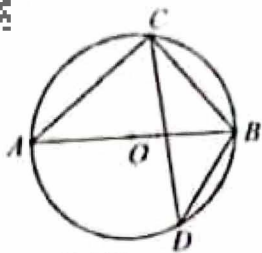
5. $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ 是函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上两点，且 $0 < x_1 < x_2$ ，则 y_1, y_2 的大小关系是

- (A) $y_1 < y_2$ (B) $y_1 = y_2$ (C) $y_1 > y_2$ (D) y_1, y_2 大小不确定

6. 已知二次函数 $y = -(x - 1)^2 + 3$ ，则下列说法正确的是

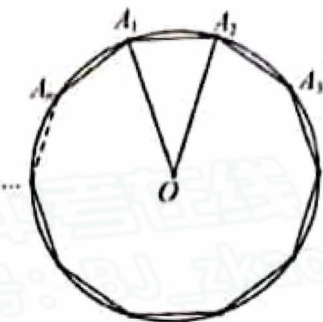
- (A) 二次函数图象开口向上 (B) 当 $x = 1$ 时，函数有最大值是 3
(C) 当 $x = 1$ 时，函数有最小值是 3 (D) 当 $x > 1$ 时， y 随 x 增大而增大

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上两点, $\angle CDB = 40^\circ$, 则 $\angle ABC$ 的度数是



- (A) 20° (B) 40° (C) 50° (D) 90°

8. 如图, 多边形 $A_1A_2A_3 \dots A_n$ 是 $\odot O$ 的内接正 n 边形, 已知 $\odot O$ 的半径为 r , $\angle A_1OA_2$ 的度数为 α , 点 O 到 A_1A_2 的距离为 d , ΔA_1OA_2 的面积为 S . 下面三个推断中,



- ①当 n 变化时, α 随 n 的变化而变化, α 与 n 满足的函数关系是反比例函数关系;
 ②若 α 为定值, 当 r 变化时, d 随 r 的变化而变化, d 与 r 满足的函数关系是正比例函数关系;
 ③若 n 为定值, 当 r 变化时, S 随 r 的变化而变化, S 与 r 满足的函数关系是二次函数关系.

其中正确的是

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①②③

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数图象开口向上, 且对称轴是直线 $x=2$, 任写出一个满足条件的二次函数的表达式: _____.

10. 已知扇形的圆心角是 60° , 半径是 2cm , 则扇形的弧长为 _____ cm .

11. 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象分布在第二、四象限, 则 k 的取值范围是 _____.

12. 在 ΔABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$, 则 $\sin A$ 的值为 _____.

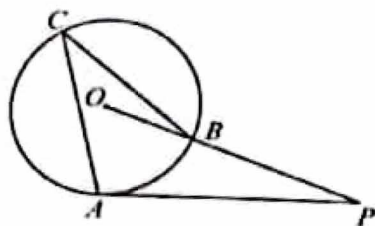
13. 已知抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 上部分点的横坐标 x 和纵坐标 y 的几组数据如下:

x	-1	1	3
y	2	-2	2

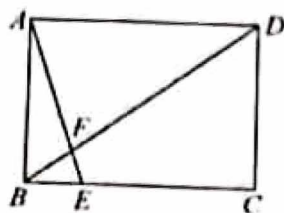
点 $P(-2, m)$, $Q(x_1, m)$ 是抛物线上不同的两点, 则 $x_1 =$ _____.



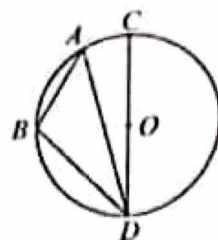
14. 如图, A, B, C 三点都在 $\odot O$ 上, $\angle ACB = 35^\circ$, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线与 OB 的延长线交于点 P , 则 $\angle APO$ 的度数是_____.



14 题图



15 题图



16 题图

15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, E 是 BC 上一点, $BE = 1$, AE 与 BD 交于点 F . 则 DF 的长为_____.

16. 如图, $\odot O$ 的弦 AB 长为 2, CD 是 $\odot O$ 的直径, $\angle ADB = 30^\circ$, $\angle ADC = 15^\circ$.

① $\odot O$ 的半径长为_____.

② P 是 CD 上的动点, 则 $PA + PB$ 的最小值是_____.

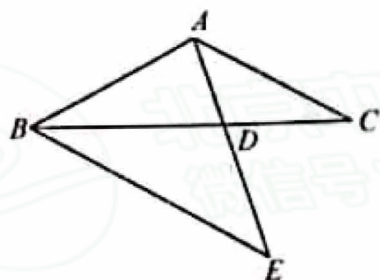
三、解答题 (本题共 68 分, 其中 17-22 每题 5 分, 23-26 每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)

17. 计算: $2\cos 30^\circ - \tan 60^\circ + \sin 45^\circ \cos 45^\circ$.

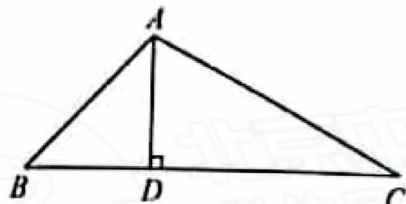
18. $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 BC 边上一点, 延长 AD 至 E , 连接 BE , $\angle CBE = \angle ABC$.

(1) 求证: $\triangle ADC \sim \triangle EDB$;

(2) 若 $AC = 4$, $BE = 6$, $AD = 2$, 求 DE 长.



19. $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $\tan C = \frac{1}{2}$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $AB = \sqrt{2}$, 求 AC 长.





已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$,

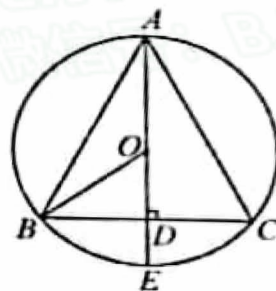
- (1) 求二次函数图象的顶点坐标及函数图象与 x 轴的交点坐标;
- (2) 画出二次函数的示意图, 结合图象直接写出当函数值 $y < 0$ 时, 自变量 x 的取值范围.

21. 2022年11月29日, 搭载神州十五号载人飞船的运载火箭在酒泉卫星发射中心成功发射. 运载火箭从发射点 O 处发射, 当火箭到达 A 处时, 在地面雷达站 C 处测得点 A 的仰角为 30° , 在地面雷达站 B 处测得点 A 的仰角为 45° . 已知 $AC = 20\text{km}$, O, B, C 三点在同一条直线上, 求 B, C 两个雷达站之间的距离 (结果精确到 0.01km , 参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.732$).



22. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AE 是 $\odot O$ 的直径, $AE \perp BC$, 垂足为 D .

- (1) 求证: $\angle ABO = \angle CAE$;
- (2) 已知 $\odot O$ 的半径为 5 , $DE = 2$, 求 BC 长.



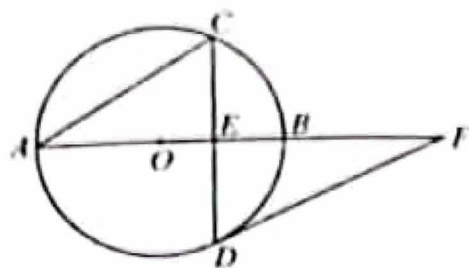
23. 已知函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象上有两点 $A(1, 6)$, $B(3, n)$.

- (1) 求 m, n 的值.
- (2) 已知直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = x$ 平行, 且直线 $y = kx + b$ 与线段 AB 总有公共点, 直接写出 k 值及 b 的取值范围.



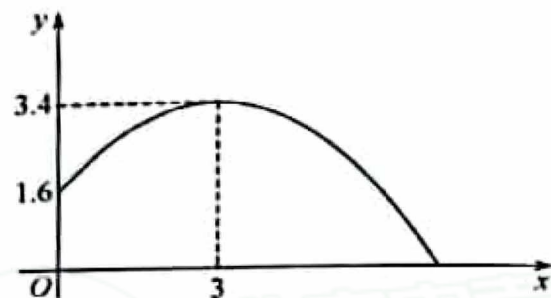
图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, CD 与 AB 交于点 E , $CE=ED$, 延长 AB 至 F , 连接 DF , 使得 $\angle CDF=2\angle CAE$.

- (1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 已知 $BE=1$, $BF=2$, 求 $\odot O$ 的半径长.



25. 实心球是北京市初中体育学业水平现场考试选考项目之一. 某同学作了 2 次实心球训练. 第一次训练中实心球行进路线是一条抛物线, 行进高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的函数关系如图所示, 掷出时起点处高度为 1.6m, 当水平距离为 3m 时, 实心球行进至最高点 3.4m 处.

- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式;



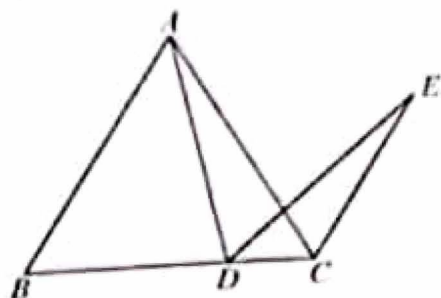
- (2) 该同学第二次训练实心球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系: $y = -0.125(x - 4)^2 + 3.6$, 记第一次实心球从起点到落地点的水平距离为 d_1 , 第二次实心球从起点到落地点的水平距离为 d_2 , 则 d_1 _____ d_2 . (填 “>” “=” 或 “<”).

26. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$),

- (1) 若抛物线经过点 $A(2, 0)$, 求抛物线的对称轴;
 (2) 已知抛物线上有四个点 $B(-1, y_1)$, $C(1, y_2)$, $D(3, y_3)$, $E(m, 0)$, 且 $2 < m < 4$. 比较 y_1, y_2, y_3 的大小, 并说明理由.



如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 是 BC 边上一点(点 D 不与 B 、 C 重合), $\angle ADE = 60^\circ$, $AD = DE$, 连接 CE .



- (1) 判断 CE 与 AB 的位置关系, 并证明;
- (2) 过 D 过 $DG \perp AB$, 垂足为 G . 用等式表示 DG , AG 与 DC 之间的数量关系, 并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将线段 OM 平移得到线段 PP_1 (其中 P, P_1 分别是 O, M 的对应点), 延长 PO 至 P_2 , 使得 $OP_2 = 2OP$, 连接 P_1P_2 , 交 OM 于点 Q , 称 Q 为点 P 关于线段 OM 的关联点.

(1) 如图, 点 $M(1, 2), P(2, 0)$,

①在图中画出点 Q ;

②求证: $OQ = 2QM$;

(2) 已知 $\odot O$ 的半径为 1, M 是 $\odot O$ 上一动点, $OP = 3$, 点 P 关于线段 OM 的关联点为 Q . 求 P_2Q 的取值范围.

