2022 北京清华附中望京分校初二（上）期中

数　　学

一、选择题.

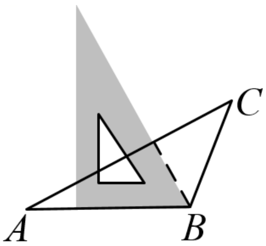
1. 下列长度的三条线段能组成三角形的是（　　）

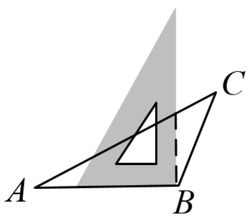
A. 3　4　8　　B. 4　4　10　　C. 5　6　10　　D. 5　6　11

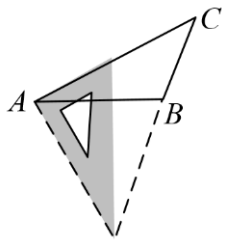
2. 甲骨文是中国的一种古代文字，是汉字的早期形式，有时候也被认为是汉字的书体之一，也是现存中国王朝时期最古老的一种成熟文字。下图为甲骨文对照表中的部分文字，若把它们抽象为几何图形，其中最接近轴对称图形的甲骨文对应的汉字是（　　）

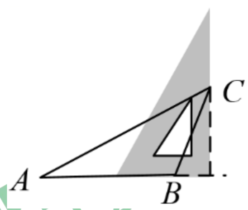
A 时　　B. 康　　C. 黄　　D. 奚

3. 利用直角三角板，作 $\triangle ABC$ 的高，下列作法正确的是（　　）

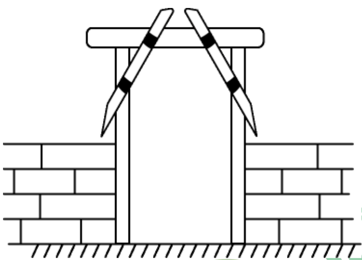
A. 

B. 

C. 

D. 

4. 如图，工人师傅在安装木制门框时，为防止变形，常常钉上两条斜拉木条，这样做的数学依据是（　　）



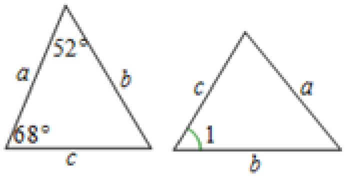
A. 两点确定一条直线

B 两点之间，线段最短

C. 三角形具有稳定性

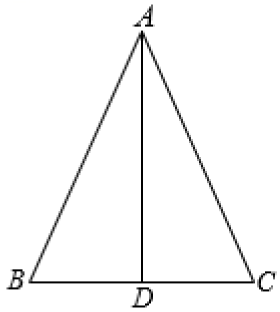
D. 三角形的任意两边之和大于第三边

5. 已知图中　两个三角形全等，则∠1 等于（　　）



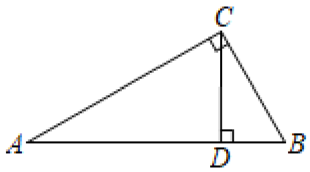
A. 52°　　B. 60°　　C. 68°　　D. 70°

6. 如图，等腰△ABC 中，$AB=AC$，点 D 是 BC 边中点，则下列结论不正确的是（　　）



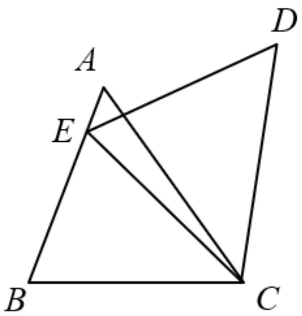
A. $\angle B=\angle C$　　B. $AD\perp BC$　　C. $\angle BAD=\angle CAD$　　D. $AB=2BC$

7. 如图，在 ΔABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，$CD\perp AB$，$BD=1$．则 AB 长为（　　）.



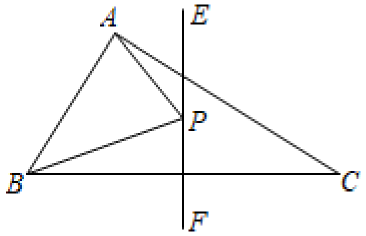
A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

8. 如图，$\triangle ABC\cong\triangle DEC$，点 E 在线段 AB 上，$\angle B=75°$，则 $\angle ACD$ 的度数为（　　）



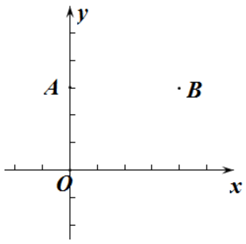
A. 20°　　B. 25°　　C. 30°　　D. 40°

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB\perp AC$，$AB=3$，$BC=5$，$AC=4$，EF 垂直平分 BC，点 P 为直线 EF 上的任意一点，则 $\triangle ABP$ 周长的最小值是（　　）



A. 7　　B. 6　　C. 12　　D. 8

10. 在平面直角坐标系内点 A、点 B 的坐标是分别为（0,3）、(4,3)，在坐标轴上找一点 C，使 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，则符合条件的点 C 的个数是（　　）



A. 5 个　　B. 6 个

C. 7 个　　D. 8 个

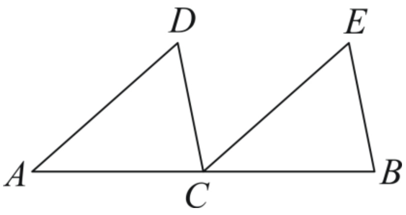
二、填空题.

11. 若一个等腰三角形的两边长分别为 4cm 和 9cm，则这个等腰三角形的周长是______ cm．

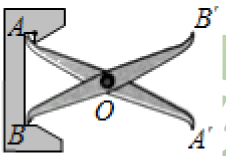
12. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(2,4)$ 与点 B 关于 y 轴对称，则点 B 的坐标是________.

13. 一个多边形的内角和是 $720°$，这个多边形的边数是______.

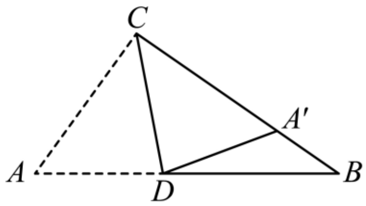
14. 如图，点 C 是线段 AB 的中点，$DA \parallel EC$．请你只添加一个条件，使得 $\triangle DAC \cong \triangle ECB$．你添加的条件是___；（要求：不再添加辅助线，只需填一个答案即可）



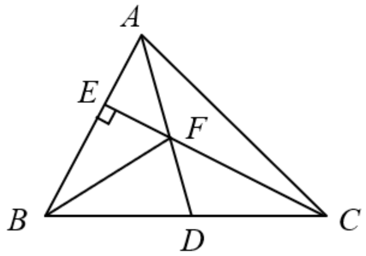
15. 如图，把两根钢条的中点连在一起，可以做成一个测量工件内槽宽的工具（卡钳），在图中，要测量工件内槽宽 AB，只要测量 $A'B'$ 的长度即可，该做法的依据是 ___.



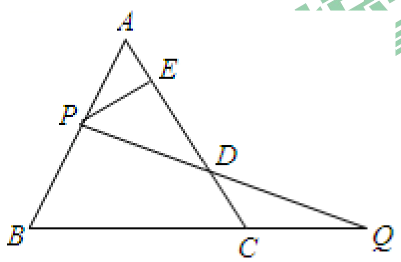
16. 如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，点 D 在 AB 上，将△ABC 沿 CD 折叠，点 A 落在 BC 边上的点 A' 处，若 $\angle B=35°$，则 $\angle BDA'$ 的度数为___________.



17. 如图，在$\triangle ABC$中，AD为BC边上的中线，$CE\perp AB$于点E，AD与CE交于点F，连接BF.若BF平分$\angle ABC$，$EF=2$，$BC=8$，则$\triangle CDF$的面积为________.



18. 如图，过边长为1的等边△ABC的边AB上一点P，作$PE\perp AC$于E，Q为BC延长线上一点，当$PA=CQ$时，连PQ交AC边于D，则DE的长为_______.



三、解答题.

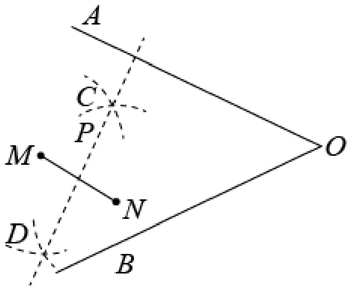
19. 如图，某地有两所大学和两条相交的公路，点M和点N表示大学所在位置，OA和OB表示公路．现计划修建一座物资仓库（记为点P），希望仓库到两所大学的距离相等，到两条公路的距离也相等．大家经过一番思考发现：标出仓库具体位置需要经过以下步骤：

第一步：连接MN，分别以M，N为圆心，以大于$\frac{1}{2}MN$长度为半径画弧，2两弧相交于C，D两点，可知直线CD为线段MN　垂直平分线，理由是①______；②两点确定一条直线；

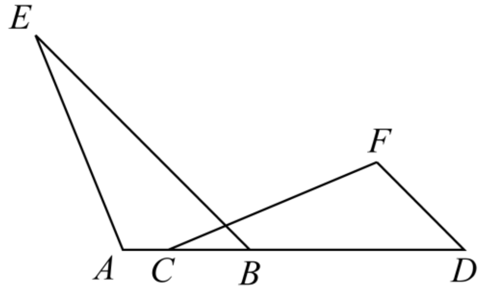
第二步：作$\angle AOB$的角平分线OE，请大家借助尺规补全作图.判断射线OE平分$\angle AOB$的理由是①_____；②全等三角形的对应角相等；第三步：射线OE与直线CD的交点记为点P，

根据_____可知点P到OA，OB距离相等；根据垂直平分线的性质，可知____=________.

∴点P即为所求.



20. 如图，点 A、C、B、D 在同一条直线上，$BE \parallel DF$，$\angle A = \angle F$，$AB = FD$．求证：



（1）$AE = FC$．

（2）若 $\angle ACF = 157°$，$\angle EBA = 45°$，求 $\angle A$ 的度数．

21. 针对于等腰三角形三线合一的这条性质，老师带领同学们做了进一步的猜想和证明，提问：如果一个三角形中，一个角的平分线和它所对的边的中线重合，那么这个三角形是等腰三角形．

已知：在△ABC 中，AD 平分∠CAB，交 BC 边于点 D，且 CD＝BD，

求证：AB＝AC．

以下是甲、乙两位同学的作法．

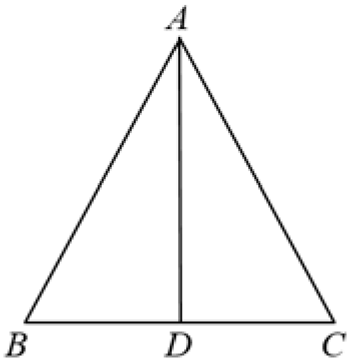
甲：根据角平分线和中线的性质分别能得出一组角等和一组边等，再加一组公共边，可证△ACD≌△ABD，所以这个三角形为等腰三角形；

乙：延长 AD 到 E，使 DE＝AD，连接 BE，可证△ACD≌△EBD，依据已知条件可推出 AB＝AC，所以这个三角形为等腰三角形

（1）对于甲、乙两人的作法，下列判断正确的是（　　）；

A. 两人都正确　　　　B. 甲正确，乙错误　　　　C. 甲错误，乙正确

（2）选择一种你认为正确的作法，并证明．



22. 在 3×3 的正方形网格中，格线的交点称为格点，以格点为顶点的三角形称为格点三角形．图中 $\triangle ABC$ 是一个格点三角形.请在图 1 和图 2 中各画出一个与 $\triangle ABC$ 成轴对称的格点三角形，并画出对称轴．

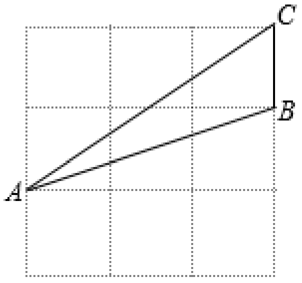


图1

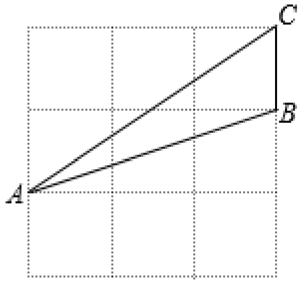
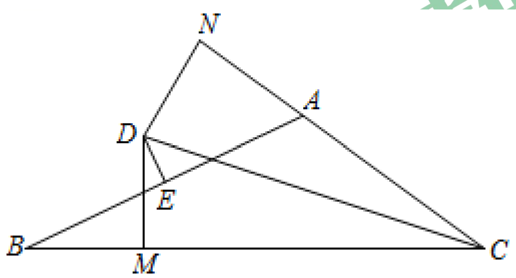


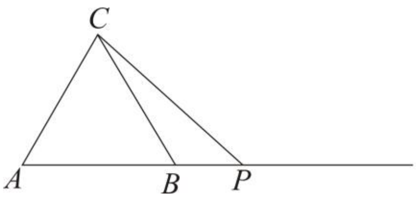
图2

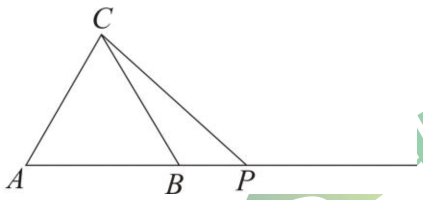
23. 在 ΔABC 中，H 是高 AD、BE 所在直线的交点，且 $BH=AC$，求 $\angle ABC$ 的度数．

24. 如图，$\triangle ABC$ 中，CD 平分 $\angle ACB$，$DE\perp AB$ 且 E 为 AB 的中点，$DM\perp BC$ 于 M，$DN\perp AC$ 于 N，请你判断线段 BM 与 AN 的数量关系并加以证明．



25. 如图，点 P 为等边 $\triangle ABC$ 的边 AB 延长线上的动点，点 B 关于直线 PC 的对称点为 D，连接 AD．线段 AD 交 PC 于点 E，设 $\angle BCP=a$；





（1）请补全图形，求 $\angle AEC$ 的度数(用含有 α 的式子表示)；

（2）求证：$AE=CE+DE$．

26. 如果一个三角形能被一条线段分割成两个等腰三角形，那么称这条线段为这个三角形的特异线，称这个三角形为特异三角形．

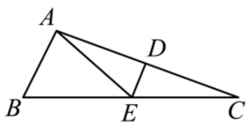


图1

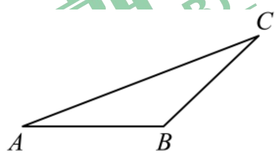


图2

（1）如图 1，△ABC 中，∠B＝2∠C，线段 AC 的垂直平分线交 AC 于点 D，交 BC 于点 E．求证：AE 是△ABC 的一条特异线；

（2）如图 2，若△ABC 是特异三角形，∠A＝30°，∠B 为钝角，求出所有可能的∠B 的度数．

参考答案

一、选择题.

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形的任意两边之和大于第三边对各选项分析判断求解即可.

【详解】解：A．∵$3+4<8$，

∴不能组成三角形，故本选项不符合题意；

B．∵$4+4<10$，

∴不能组成三角形，故本选项不符合题意；

C．∵$5+6>10$，

∴能组成三角形，故本选项符合题意；

D．∵$5+6=11$，

∴不能组成三角形，故本选项不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系，熟记三角形的任意两边之和大于第三边是解决问题的关键.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据图形的特点及轴对称图形的定义即可辨别求解.

【详解】由图可得最接近轴对称图形的甲骨文对应的汉字是黄

故选 C.

【点睛】此题主要考查轴对称图形的识别，解题的关键是熟知根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】由题意直接根据高线的定义进行分析判断即可得出结论.

【详解】解：A、B、C 均不是高线.

故选：D.

【点睛】本题考查的是作图-基本作图，熟练掌握三角形高线的定义即过一个顶点作垂直于它对边所在直线的线段，叫三角形的高线是解答此题的关键.

4. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形具有稳定性进行求解即可.

【详解】解：工人师傅在安装木制门框时，为防止变形，常常钉上两条斜拉　木条，这样做的数学依据是三角形具有稳定性，

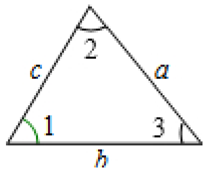
故选 C．

【点睛】本题主要考查了三角形的稳定性，熟知三角形具有稳定性是解题的关键．

5. 【答案】B

【解析】

【详解】如图所示：



∵两三角形全等，

∴∠2=68°，∠3=52°，

∴∠1=180°-52°-68°=60°.

故选 B．

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据等腰三角形的等边对等角的性质及三线合一的性质判断．

【详解】解：∵$AB=AC$，点 D 是 BC 边中点，

∴$\angle B=\angle C$，$AD\perp BC$，$\angle BAD=\angle CAD$，

故选：D．

【点睛】此题考查了等腰三角形的性质：等边对等角，三线合一，熟记等腰三角形的性质是解题的关键．

7. 【答案】B

【解析】

【分析】先利用两个直角等量代换得出 $\angle BCD=\angle A$，再利用 $30°$ 角所对的直角边是斜边的一半求出 BC 的长度，然后则 AB 的长度可求．

【详解】解：∵ $CD\perp AB$，

$\therefore \angle ADC=\angle BDC=90°$，

$\therefore \angle A+\angle ACD=90°$，$\angle BCD+\angle ACD=90°$，

$\therefore \angle BCD=\angle A=30°$，

∵ $BD=1$，

$\therefore BC=2BD=2$

$\therefore AB=2BC=4$．

故选：B．

【点睛】本题主要考查含 $30°$ 角的直角三角形的性质，解题的关键是掌握 $30°$ 角所对的直角边是斜边的一半是解题的关键．

8. 【答案】C

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质可证得 $BC=CE$，$\angle ACB=\angle DCE$ 即 $\angle ACD=\angle BCE$，根据等腰三角形的性质和三角形的内角和定理求解 $\angle B=\angle BEC$ 和 $\angle BCE$ 即可.

【详解】解：$\because \triangle ABC\cong\triangle DEC$，

$\therefore BC=CE$，$\angle ACB=\angle DCE$，

$\therefore \angle B=\angle BEC$，$\angle ACD=\angle BCE$，

$\because \angle B=75°$，

$\therefore \angle ACD=\angle BCE=180°-2\times75°=30°$，

故选：C.

【点睛】本题考查全等三角形的性质、等腰三角形的性质、三角形的内角和定理，熟练掌握全等三角形的性质和等腰三角形的性质是解答的关键.

9. 【答案】A

【解析】

【分析】根据题意知点 B 关于直线 EF 的对称点为点 C，故当点 P 与点 D 重合时，$AP+BP$ 的值最小，即可得到△ABP 周长最小.

【详解】解：$\because EF$ 垂直平分 BC，

$\therefore B$、C 关于 EF 对称，

设 AC 交 EF 于 D，

$\therefore$当 P 和 D 重合时，即 A、P、C 三点共线时，$AP+BP$ 的值最小，

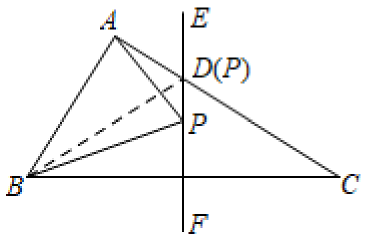
$\because EF$ 垂直平分 BC，

$\therefore AD=CD$，

$\therefore AD+BD=AD+CD=AC=4$，

$\therefore$△ABP 周长的最小值是 $AB+AC=3+4=7$，故 A 正确.

故选：A.



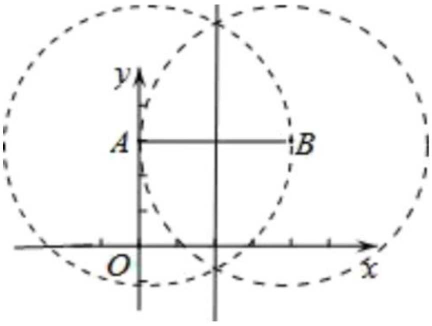
【点睛】本题主要考查了勾股定理，轴对称-最短路线问题的应用，解此题的关键是找出 P 的位置. 凡是涉及最短距离的问题，一般要考虑线段的性质定理，结合轴对称变换来解决，多数情况要作点关于某直线的对称点.

10. 【答案】C

【解析】

【分析】要使△ABC是等腰三角形，可分三种情况（①若AC＝AB，②若BC＝BA，③若CA＝CB）讨论，通过画图就可解决问题．

【详解】解：如图：



①若AC＝AB，则以点A为圆心，AB为半径画圆，与坐标轴有4个交点；

②若BC＝BA，则以点B为圆心，BA为半径画圆，与坐标轴有2个交点（A点除外）；

③若CA＝CB，则点C在AB的垂直平分线上，

∵A（0，3），B（4，3），

∴AB∥x轴，

∴AB的垂直平分线与坐标轴只有1个交点．

综上所述：符合条件的点C的个数有7个．

故选：C．

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的判定、圆的定义、垂直平分线的性质的逆定理等知识，还考查了动手操作的能力，运用分类讨论的思想是解决本题的关键．

二、填空题.

11. 【答案】22

【解析】

【分析】分别从等腰三角形的腰为4cm和9cm两种情况讨论，结合三角形三边关系分析，再计算出周长即可．

【详解】解：当4cm为腰长时，三角形三边为4cm、4cm和9cm，

∵4+4＜9，

所以不构成三角形，舍去；

当9cm为腰长时，三角形三边为9cm、9cm和4cm，

∵9+4＞9，

所以可以构成三角形，周长为9+9+4=22cm，

故答案为：22．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质与三角形三边关系．解题的关键是分情况讨论，再根据三角形三边关系判断能否组成三角形．

12. 【答案】（－2，4）

【解析】

【分析】根据点（x，y）关于y轴对称的点的坐标为（$-x$，y）进行解答即可．

【详解】解：点A（2，4）关于y轴对称的点B的坐标是（-2，4），

故答案为：（-2，4）．

【点睛】本题考查关于y轴对称的点的坐标，熟知关于y轴对称的点的坐标变换规律是解答的关键．

13. 【答案】6##六

【解析】

【分析】设这个多边形的边数为n，根据多边形的内角和定理得到（$n-2$）$\times 180^\circ=720^\circ$，然后解方程即可．

【详解】解：设这个多边形的边数为n，则

（$n-2$）$\times 180^\circ=720^\circ$，

解得$n=6$，

故这个多边形为六边形．

故答案是：6．

【点睛】本题考查了多边形的内角和定理，关键是根据n边形的内角和为（$n-2$）$\times 180^\circ$解答．

14. 【答案】$DC \parallel EB$（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据平行线的性质可得$\angle DAC=\angle ECB$，$AC=BC$，再添加一个角相等即可求解．

【详解】解：添加$DC \parallel EB$

$\therefore \angle DCA=\angle EBC$

$\because$点C是线段AB的中点，$DA \parallel EC$．

$\therefore \angle DAC=\angle ECB$，$AC=BC$，

$\therefore \triangle DAC \cong \triangle ECB$

故答案为：$DC \parallel EB$（答案不唯一）

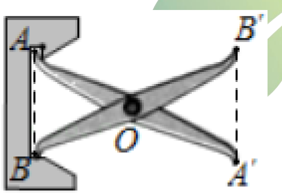
【点睛】本题考查了全等三角形的判定，掌握全等三角形的判定定理是解题的关键．

15. 【答案】根据SAS证明$\triangle AOB \cong \triangle A'OB'$．

【解析】

【分析】根据测量两点之间的距离，只要符合全等三角形全等的条件之一SAS，只需要测量易测量的边$A'B'$上，进而得出答案．

【详解】解：连接AB，$A'B'$，如图，



$\because$点O分别是AA'、BB'的中点，

$\therefore OA=OA'$，$OB=OB'$，

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle A'OB'$ 中，

$$\begin{cases} AO = A'O \\ \angle AOB = \angle A'OB' \\ BO = OB' \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle A'OB'(SAS)$．

$\therefore A'B' = AB$．

答：需要测量 $A'B'$ 的长度，即为工件内槽宽 AB．

其依据是根据 SAS 证明 $\triangle AOB \cong \triangle A'OB'$；

故答案 ：根据 SAS 证明 $\triangle AOB \cong \triangle A'OB'$．

【点睛】本题考查全等三角形的应用，根据已知条件可用边角边定理判断出全等.

16. 【答案】20°##20 度

【解析】

【分析】先根据三角形内角和求出∠A，利用翻折不变性得出 $\angle CA'D = \angle A = 55°$，再根据三角形外角的性质即可解决问题.

【详解】解：$\because \angle ACB = 90°$，$\angle B$=35°，

$\therefore \angle A = 180° - \angle ACB - \angle B = 180° - 90° - 35° = 55°$，

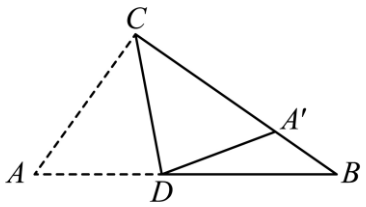
$\because \triangle CDA'$ 是由 $\triangle CDA$ 翻折得到，

$\therefore \angle CA'D = \angle A = 55°$，

$\because \angle CA'D = \angle B + \angle BDA' = \angle B + 20°$，

$\therefore \angle BDA' = \angle CA'D - \angle B = 55° - 35° = 20°$．

故答案为：20°.



【点睛】本题考查三角形内角和定理和三角形外角的性质，翻折变换等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

17. 【答案】4

【解析】

【分析】过 F 作 $FG \perp BC$ 于 G，根据角平分线的性质求得 $FG=EF=2$，再根据三角形一边上的中线将三角形面积平分求解即可.

【详解】解：过 F 作 $FG \perp BC$ 于 G，

$\because BF$ 平分 $\angle ABC$，$FG \perp BC$，$CE \perp AB$ 即 $EF \perp AB$，

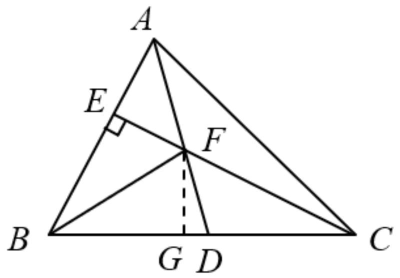
$\therefore FG=EF=2$，

$\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的中线，

$\therefore FG$ 为△BFC 的 BC 边上在中线，又 BC=8，

$\therefore S_{\triangle CDF}=\frac{1}{2}S_{\triangle BFC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}BC\cdot FG=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 8\times 2=4$，

故答案为：4．



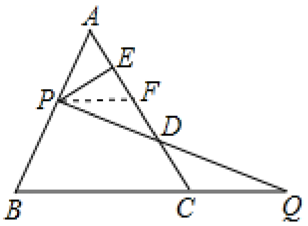
【点睛】本题考查角平分线的性质定理、三角形的中线性质、三角形的面积公式，熟练掌握角平分线的性质定理以及三角形一边上的中线将三角形面积平分是解答的关键．

18. 【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】过 P 作 $PF\parallel BC$ 交 AC 于 F，得出等边三角形 APF，推出 $AP=PF=QC$，根据等腰三角形性质求出 $EF=AE$，证△PFD≌△QCD，推出 $FD=CD$，推出 $DE=\frac{1}{2}AC$ 即可．

【详解】过 P 作 $PF\parallel BC$ 交 AC 于 F．



$\because PF\parallel BC$，△ABC 是等边三角形，

$\therefore\angle PFD=\angle QCD$，△$APF$ 是等边三角形，

$\therefore AP=PF=AF$，

$\because PE\perp AC$，

$\therefore AE=EF$，

$\because AP=PF$，$AP=CQ$，

$\therefore PF=CQ$．

$\because$ 在△PFD 和△QCD 中，

$$\begin{cases}\angle PFD=\angle QCD\\ \angle PDF=\angle QDC\\ PF=CQ\end{cases}，$$

$\therefore$△PFD≌△QCD（AAS），

$\therefore FD=CD$，

$\because AE=EF$，

$\therefore EF+FD=AE+CD$，

$\therefore AE+CD=DE=\frac{1}{2}AC$，

$\because AC=1$，

$\therefore DE=\frac{1}{2}$

故答案为：$\frac{1}{2}$．

【点睛】本题综合考查了全等三角形的性质和判定，等边三角形的性质和判定，等腰三角形的性质，平行线的性质等知识点的应用，能综合运用性质进行推理是解此题的关键，通过做此题培养了学生分析问题和解决问题的能力，题型较好，难度适中．

三、解答题．

19．【答案】到线段两端点距离相等的点在这条线的垂直平分线上；到角两边垂直距离相等的点在这个角的角平分线上；角平分线上的点到角两边的垂直距离相等；PM；PN

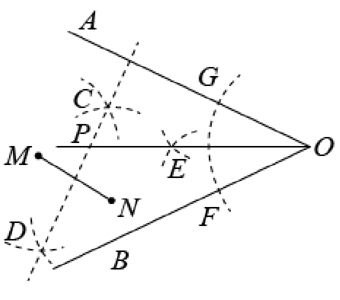
【解析】

【分析】根据角平分线的性质、线段垂直平分线的性质即可求解；

【详解】解：第一步：连接MN，分别以M，N为圆心，以大于$\frac{1}{2}MN$长度为半径画弧，2两弧相交于C，D两点，可知直线CD为线段MN的垂直平分线，理由是①到线段两端点距离相等的点在这条线的垂直平分线上；②两点确定一条直线；

第二步：作$\angle AOB$的角平分线OE，如图．判断射线OE平分$\angle AOB$的理由是①到角两边垂直距离相等的点在这个角的角平分线上；②全等三角形的对应角相等；第三步：射线OE与直线CD的交点记为点P，根据角平分线上的点到角两边的垂直距离相等可知点P到OA，OB距离相等；根据垂直平分线的性质，可知$\underline{PM}=\underline{PN}$．

$\therefore$点P即为所求．



【点睛】本题主要考查角平分线的性质、线段垂直平分线的性质，掌握相关知识并正确作图是解题的关键．

20．【答案】（1）证明见解析

（2）112°

【解析】

【分析】（1）通过条件可证$\triangle ABE \cong \triangle FDC(\text{ASA})$，根据全等三角形的性质得到$AE=FC$；

（2）根据三角形的一个外角等于不相邻的两个内角的和即可得解.

【小问 1 详解】

证明：$\because BE \parallel DF$

$\therefore \angle ABE=\angle D$

在$\triangle ABE$和$\triangle FDC$中

$$\because \begin{cases} \angle A=\angle F \\ AB=FD \\ \angle ABE=\angle D \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FDC(\text{ASA})$

$\therefore AE=FC$

【小问 2 详解】

解：由（1）知$\angle ABE=\angle D$

$\because \angle EBA=45^\circ$

$\therefore \angle D=45^\circ$

$\because \angle ACF$是$\triangle CDF$的一个外角，

$\therefore \angle F=\angle ACF-\angle D=157^\circ-45^\circ=112^\circ$

$\because \angle A=\angle F$

$\therefore \angle A=112^\circ$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的性质、三角形外角的性质，掌握全等三角形的判定与性质是解题关键.

21. 【答案】（1）C ；（2）见解析

【解析】

【分析】（1）甲同学证明的两个三角形全等，没有边边角的判定，故错误，而乙的证明则正确，因此可作出判断；

（2）按照乙的分析方法进行即可.

【详解】（1）甲同学证明的两个三角形全等，边边角不能判定两个三角形全等，故错误，而乙的证明则正确，

故选C；

（2）依据题意，延长AD至E，使$DE=AD$，连接BE，如图.

$\because D$为BC中点.

$\therefore BD=CD$.

在$\triangle CAD$和$\triangle BED$中

$$\begin{cases} DE = AD \\ \angle ADC = \angle EDB \\ BD = CD \end{cases}$$

∴$\triangle CAD \cong \triangle BED(SAS)$.

∴ $\angle DAC = \angle E$， $BE = AC$

∵AD 平分$\angle BAC$，

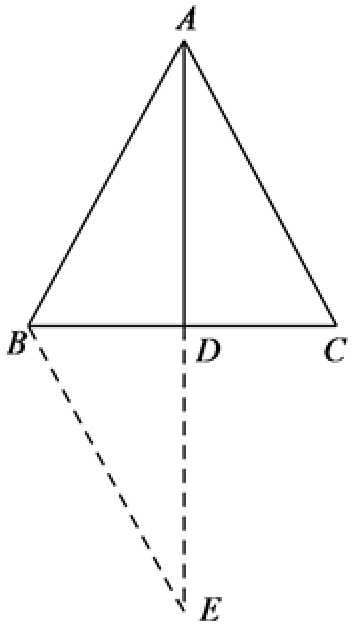
∴ $\angle BAD = \angle CAD$

∴ $\angle DAB = \angle E$

∴ $BE = AB$

∴$AB=AC$

∴$\triangle ABC$ 为等腰三角形



【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定，关键是构造辅助线得到全等三角形.

22. 【答案】见解析

【解析】

【分析】根据网格结构分别确定出不同的对称轴，然后作出成轴对称的三角形即可得解；

【详解】与 $\triangle ABC$ 成轴对称的格点三角形如图所示：$\triangle A_1BC_1$,$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

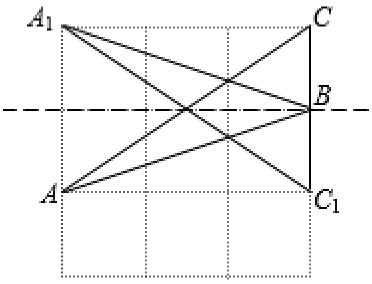


图1

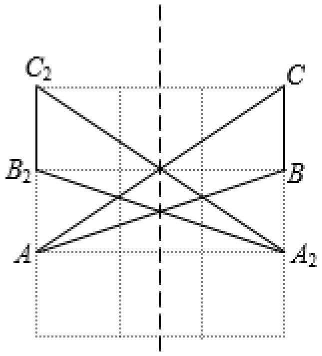


图2

【点睛】本题考查了利用轴对称变换作图，熟练掌握网格结构并准确找出对应点的位置是解题的关键，本题难点在于确定出不同的对称轴．

23. 【答案】45°

【解析】

【分析】先证 $\Delta BDH \cong \Delta ADC(AAS)$，得 $BD=AD$, 从而得 $\angle ABD=\angle BAD$, 再因为 $\angle ADB=90°$, 即可求得 $\angle ABD$ 度数，即 $\angle ABC$ 度数．

【详解】解：∵ AD、BE 是 ΔABC 的高，

∴ $\angle ADB=\angle ADC=\angle BEC=90°$,

∴ $\angle C+\angle CBE=\angle CBE+\angle BHD=90°$,

∴ $\angle C=\angle BHD$,

在 ΔBDH 与 ΔADC 中，

$$\begin{cases}\angle BDH=\angle ADC\\ \angle BHD=\angle C\\ BH=AC\end{cases},$$

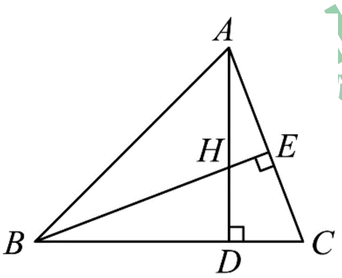
∴ $\Delta BDH \cong \Delta ADC(AAS)$

∴ $BD=AD$,

∴ $\angle ABD=\angle BAD$,

∵ $\angle ADB=90°$,

∴ $\angle ABD=45°$，即 $\angle ABC=45°$，



【点睛】本题考查三角形的高，全等三角形的判定与性质，等腰直角三角形性质，证明 $\Delta BDH \cong \Delta ADC(AAS)$ 是解题的关键．

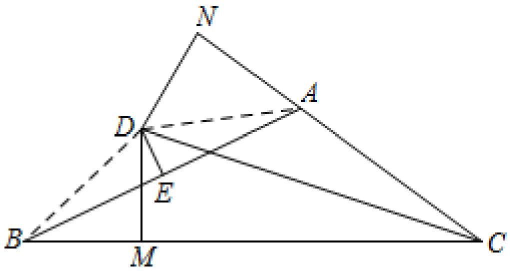
24. 【答案】$BM = AN$，证明见解析

【解析】

【分析】连接 DA，DB，由角平分线的性质可证 $DM = DN$，由垂直平分线的性质可证 $DB = DA$，然后根据“HL”证明 $\mathrm{Rt}\triangle DBM \cong \mathrm{Rt}\triangle DAN$ 即可.

【详解】解：$BM = AN$，理由：

如图，连接 DA，DB，



$\because CD$ 平分 $\angle ACB$，$DM \perp BC$ 于 M，$DN \perp AC$ 于 N，

$\therefore DM = DN$，

$\because DE \perp AB$ 且 E 为 AB 的中点，

$\therefore DB = DA$，

在 $Rt\triangle DBM$ 与 $Rt\triangle DAN$ 中，$\begin{cases} DB = DA \\ DM = DN \end{cases}$，

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle DBM \cong \mathrm{Rt}\triangle DAN$（$HL$），

$\therefore BM = AN$.

【点睛】本题主要考查了角平分线的性质，垂直平分线的性质，以及全等三角形的判定和性质，全等三角形的判定方法有：SSS、SAS、ASA、AAS 和 HL；全等三角形的性质：全等三角形的对应边相等、对应角相等、对应边上的中线相等、对应边上的高线相等、对应角的角平分线相等.

25. 【答案】(1) 补全图形见解析；$\angle AEC = 60°$

(2) 证明见解析

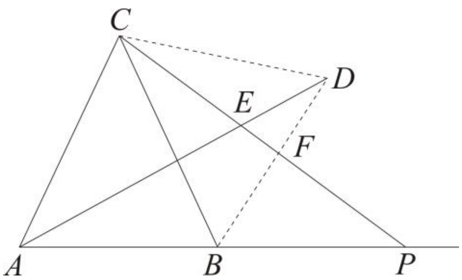
【解析】

【分析】(1)连接 BD 与 CP 交于 F，连接 DC，利用等腰三角形的性质和三角形内角和定理求得 $\angle CDB$ 和 $\angle CDA$，从而可求得 $\angle ADB$，根据轴对称图形对应点连接线段被对称轴垂直平分、三角形内角和定理、对顶角相等可求得 $\angle AEC$ 的度数；

(2) 连接 BE，在 AE 上截取 $GE = CE$，可证明 $\triangle GCE$ 为等边三角形和 $\triangle ACG \cong \triangle BCE$，结合等量代换即可证明结论.

【小问 1 详解】

解：补全图形如下，连接 BD 与 CP 交于 F，连接 DC，



∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $\angle ACB=60°$，$AC=BC$，

∵点 B 关于直线 PC 的对称点为 D，

∴ $BC=CD=AC$，$\angle DCP=\angle BCP=\alpha$，$\angle CFD=90°$，

∴ $\angle CDB=\angle CBD=\dfrac{180°-\angle BCD}{2}=\dfrac{180°-2\alpha}{2}=90°-\alpha$，

$\angle CDA=\angle CAD=\dfrac{180°-\angle ACD}{2}=\dfrac{180°-(2\alpha+60°)}{2}=60°-\alpha$，

∴ $\angle ADB=\angle CDB-\angle CDA=(90°-\alpha)-(60°-\alpha)=30°$，

∴ $\angle AEC=\angle FED=90°-\angle ADB=60°$，

【小问 2 详解】

如下图，连接 BE，在 AE 上截取 $GE=CE$，

由（1）得 $\angle AEC=60°$，

∵ $GE=CE$，

∴ $\triangle GCE$ 为等边三角形，

∴ $GC=CE, \angle GCE=60°$，

∵ $\angle ACB=60°$，$AC=BC$，

∴ $\angle ACG=\angle BCE=60°-\angle BCG$，

在 $\triangle ACG$ 和 $\triangle BCE$ 中

∵ $\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACG=\angle BCE \\ CG=CE \end{cases}$，

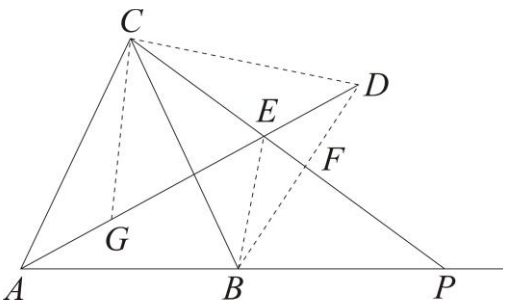
∴ $\triangle ACG \cong \triangle BCE(SAS)$

∴ $AG=BE$，

∵点 B 关于直线 PC 的对称点为 D，

∴ $BE=DE$，

∴ $AE=GE+AG=CE+BE=CE+DE$．



【点睛】本题考查轴对称的性质，全等三角形的性质和判定，等边三角形的性质和判定，三角形外角和内角的性质，等腰三角形的性质，勾股定理等．（1）中能正确得出直角三角形并证明是解题关键；（2）中掌握割补法是解题关键．

26. 【答案】（1）证明见解析

（2）135°或 112.5°或 140°

【解析】

【分析】（1）只要证明△*ABE*，△*AEC* 是等腰三角形即可，首先 *DE* 是线段 *AC* 的垂直平分线，得到△*EAC* 是等腰三角形；根据题中角度关系，得到△*EAB* 是等腰三角形，即可证明结论；

（2）如图 2 中，当 *BD* 是特异线时，分三种情形讨论，如图 3 中，当 *AD* 是特异线时，*AB*＝*BD*，*AD*＝*DC* 根据等腰三角形性质即可解决问题，当 *CD* 为特异线时，不合题意．

【小问 1 详解】

证明：如图 1 所示：

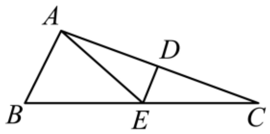


图1

∵*DE* 是线段 *AC* 的垂直平分线，

∴*EA*＝*EC*，即△*EAC* 是等腰三角形，

∴∠*EAC*＝∠*C*，

∴∠*AEB*＝∠*EAC*+∠*C*＝2∠*C*，

∵∠*B*＝2∠*C*，

∴∠*AEB*＝∠*B*，即△*EAB* 是等腰三角形，

∴*AE* 是△*ABC* 是一条特异线；

小问 2 详解】

解：如图 2 所示：

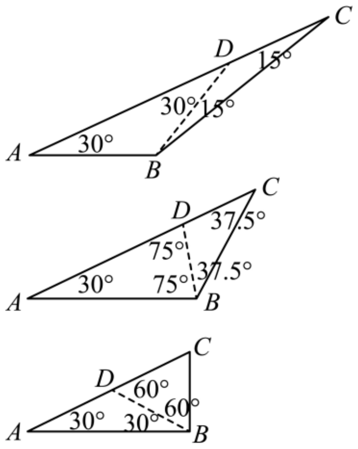


图2

当 BD 是特异线时，如果 $AB=BD=DC$，则 $\angle ABC=\angle ABD+\angle DBC=120°+15°=135°$，

如果 $AD=AB$，$DB=DC$，则 $\angle ABC=\angle ABD+\angle DBC=75°+37.5°=112.5°$，

如果 $AD=DB$，$DC=CB$，则 $ABC=\angle ABD+\angle DBC=30°+60°=90°$（不合题意舍弃）；

如图 3 所示：

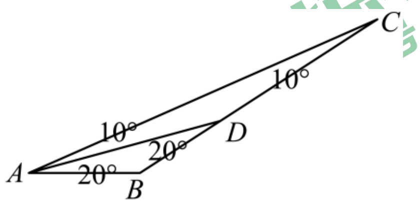


图3

当 AD 是特异线时，$AB=BD$，$AD=DC$，则 $\angle ABC=180°-20°-20°=140°$；

当 CD 为特异线时，不合题意；

∴符合条件的 $\angle ABC$ 的度数为 135°或 112.5°或 140°.

【点睛】本题属于创新题目，考查了等腰三角形的判定和性质、三角形内角和定理等知识，解题的关键是理解题意，掌握分类讨论，画出图形，借助于图形解决问题，并熟练利用方程去思考问题是解决问题的关键.