



# 2020 北京海淀初二（上）期末

## 数 学

2020. 01

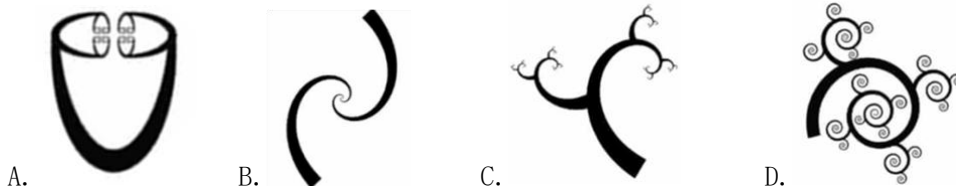
学校                  班级                  姓名                  成绩

### 一、选择题（本大题共 30 分，每小题 3 分）

第 1~10 题符合题意的选项均只有一个，请将你的答案填写在下面的表格中。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

1. 斐波那契螺旋线也称为“黄金螺旋线”，是根据斐波那契数列画出来的螺旋曲线，自然界中存在许多斐波那契螺旋线图案. 下列斐波那契螺旋线图案中属于轴对称图形的是



2. 2019 年被称为“5G 元年”. 据媒体报道，5G 网络的理论下载速度为 1.25GB/s，这就意味着我们下载一张 2.5M 的照片只需要 0.002s，将 0.002 用科学记数法表示为

- A.  $2 \times 10^{-2}$                   B.  $2 \times 10^{-3}$                   C.  $0.2 \times 10^{-2}$                   D.  $0.2 \times 10^{-3}$

3. 下列运算结果为  $a^6$  的是

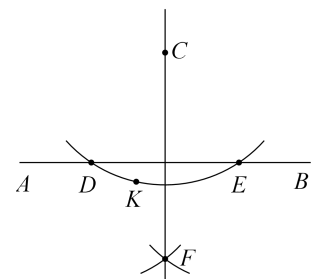
- A.  $a^3 \cdot a^2$                   B.  $a^9 - a^3$                   C.  $(a^2)^3$                   D.  $a^{18} \div a^3$

4. 在下列因式分解的过程中，分解因式正确的是

- A.  $x^2 + 2x + 4 = (x + 2)^2$                   B.  $x^2 - 4 = (x + 4)(x - 4)$   
 C.  $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$                   D.  $x^2 + 4 = (x + 2)^2$

5. 如图，经过直线  $AB$  外一点  $C$  作这条直线的垂线，作法如下：

- (1) 任意取一点  $K$ ，使点  $K$  和点  $C$  在  $AB$  的两旁.  
 (2) 以点  $C$  为圆心， $CK$  长为半径作弧，交  $AB$  于点  $D$  和  $E$ .  
 (3) 分别以点  $D$  和点  $E$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}DE$  的长为半径作弧，两弧相交于点  $F$ .

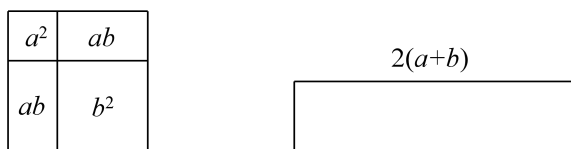


(4) 作直线  $CF$ .

则直线  $CF$  就是所求作的垂线. 根据以上尺规作图过程, 若将这些点作为三角形的顶点, 其中不一定是等腰三角形的为

- A.  $\triangle CDF$       B.  $\triangle CDK$       C.  $\triangle CDE$       D.  $\triangle DEF$

6. 有两块总面积相等的场地, 左边场地为正方形, 由四部分构成, 各部分的面积数据如图所示. 右边场地为长方

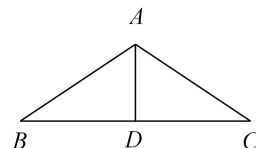


形, 长为  $2(a+b)$ , 则宽为

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C.  $\frac{1}{2}(a+b)$       D.  $a+b$

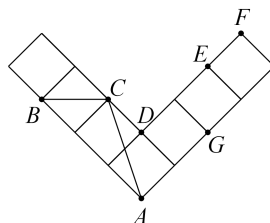
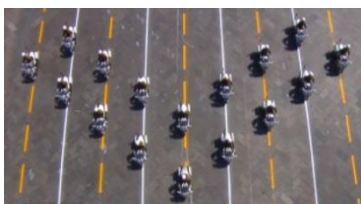
7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $D$  是  $BC$  边上的动点 (点  $D$  与  $B, C$  不重合),  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  的面积分别表示为  $S_1$  和  $S_2$ , 下列条件不能说明  $AD$  是  $\triangle ABC$  角平分线的是

- A.  $BD=CD$       B.  $\angle ADB=\angle ADC$   
 C.  $S_1=S_2$       D.  $AD=\frac{1}{2}BC$



8. 如图, 左边为参加 2019 年国庆 70 周年阅兵的武警摩托车礼宾护卫队, 如果将每位队员看成一个点, 队形可近似看成由右边所示的若干个正方形拼成的图形, 其中与  $\triangle ABC$  全等的三角形是

- A.  $\triangle AEG$       B.  $\triangle ADF$       C.  $\triangle DFG$       D.  $\triangle CEG$

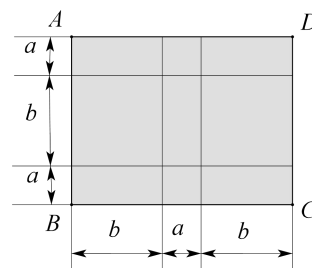


9. 若  $ab=-4$ , 其中  $a > b$ , 以下分式中一定比  $\frac{b}{a}$  大的是

- A.  $\frac{2b}{2a}$       B.  $\frac{2b}{a}$       C.  $-\frac{2}{a}$       D.  $\frac{b+2}{a}$

10. 已知长方形  $ABCD$  可以按图示方式分成九部分, 在  $a, b$  变化的过程中, 下面

2 / 7



说法正确的有

- ①图中存在三部分的周长之和恰好等于长方形  $ABCD$  的周长
- ②长方形  $ABCD$  的长宽之比可能为 2
- ③当长方形  $ABCD$  为正方形时，九部分都为正方形
- ④当长方形  $ABCD$  的周长为 60 时，它的面积可能为 100



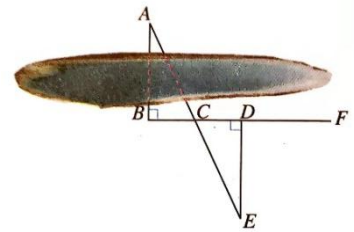
- A. ①②      B. ①③      C. ②③④      D. ①③④

二、填空题（本大题共 16 分，每小题 2 分）

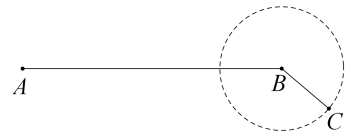
11. 请写出一个只含有字母  $x$  的分式，当  $x=3$  时分式的值为 0，你写的分式是\_\_\_\_\_.

12. 计算： $(2a)^3 \cdot (-a)^4 \div a^2 =$  \_\_\_\_\_.

13. 如图，要测量池塘两岸相对的两点  $A, B$  的距离，可以在池塘外取  $AB$  的垂线  $BF$  上的两点  $C, D$ ，使  $BC=CD$ ，再画出  $BF$  的垂线  $DE$ ，使  $E$  与  $A, C$  在一条直线上. 若想知道两点  $A, B$  的距离，只需要测量出线段即可.

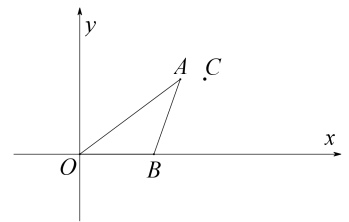


14. 如图，已知空间站  $A$  与星球  $B$  距离为  $a$ ，信号飞船  $C$  在星球  $B$  附近沿圆形轨道行驶， $B, C$  之间的距离为  $b$ . 数据  $S$  表示飞船  $C$  与空间站  $A$  的实时距离，那么  $S$  的最大值是\_\_\_\_\_.



15. 平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $A(4, 3)$ ，点  $B(3, 0)$ ，

点  $C(5, 3)$ ，点  $E$  在  $x$  轴上. 当  $CE=AB$  时，点  $E$  的坐标为\_\_\_\_\_.

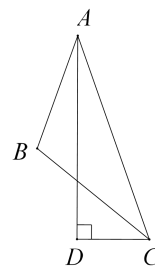


16. 北京大兴国际机场于 2019 年 9 月 25 日正式投入运营. 小贝和小京分别从草桥和北京站出发赶往机场乘坐飞机，出行方式及所经过的站点与路程如下表所示：

出行方式	途径站点	路程
地铁	草桥—大兴新城—大兴机场	全程约 43 公里
公交	北京站—蒲黄榆—榴乡桥—大兴机场	全程约 54 公里

由于地面交通拥堵，地铁的平均速度约为公交平均速度的两倍，于是小贝比小京少用了半小时到达机场. 若设公交的平均速度为  $x$  公里/时，根据题意可列方程：

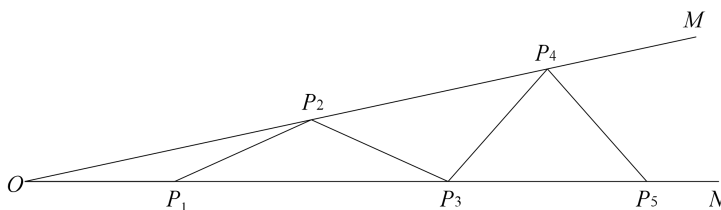
17. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $CD \perp AD$ , 若  $\angle ABC$  与  $\angle ACD$  互补,  $CD=5$ , 则  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.



18. 如图, 已知  $\angle MON$ , 在边  $ON$  上顺次取点  $P_1, P_3, P_5 \dots$ , 在边  $OM$  上顺次取点  $P_2, P_4, P_6 \dots$ , 使得  $OP_1 = P_1P_2 = P_2P_3 = P_3P_4 = P_4P_5 \dots$ , 得到等腰  $\triangle OP_1P_2, \triangle P_1P_2P_3, \triangle P_2P_3P_4, \triangle P_3P_4P_5 \dots$

(1) 若  $\angle MON = 30^\circ$ , 可以得到的最后一个等腰三角形是\_\_\_\_\_;

(2) 若按照上述方式操作, 得到的最后一个等腰三角形是  $\triangle P_3P_4P_5$ , 则  $\angle MON$  的度数  $\alpha$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



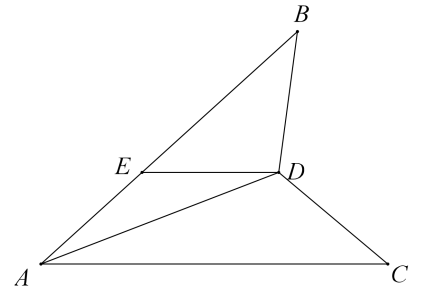
三、解答题 (本大题共 54 分, 第 19 题 8 分, 20~22 题每题 5 分, 第 23~26 每题 6 分, 第 27 题 7 分)

19. (1) 计算:  $(3-\pi)^0 - 3^8 \div 3^6 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$  (2) 因式分解:  $3x^2 - 12y^2$

20. 如图, 已知  $AB=AC$ ,  $E$  为  $AB$  上一点,  $ED \parallel AC$ ,  $ED=AE$ .

求证:  $BD=CD$ .



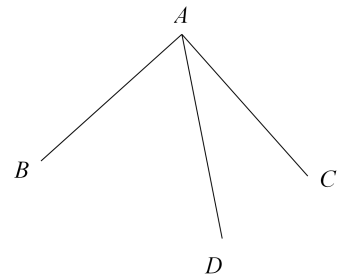


21. 已知  $a^2 - 2ab + b^2 = 0$ ，求代数式  $a(4a - b) - (2a + b)(2a - b)$  的值.

22. 如图， $AB \perp AC$ ， $AB = AC$ ，过点  $B$ ， $C$  分别向射线  $AD$  作垂线，垂足分别为  $E$ ， $F$ .

(1) 依题意补全图形；

(2) 求证： $BE = EF + FC$ .



23. 已知  $x = a + b - 2$ ， $y - 2ab = a^2 + b^2$ .

(1) 用  $x$  表示  $y$ ；

(2) 求代数式  $(x - \frac{4}{x}) \cdot \frac{x}{y} + \frac{4}{x+2}$  的值.

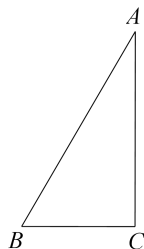
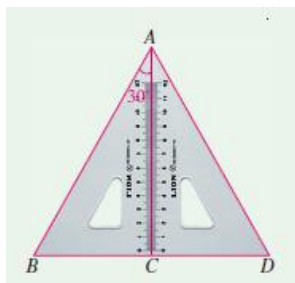
24. 如图所示，将两个含  $30^\circ$  角的三角尺摆放在一起，可以证得  $\triangle ABD$  是等边三角形，于是我们得到：**在直角三角形中，如果一个锐角等于  $30^\circ$ ，那么它所对的直角边等于斜边的一半.**

交换命题的条件和结论，得到下面的命题：

在直角  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，如果  $CB = \frac{1}{2} AB$ ，那么  $\angle BAC = 30^\circ$  .

请判断此命题的真假，若为真命题，请给出证明；若为假命题，请说明理由.





25. 对于代数式，不同的表达形式能表现出它的不同性质. 例如代数式  $A = x^2 - 4x + 5$ ，若将其写成  $A = (x-2)^2 + 1$  的形式，就能看出不论字母  $x$  取何值，它都表示正数；若将它写成  $A = (x-1)^2 - 2(x-1) + 2$  的形式，就能与代数式  $B = x^2 - 2x + 2$  建立联系. 下面我们改变  $x$  的值，研究一下  $A, B$  两个代数式取值的规律：

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$B = x^2 - 2x + 2$	10	5	2	1		5
$A = (x-1)^2 - 2(x-1) + 2$	17	10	5			

(1) 完成上表；

(2) 观察表格可以发现：

若  $x=m$  时， $B = x^2 - 2x + 2 = n$ ，则  $x=m+1$  时， $A = x^2 - 4x + 5 = n$ . 我们把这种现象称为**代数式  $A$  参照代数式  $B$  取值延后**，此时延后值为 1.

①若代数式  $D$  参照代数式  $B$  取值延后，相应的延后值为 2，求代数式  $D$ ；

②已知代数式  $ax^2 - 10x + b$  参照代数式  $3x^2 - 4x + c$  取值延后，请直接写出  $b-c$  的值：\_\_\_\_\_.

26. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，点  $D$  是边  $BC$  上的动点，连接  $AD$ ，点  $C$  关于直线  $AD$  的对称点为点  $E$ ，射线  $BE$  与射线  $AD$  交于点  $F$ .

(1) 在图 1 中，依题意补全图形；

(2) 记  $\angle DAC = \alpha$  ( $\alpha < 45^\circ$ )，求  $\angle ABF$  的大小；(用含  $\alpha$  的式子表示)

(3) 若  $\triangle ACE$  是等边三角形，猜想  $EF$  和  $BC$  的数量关系，并证明.



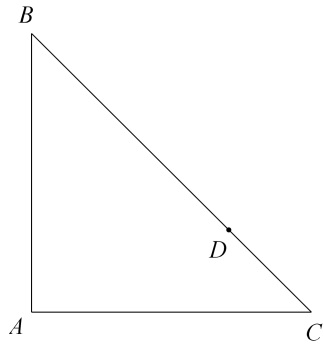
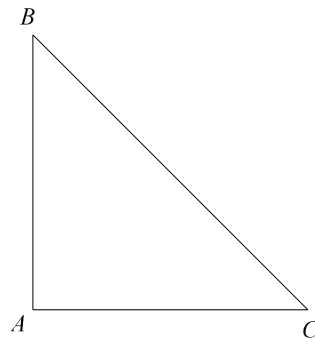
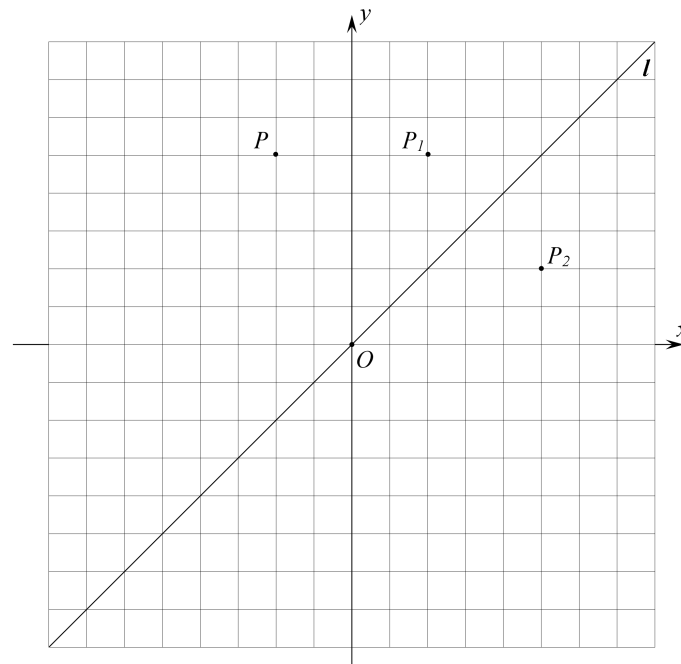


图 1



备用图

27. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  为一、三象限角平分线. 点  $P$  关于  $y$  轴的对称点称为  $P$  的一次反射点, 记作  $P_1$ ;  $P_1$  关于直线  $l$  的对称点称为点  $P$  的二次反射点, 记作  $P_2$ . 例如, 点  $(-2,5)$  的一次反射点为  $(2,5)$ , 二次反射点为  $(5,2)$ . 根据定义, 回答下列问题:



- (1) 点  $(2,5)$  的一次反射点为 \_\_\_\_\_, 二次反射点为 \_\_\_\_\_;
- (2) 当点  $A$  在第一象限时, 点  $M(3,1)$ ,  $N(3,-1)$ ,  $Q(-1,-3)$  中可以是点  $A$  的二次反射点的是 \_\_\_\_\_;
- (3) 若点  $A$  在第二象限, 点  $A_1$ ,  $A_2$  分别是点  $A$  的一次、二次反射点,  $\triangle OA_1A_2$  为等边三角形, 求射线  $OA$  与  $x$  轴所夹锐角的度数.

**附加问题:** (本问 3 分, 可计入总分, 但全卷总分不超过 100 分)

若点  $A$  在  $y$  轴左侧, 点  $A_1$ ,  $A_2$  分别是点  $A$  的一次、二次反射点,  $\triangle AA_1A_2$  是等腰直角三角形, 请直接写出点  $A$  在平面直角坐标系  $xOy$  中的位置.