# 2022北京十三中分校初二（下）期中

# 数　学

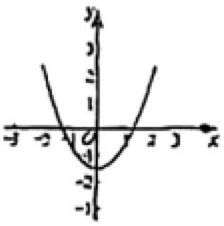
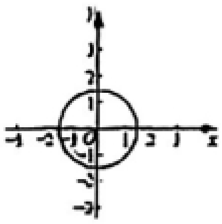
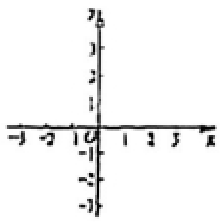
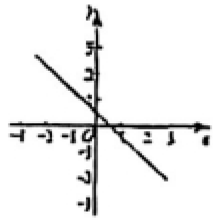
第I卷

一、选择题：（本大题共8小题，每小题2分，共16分）

1．在实数范围内，要使代数式$\sqrt{x-2}$有意义，则$x$的取值范围是（　）．

A．$x\geq 2$　　B．$x>2$　　C．$x\neq 2$　　D．$x<2$

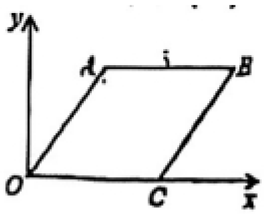
2．下列曲线中不能表示$y$是$x$的函数的是（　）．

A．
B．
C．
D．

3．下列各式中，化简后能与$\sqrt{2}$合并的是（　）．

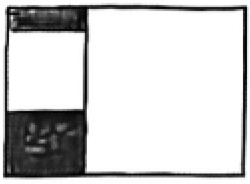
A．$\sqrt{12}$　　B．$\sqrt{\frac{2}{3}}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　D．$\sqrt{0.2}$

4．如图，在平面直角坐标系$xOy$中，菱形$OABC$的顶点$C$在$x$轴的正半轴上．若点$A$的坐标是$(3,4)$，则点$B$的坐标为（　）．



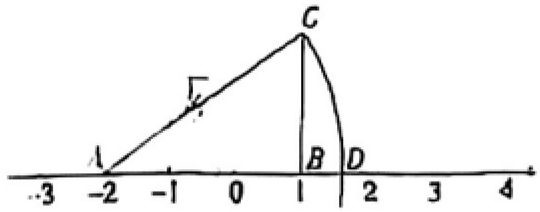

A．$(5,4)$　　B．$(8,4)$　　C．$(5,3)$　　D．$(8,3)$

5．如图，长方形内有两个相邻的正方形，其面积分别为2和8，则图中阴影部分的面积为（　）．


第5题图

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．6

6．如图，数轴上的点 $A$ 表示的数是-2，点 $B$ 表示的数是 1，$CB \perp AB$ 于点 $B$，且 $BC=2$．以点 $A$ 为圆心，$AC$ 的长为半径画弧交数轴于点 $D$，则点 $D$ 表示的数为（　）．



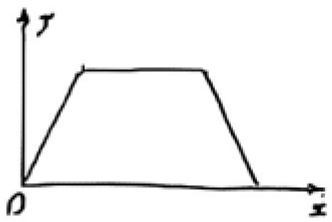
第 6 题图

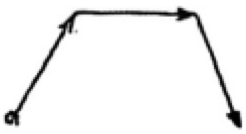
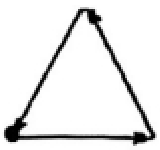
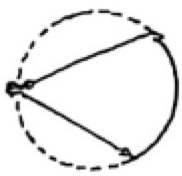
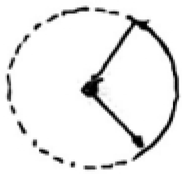
A．$\sqrt{13}$　　　B．$\sqrt{13}+2$　　　C．$\sqrt{13}-2$　　　D．2

7．若 $\sqrt{\dfrac{x}{1-x}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$ 成立，则 $x$ 的取值范围为（　）．

A．$x \geq 0$　　　B．$x \geq 0$ 或 $x<1$　　　C．$x<1$　　　D．$0 \leq x<1$

8．张老师出门散步时离家的距离 $y$ 与时间 $x$ 之间的函数图象如图所示，若用实心点表示张老师家的位置，则张老师散步行走的路线可能是（　）



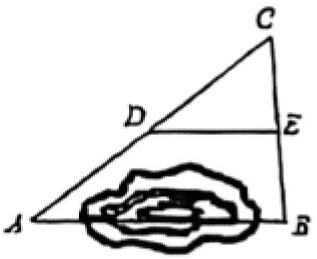

A．　B．　C．　D．

**第II卷**

**二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）**

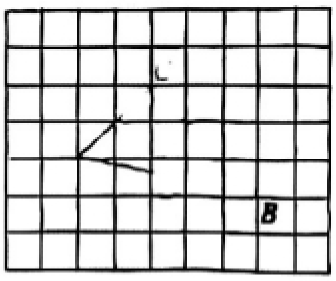
9．若 $\sqrt{20n}$ 是整数．写出一个符合条件的整数 $n$ 的值______．

10．$A$、$B$ 两地被池塘隔开，小明先在 $AB$ 外选一点 $C$，然后分别步测出 $AC$，$BC$ 的中点 $D$，$E$，并测出 $DE$ 的长为 $20m$，则 $AB$ 的长为______$m$．




第10题图

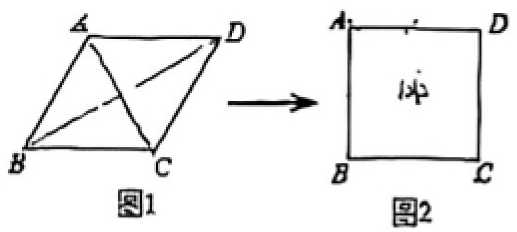
11．如图，每个小正方形的边长为1，在$\triangle ABC$中，点$A$，$B$，$C$均在格点上，点$D$为$AB$的中点，则线段$CD$的长为______．




第11题图

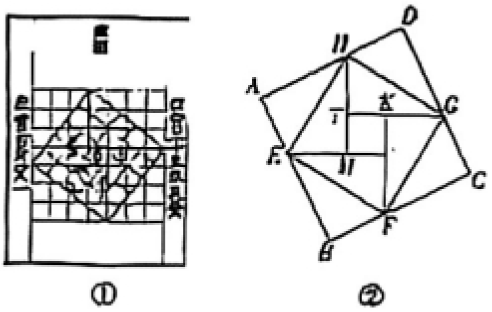
12．在菱形$ABCD$中，若$\angle A=60^\circ$，周长是16，则菱形的面积是______．

13．小明用四根长度相同的木条制作了能够活动的菱形学具，他先活动学具成为图1所示菱形，并测得$\angle B=60^\circ$，对角线$AC=20cm$，接着活动学具成为图2所示正方形，则图2中对角线$AC$的长为______cm．




第13题图

14．我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理，创制了一幅“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”（如图①所示）．图②是由弦图变化得到，它是由八个全等的直角三角形拼接而成的．记图中正方形$ABCD$，正方形$EFGH$，正方形$MNKT$的面积分别为$S_1$，$S_2$，$S_3$．若$S_1+S_2+S_3=108$，则$S_2$的值是______．



第 14 题图

15．如图，在△*ABC* 中，点 *D*，*E*，*F* 分别在边 *BC*，*AB*，*CA* 上，且 $DE // CA$， $DF // BA$.

下列四种说法：

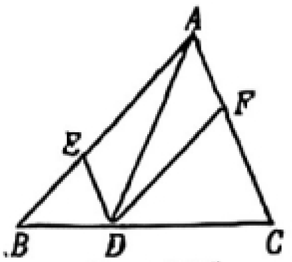
①四边形 *AEDF* 是平行四边形；

②如果 $\angle BAC = 90°$，那么四边形 *AEDF* 是矩形；

③如果 *AD* 平分 $\angle BAC$，那么四边形 *AEDF* 是菱形；

④如果 $AD \perp BC$ 且 $AB = AC$，那么四边形 *AEDF* 是菱形.

其中正确的是______（只填写序号）.



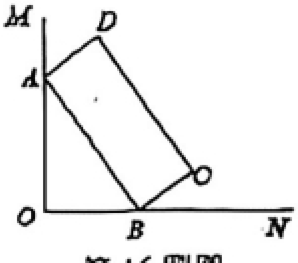

第 15 题图

16．如图，$\angle MON = 90°$，矩形 *ABCD* 的顶点 *A*、*B* 分别在边 *OM*、*ON* 上，当 *B* 在边 *ON* 上运动时，*A* 随之在 *OM* 上运动．矩形 *ABCD* 的形状大小保持不变，其中 $AB = 6$， $BC = 2$.

在运动过程中：

（1）Rt△*AOB* 斜边中线的长度是否会发生变化？______；（填“是”或“否”）；

（2）点 *D* 到点 *O* 的最大距离是______.




第 16 题图

**三、解答题：（本大题共 10 小题，共 68 分）**

17．计算：

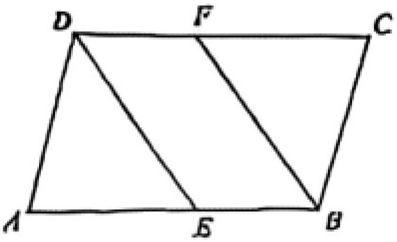
（1）$\sqrt{50}-\sqrt{32}+\sqrt{8}$

（2）$\sqrt{\frac{18}{5}\times 2\sqrt{5}+\left(-5\sqrt{2}\right)}$

（3）$\sqrt{27}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

（4）$\left(\sqrt{3}-2\right)^{2}+\sqrt{12}+\sqrt{48}$

18．已知：如图，在▱*ABCD* 中，*E*、*F* 分别是 *AB*、*CD* 上的点，且 $AE=CF$，求证：*DE*=*BF*.




19．如图，在 $4\times4$ 的正方形网格中，每个小方格边长为 1，每个小格的顶点叫做格点，以格点为顶点分别按下列要求画三角形.

（1）在图 1 中，画一个直角三角形，使它的三边长都是有理数；

（2）在图 2 中，画一个直角三角形，使它的一边长是有理数，另外两边长是无理数；

（3）在图 3 中，画一个直角三角形，使它的三边长都是无理数.

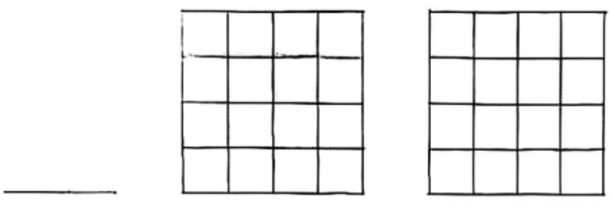
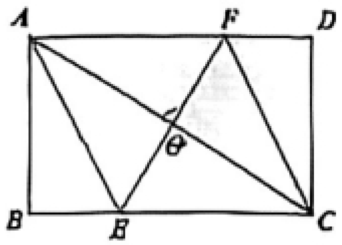


图 1　　图 2　　图 3

20．已知：如图，在矩形 *ABCD* 中，对角线 *AC* 的垂直平分线 EF 分别与 *AC*、*BC*、*AD*、交于点 *O*、*E*、*F*，连接 *AE* 和 *CF*.

（1）求证：四边形 *AECF* 为菱形；

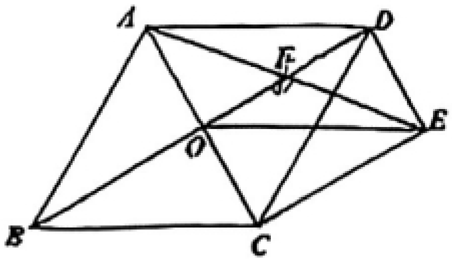
（2）若 $AB=\sqrt{3}$，$BC=3$，求菱形 *AECF* 的边长.




21．如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC$、$BD$ 相交于点 $O$，过点 $D$ 作 $DE \parallel AC$ 且 $DE=\frac{1}{2}AC$，连接 $AE$ 交 $OD$ 于点 $F$，连接 $OE$、$CE$．

（1）求证：四边形 $OCED$ 为矩形；

（2）已知 $AB=2$，$DE=1$，求 $EF$ 的长．




22．先阅读材料，然后回答问题．

小张同学在研究二次根式的化简时，遇到了一个问题：化简 $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

经过思考，小张解决这个问题的过程如下：

$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{2-2\sqrt{2\times 3}+3}$ ①

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}$ ②

$=\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}$ ③

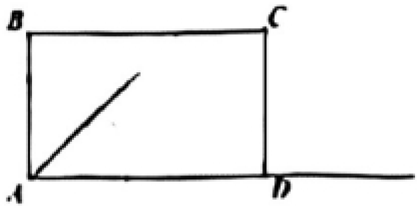
$=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ④

在上述化简过程中，第______步出现了错误，化简的正确结果为______．

请根据你从上述材料中得到的启发，化简 $\sqrt{8+4\sqrt{3}}$．

23．请你设计“利用已知矩形作一个内角为45°的平行四边形”的尺规作图过程．

（1）请利用矩形 $ABCD$ 完成作图（保留作图痕迹），并写出作法；



（2）根据你设计的尺规作图过程，填空：

①∠______=45°（写出一个即可）；

②作出的四边形为平行四边形的依据是：______.

24．我们知道，整式，分式，二次根式等都是代数式，代数式是用基本运算符号连接起来的式子．而当被除数是一个二次根式，除数是一个整式时，求得的商就会出现类似$\dfrac{\sqrt{b}}{a}$这样的形式，我们把形如这种形式的式子称为根分式．例如$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，$\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-2}$都是根分式.

（1）请根据以上信息，写出根分式$M=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$中$x$的取值范围：______；

（2）已知两个根分式$M=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$与$N=\sqrt{\dfrac{x^2-5x+7}{x-2}}$.

①是否存在$x$的值使得$N^2-M^2=1$，若存在，请求出$x$的值，若不存在，请说明理由；

②当$M^2+N^2$是一个整数时，求无理数$x$的值.

25．以下是初二数学学习小组的同学们对特殊平行四边形性质的探究过程：

（1）如图1，将直角三角板的直角顶点与正方形$ABCD$对角线的交点$O$重合，直角三角板的两条直角边分别与正方形的两边$BC$、$CD$相交于点$M$、$N$．学习小组的同学们发现线段$BM$与$CN$存在数量关系：______；

（2）如图2，将直角三角板的直角顶点与矩形$ABCD$对角线的交点$O$重合，直角三角板的两条直角边分别与矩形的两边$BC$、$CD$相交于点$M$、$N$．经测量同学们发现此时$BM$与$CN$并不存在（1）中的数量关系．为了探究在这种情况下隐含的线段数量关系，同学们商议决定采取从特殊到一般的探究方法：

①将直角三角板的直角顶点与矩形$ABCD$的对角线交点$O$重合，一条直角边与$OD$共线，另一条直角边与$BC$交于点$M$，同学们发现此时存在线段的数量关系：$BM^2=CM^2+CD^2$

请你按操作过程补全图3，并证明同学们的发现.

②请你继续对图2的情况进行探究．将图2简化得到图4，猜想线段$BM$、$CM$、$CN$、$DN$之间的数量关系，并证明.

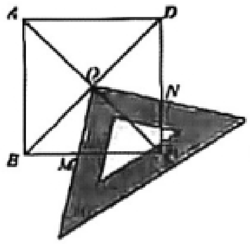



图1

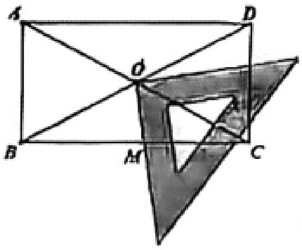



图2

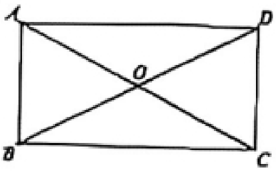



图3

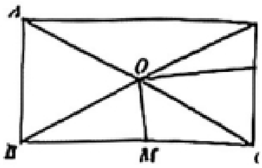
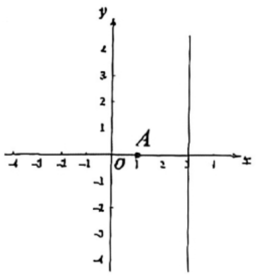



图4

26．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，若某菱形至少有一组对边与 $x$ 轴或 $y$ 轴平行（或共线），则称该菱形为规则菱形．若点 $P$、$Q$ 为某规则菱形相对的顶点，且以 $P$、$Q$ 为顶点的内角度数为 $a$，则称点 $P$、$Q$ 与该规则菱形“$a$-相关”．根据定义回答下面的问题：

（1）如图 1，已知点 $A$ 的坐标为 $(1,0)$．

图1




①若点 $B$ 的坐标为 $(4,1)$，是否存在与点 $A$，$B$“90°-相关”的规则菱形？______（填“是”或“否”）．

②已知点 $C(3,c)$，若存在与点 $A$、$C$“90°-相关”的规则菱形，则点 $C$ 的坐标为______．

（2）如图 2，矩形 $EFGH$ 的顶点坐标分别为 $(-1,0)$，$(-1,2)$，$(2,2)$，$(2,0)$．已知点 $M(m,5)$，点 $N$ 在矩形 $EFGH$ 的边上，若存在与点 $M$，$N$“60°-相关”的规则菱形，直接写出 $m$ 的取值范围．

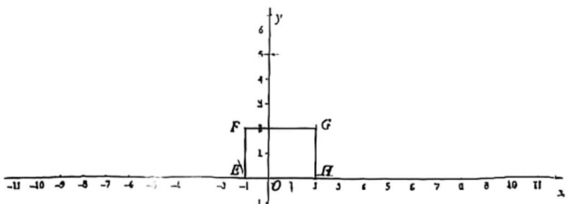



图2