2019~2020学年北京东城区初二上学期期末数学试卷

一、选择题

（本大题共10小题，每小题2分，共20分。）

1 在国庆70周年的庆典活动中，使用了大量的电子显示屏，0.0009m微间距显示屏就是其中之一，数字0.0009用科学记数法表示应为（   ）.

A. 9×10^{-4}

B. 9×10^{-3}

C. 0.9×10^{-3}

D. 0.9×10^{-4}

答案 A

解析 $0.0009=9\times10^{-4}$.

故选A .

2 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是（   ）.

A. $m(a+b)=ma+mb$

B. $3x^2-3x+1=3x(x-1)+1$

C. $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

D. $(a+2)^2=a^2+4a+4$

答案 C

解析 A选项：整式乘法，故A不符合题意；

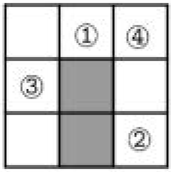
B选项：不满足因式分解定义，故B不符合题意；

C选项：因式分解，故C符合题意；

D选项：整式乘法，故D不符合题意 .

故选C.

3 如图是3×3的正方形网格，其中已有2个小方格涂成了黑色．现在要从编号为①–④的小方格中选出1个也涂成黑色，使黑色部分依然是轴对称图形，不能选择的是（　）．



A. ①　　B. ②　　C. ③　　D. ④

答案　D

解析　选①，如图1，

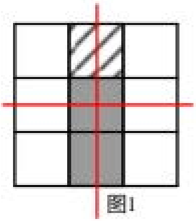


图1

为轴对称图形．

选②，如图2，

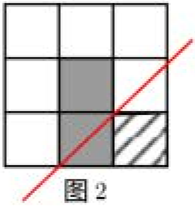


图 2

为轴对称图形．

选③，如图3，

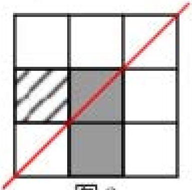


图 3

为轴对称图形．

选④，则不是轴对称图形．

故选D．

4 下列各式计算正确的是（　）．

A. $3a^2\cdot a^{-1}=3a$

B. $\left(ab^2\right)^3=ab^6$

C. $(x-2)^2=x^2-4$

D. $6x^8\div 2x^2=3x^4$

答案 A

解析 A选项：$3a^2\cdot a^{-1}=3a$，故A选项正确．

B选项：$\left(ab^2\right)^3=a^3b^6$，故B选项错误．

C选项：$(x-2)^2=x^2-4x+4$．故C选项错误．

D选项：$6x^8\div 2x^2=3x^6$，故D选项错误．

故选A.

5 对于任意的实数x，总有意义的分式是（　）．

A. $\frac{x-5}{x^2-1}$　　B. $\frac{x-3}{x^2+1}$

C. $\frac{x^2+1}{8x}$　　D. $\frac{2}{x-1}$

答案 B

解析 A选项：$\frac{x-5}{x^2-1}$中，$x^2-1=0$即$x=\pm1$时，分式无意义，故A错误；

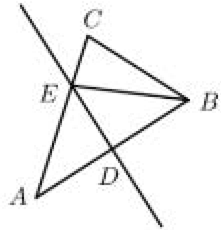
B选项：$\frac{x-3}{x^2+1}$中，对任意x值$x^2+1\neq0$，故分式有意义，故B正确；

C选项：$\frac{x^2+1}{8x}$中，$8x=0$即$x=0$时，分式无意义，故C错误；

D选项：$\frac{2}{x-1}$中，$x-1=0$即$x=1$时，分式无意义，故D错误．

故选B.

6 如图，$\triangle ABC$中，$\angle A=40^\circ$，AB的垂直平分线分别交AB，AC于点D、E，连接BE，则$\angle BEC$的大小为（　）．



A. 40°　　B. 50°　　C. 80°　　D. 100°

答案　C

解析　$\because DE$是AB的垂直平分线，

$\therefore EA = EB$，

$\therefore \angle A = \angle EBA$，

$\because \angle A = 40^{\circ}$，

$\therefore \angle EBA = 40^{\circ}$，

$\therefore \angle BEC = \angle A + \angle EBA$

$= 40^{\circ} + 40^{\circ} = 80^{\circ}$，

故选C．

7　若分式$\dfrac{2x-1}{x^2+3}$值为正数，则x需满足的条件是（　）．

A. x为任意实数　　B. $x < \dfrac{1}{2}$

C. $x > \dfrac{1}{2}$　　D. $x > -\dfrac{1}{2}$

答案　C

解析　$\because$分式$\dfrac{2x-1}{x^2+3}$的值为正数．

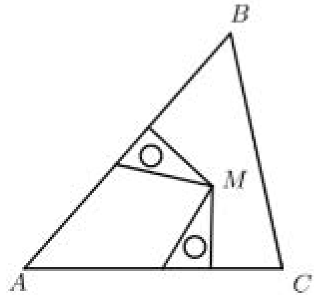
$x^2 + 3 > 3$

$\therefore 2x - 1 > 0$

$\therefore x > \dfrac{1}{2}$

故选C．

8 已知$\triangle ABC$，两个完全一样的三角板如图摆放，它们的一组对应直角边分别在AB，AC上，且这组对应边所对的顶点重合于点M，点M一定在（　）．



A. $\angle A$的平分线上

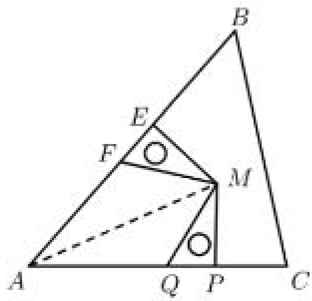
B. AC边的高上

C. BC边的垂直平分线上

D. AB边的中线上

答案 A

解析



连接AM，

$\because\triangle MEF$和$\triangle MPQ$是完全一样的直角三角板，

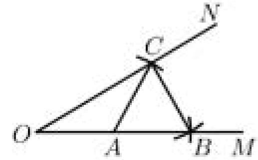
$\therefore\angle MEF=\angle MPQ=90^\circ$，$ME=MP$，

$\therefore AM$平分$\angle BAC$，

$\therefore$点M一定在$\angle BAC$的角平分线上．

故选A.

9 如图，已知$\angle MON$及其边上一点A．以点A为圆心，AO长为半径画弧，分别交OM，ON于点B和C，再以点C为圆心，AC长为半径画弧，恰好经过点B．错误的结论是（　）．



A. $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle ABC}$

B. $\angle OCB=90^\circ$

C. $\angle MON=30^\circ$

D. $OC=2BC$

答案 D

解析 由题意，得：

$AO=AC=AB=BC$，

$\therefore\triangle ABC$为等边三角形，

$\angle O=\angle OCA$，

$\therefore\angle ACB=\angle CAB=60^\circ$，

又$\angle O+\angle OCA=\angle CAB$，

$\therefore\angle MON=30^\circ$，故C正确；

$\angle OCA=30^\circ$，

$\therefore\angle OCB=\angle OCA+\angle ACB=30^\circ+60^\circ=90^\circ$，故B正确；

$\because AO=AB$，

$\therefore S_{\triangle AOC}=S_{\triangle ABC}$，故A正确；

不能判定$OC=2BC$，故D错误．

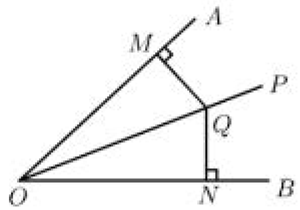
故选D．

10 已知OP平分$\angle AOB$，点Q在OP上，点M在OA上，且点Q、M均不与点O重合．在OB上确定点N，使$QN=QM$，则满足条件的点N的个数为（　）．

A. 1个　　B. 2个　　C. 1或2个　　D. 无数个

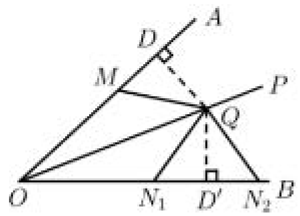
答案 C

解析 ①如图所示，当$QM\perp OA$时，



使$QM=QN$，则只能有1个N点，且$QN\perp OB$．

②如图所示，当QM与OA不垂直时，



$QM>QD$，则使$QM=QN$的有2个N点．

综上所述，满足条件的N有1个或2个点．

故选C．

二、填空题

（本大题共6小题，每小题2分，共12分。）

11 因式分解：$a^3-9a=$ ______ ．

答案 $a(a+3)(a-3)$

解析 原式$=a(a^2-9)$

$=a(a+3)(a-3)$．

12 已知-2是关于x的分式方程$\dfrac{x-k}{x+3}=2x$的根，则实数k的为 ______ ．

答案 2

解析 $\because -2$是关于x的分式方程$\frac{x-k}{x+3}=2x$的根，

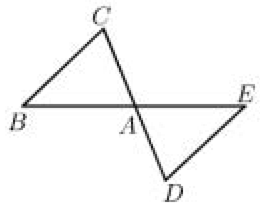
$\therefore \frac{-2-k}{-2+3}=-4$，

$\therefore -2-k=-4$，

$\therefore k=2$．

故答案为：2．

13 如图，BE与CD交于点A，且$\angle C=\angle D$．添加一个条件：________________，使得$\triangle ABC\cong\triangle AED$．



答案 $AC=AD$或$AB=AE$或$BC=DE$

解析 可以添加：$AC=AD$，

在$\triangle ABC$和$\triangle AED$中，

$$\begin{cases}\angle C=\angle D\\ AC=AD\\ \angle BAC=\angle EAD\end{cases},$$

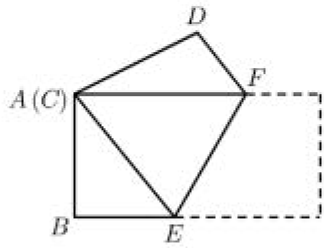
$\therefore \triangle ABC\cong\triangle AED(\text{ASA})$，

也可以添加$AB=AE$或$BC=DE$，

利用"AAS"证明$\triangle ABC\cong\triangle AED$．

故答案为：$AC=AD$或$AB=AE$或$BC=DE$.

14 如图，将长方形纸片，$ABCD$折叠，使顶点A，C重合，折痕为EF．若$\angle BAE=28^\circ$，则$\angle AEF$的大小为______$^\circ$．



答案　59

解析　∵长方形$ABCD$，

∴$\angle B = 90^\circ$，

∵$\angle BAE = 28^\circ$，

∴$\angle AEC = \angle B + \angle BAE = 90^\circ + 28^\circ = 118^\circ$

∵折叠，

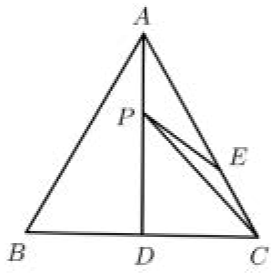
∴$\angle AEF = \angle FEC$，

又$\angle AEF + \angle FEC = \angle AEC$，

∴$\angle AEF = \frac{1}{2}\angle AEC = \frac{1}{2} \times 118^\circ = 59^\circ$．

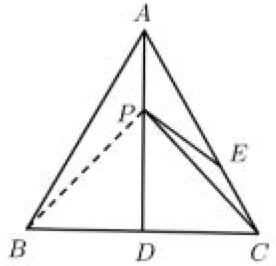
故答案为59°．

15 如图，等边$\triangle ABC$中，AD是BC边上的中线，且$AD = 4$，E、P分别是AC、AD上的动点，则$CP + EP$的最小值等于 ______ ．



答案　4

解析



连接PB，

$\because\triangle ABC$是等边三角形，AD是BC边的中线，

$\therefore AD$垂直平分BC，

$\therefore PB=PC$，

$\therefore PC+PE=PB+PE$，

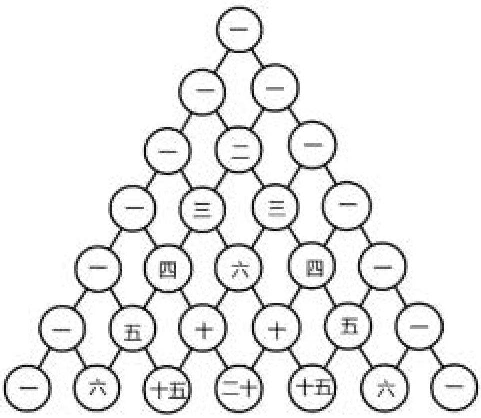
当且仅当P、B、E三点共线，且$BE\perp AC$时，$PC+PE$取得最小值．

当$BE\perp AC$时，$BE=AD=4$，

$\therefore PC+EP$的最小值为4．

故答案为：4．

16 我国古代数学曾有许多重要的成就，其中“杨辉三角”（如图）就是一例．这个三角形给出了$(a+b)^n$（$n=1$，2，3，4，5，6）的展开式（按a的次数由大到小顺序排列）的系数规律．例如，第三行的三个数1，2，1，恰好对应$(a+b)^2+a^2+2ab+b^2$展开式中各项的系数：第五行的五个数1，4，6，4，1，恰好对应着$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$展开式中各项的系数．



（1）$(a+b)^5$展开式中a^4b的系数为______．

（2）$(a+b)^7$展开式中各项系数的和为______．

答案 （1）5

（2）128

解析 （1）$(a+b)^5=a^5+5ab^4+10a^2b^3+10a^3b^2+5a^4b+b^5$，

$\therefore$展开式中a^4b的系数是5．

故答案为：5．

（2）方法一：$(a+b)^4=a^7+7ab^6+21a^2b^5+35a^3b^4+35a^4b^3+21a^5b^2+7a^6b+b^7$，

$\therefore$展开式中各项的系数之和为：$1+7+21+35+35+21+7+1=128$．

故答案为：128．

方法二：令$a=b=1$，$(a+b)^7=(1+1)^7=128$，

$\therefore$展开式各项的系数之和为128．

故答案为：128．

三、解答题

（本大题共12小题，共68分。）

17 计算：$\dfrac{x}{x+2}+\dfrac{3}{x-3}$．

答案 $\dfrac{x^2+6}{(x+2)(x-3)}$．

解析 原式$=\dfrac{x(x-3)+3(x+2)}{(x+2)(x-3)}$

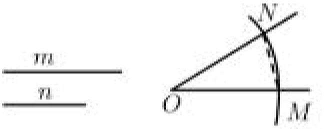
$=\dfrac{x^2-3x+3x+6}{(x+2)(x-3)}$

$=\dfrac{x^2+6}{(x+2)(x-3)}$．

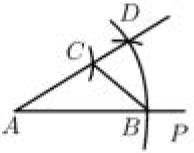
18 下面是小明设计的“已知两线段及一角作三角形”的尺规作图过程．

已知：线段m，n及$\angle O$．

求作：$\triangle ABC$，使得线段m，n及$\angle O$分别是它的两边和一角．



作法：如图，



①以点O为圆心，m长为半径画弧，分别交$\angle O$的两边于点M，N；

②画一条射线AP，以点A为圆心，m长为半径画弧，交AP于点B；

③以点B为圆心，MN长为半径画弧，与第②步中所画的弧相交于点D；

④画射线AD；

⑤以点A为圆心，n长为半径画弧，交AD于点C；

⑥连接BC，则$\triangle ABC$即为所求作的三角形．

请回答：

（1）步骤③得到两条线段相等，即 ______ = ______ ．

（2）$\angle A=\angle O$的作图依据是 ________________________________ ．

（3）小红说小明的作图不全面，原因是 ________________________________ ．

答案　（1）1:BD

2:MN

（2）三边对应相等的两个三角形全等；全等三角形的对应角相等

（3）小明没有对已知中的边和角的位置关系分类讨论

解析　（1）$BD=MN$．

（2）三边对应相等的两个三角形全等；全等三角形的对应角相等．

（3）小明没有对已知中的边和角的位置关系分类讨论．

19　计算：$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\sqrt{16}+(\pi-5)^0+|\sqrt{5}-3|$．

答案　$9-\sqrt{5}$．

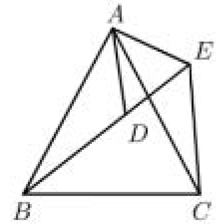
解析 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\sqrt{16}+(\pi-5)^0+\left|\sqrt{5}-3\right|$

$=9-4+1+3-\sqrt{5}$

$=9-\sqrt{5}$.

20 如图，在$\triangle ABC$和$\triangle ADE$中，$\angle BAC=\angle DAE$，$AD=AE$，连接BD、CE，$\angle ABD=\angle ACE$，

求证：$AB=AC$.



答案 证明见解析 .

解析 $\because \angle BAC=\angle DAE$，

$\therefore \angle BAC-\angle CAD=\angle DAE-\angle CAD$，

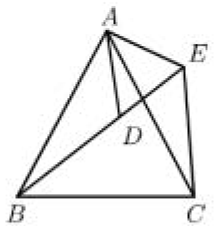
即$\angle BAD=\angle CAE$，

在$\triangle BAD$和$\triangle CAE$中，

$\begin{cases}\angle BAD=\angle CAE\\ \angle ABD=\angle ACE\\ AD=AE\end{cases}$，

$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CAE(\text{AAS})$，

$\therefore AB=AC$.



21 计算：$\left[(m+n)(m-n)+(m-n)^2-4m(m-n)\right]\div 2m$.

答案 $-m+n$.

解析 $\left[(m+n)(m-n)+(m-n)^2-4m(m-n)\right]\div 2m$

$=(m^2-n^2+m^2-2mn+n^2-4m^2+4mn)\div 2m$

$=(-2m^2+2mn)\div 2m$

$=-m+n$.

22 解方程：$\dfrac{x+1}{x-2}-1=\dfrac{5}{x^2-4}$.

答案 $x=-\dfrac{1}{3}$.

解析 $(x+1)(x+2)-(x^2-4)=5$

$x^2+3x+2-x^2+4=5$

$3x=-1$

$x=-\dfrac{1}{3}$.

经检验：$x=-\dfrac{1}{3}$是原方程的解 .

$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$.

23 在三角形纸片ABC中，$\angle B=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，$AC=4$，点E在AC上，$AE=3$．将三角形纸片按图1方式折叠，使点A的对应点A'落在AB的延长线上，折痕为ED，$A'E$交BC于点F．

（1）求$\angle CFE$的度数．

（2）如图2，继续将纸片沿BF折叠，点A'的对应点为A''，$A''F$交DE于点G．求线段DG的长．

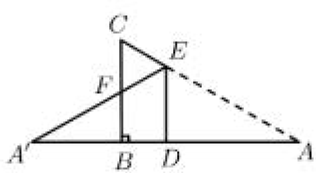


图1

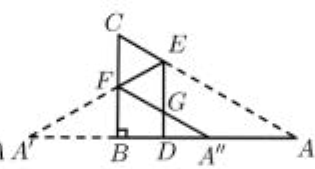


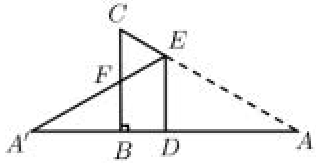
图2

答案 （1）60° .

（2）$\dfrac{1}{2}$.

解析

（1）



$\because \angle A = 30^\circ$，

$\therefore \angle A' = 30^\circ$．

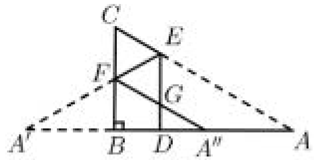
$\because \angle A'BF = 90^\circ$，

$\therefore \angle A'FB = 60^\circ$．

$\because \angle CFE = \angle A'FB$，

$\therefore \angle CFE = 60^\circ$．

（2）



$\because$点A与点A'关于直线DE对称，

$\therefore DE \perp AA'$．

$\because \angle A = 30^\circ$，$AE = 3$，

$\therefore DE = \frac{1}{2}AE = \frac{3}{2}$．

由（1）知，$\angle CFE = 60^\circ$，$\angle C = 60^\circ$，

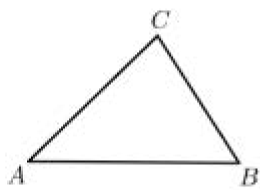
$\therefore \triangle CFE$是等边三角形．

$\therefore EF = CE = AC - AE = 1$．

同理，$\triangle EFG$也是等边三角形，

$\therefore DG = DE - EG = \frac{1}{2}$．

24 如图，$\triangle ABC$．



（1）尺规作图：过点C作AB的垂线交AB于点O．不写作法，保留作图痕迹．

（2）

分别以直线AB，OC为x轴，y轴建立平面直角坐标系，使点B，C均在正半轴上．若$AB=7.5$，$OC=4.5$，$\angle A=45^{\circ}$，写出点B关于y轴的对称点D的坐标．

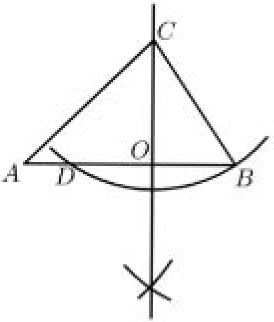
（3）在（2）的条件下，求$\triangle ACD$的面积．

答案 （1）画图见解析．

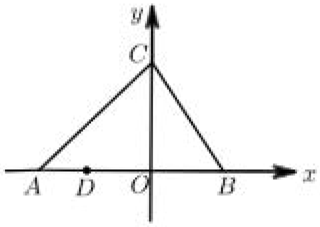
（2）画图见解析，$D(-3,0)$．

（3）$\frac{27}{8}$．

解析 （1）如图：



（2）如图：



$\because AB=7.5$，$OC=4.5$，$\angle A=45^{\circ}$，

又$\because \angle AOC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle OAC=\angle OCA=45^{\circ}$，

$\therefore OA=OC=4.5$，

$\therefore OB=AB-OA=3$，

$\therefore B(3,0)$，

$\therefore$点B关于y轴的对称点D的坐标为$(-3,0)$．

（3）$\because AD=AB-BD=7.5-2\times 3=1.5$，

$\therefore S_{\triangle ADC}=\frac{1}{2}AD\cdot OC$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{9}{2}$

$= \frac{27}{8}$.

25 先化简，再求值：$\left(\frac{a-2}{a^2+2a}-\frac{a-1}{a^2+4a+4}\right) \div \frac{a-4}{a+2}$，其中$a$是满足$|a-3|=3-a$的最大整数．

答案 $\frac{1}{15}$.

解析 原式$=\left[\frac{a-2}{a(a+2)}-\frac{a-1}{(a+2)^2}\right] \cdot \frac{a+2}{a-4}$

$=\left[\frac{a^2-4}{a(a+2)^2}-\frac{a(a-1)}{a(a+2)^2}\right] \cdot \frac{a+2}{a-4}$

$=\frac{a-4}{a(a+2)^2} \cdot \frac{a+2}{a-4}$

$=\frac{1}{a^2+2a}$，

$\because a$是满足$|a-3|=3-a$的最大整数，

$\therefore 3-a \geqslant 0$，

$\therefore a \leqslant 3$，

$\therefore a=3$.

$\therefore$原式$=\frac{1}{15}$.

26 列方程，解应用题：

第二届中国国际进口博览会于2019年11月5日至10日在上海国家会展中心举行．与首届相比，第二届进博会的展览面积更大，企业展设置科技生活、汽车、装备等七个展区，展览面积由的270000平方米增加到330000平方米．参展企业比首届多了约300家，参展企业平均展览面积增加了12.8%，求首届进博会企业平均展览面积．

（1）在解应用题时，我们常借助表格、线段图等分析题目中的数量关系．

设首届进博会企业平均展览面积为x平方米，把下表补充完整：

届别	总面积（平方米）		企业平均展览面积（平方米）
首届	270000		x
第二届	330000		

（2）根据以上分析，列出方程（不解方程）．

答案 （1）表格见解析．

（2）$\frac{270000}{x}+300=\frac{330000}{(1+12.8\%)x}$ ．

解析 （1）设首届进博会企业平均展览面积为x平方米，参展企业数量为$\frac{270000}{x}$，

则第二届进博会企业平均展览面积为$(1+12.8\%)x$，参展企业数量为$\frac{330000}{(1+12.8\%)x}$．表格如图所示：

届别	总面积（平方米）	参展企业数量	企业平均展览面积（平方米）
首届	270000	$\frac{270000}{x}$	x
第二届	330000	$\frac{330000}{(1+12.8\%)x}$	$(1+12.8\%)x$

（2）依题意列方程为：$\frac{270000}{x}+300=\frac{330000}{(1+12.8\%)x}$ ．

27 在ABC中，$AB>BC$，直线l垂直平分AC．

（1）如图1，作$\angle ABC$的平分线交直线l于点D，连接AD，CD.

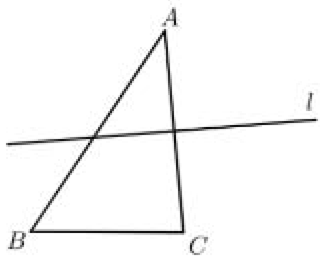


图1

① 补全图形.

② 判断$\angle BAD$和$\angle BCD$的数量关系，并证明．

（2）如图2，直线l与ABC的外角$\angle ABE$的平分线交于点D，连接AD，CD．

求证：$\angle BAD=\angle BCD$．

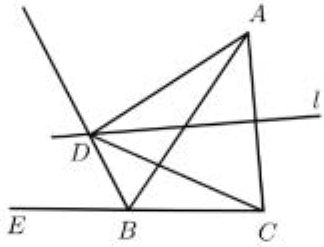


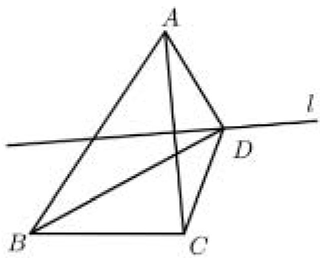
图2

答案　（1）① 画图见解析．

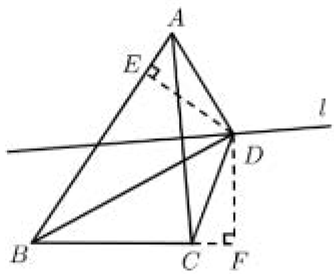
② $\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$，证明见解析．

（2）证明见解析．

解析　（1）① 补全图形：



② 过点D作$DE\perp AB$于E，作$DF\perp BC$交BC的延长线于F，



则$\angle AED=\angle CFD=90^\circ$．

$\because BD$平分$\angle ABC$，

$\therefore DE=DF$．

$\because$直线l垂直平分AC，

$\therefore DA=DC$．

在Rt△ADE和Rt△CDF中，

$\begin{cases} DA = DC, \\ DE = DF, \end{cases}$

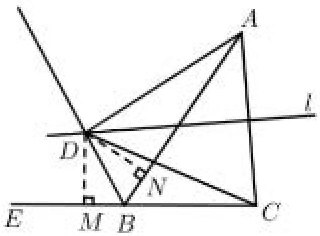
∴Rt△ADE≌Rt△CDF，

∴$\angle BAD = \angle FCD$．

∵$\angle FCD + \angle BCD = 180°$，

∴$\angle BAD + \angle BCD = 180°$．

（2）过点D作$DN \perp AB$于N，作$DM \perp BE$于M，



则$\angle AND = \angle CMD = 90°$．

∵BD平分$\angle ABE$，

∴$DM = DN$．

∵直线l垂直平分AC，

∴$DA = DC$．

在Rt△ADN和Rt△CDM中，

$\begin{cases} DA = DC, \\ DN = DM, \end{cases}$

∴Rt△ADN≌Rt△CDM，

∴$\angle BAD = \angle BCD$．

28 对于△ABC及其边上的点P，给出如下定义，如果点M_1，M_2，M_3，……，M_n都在△ABC的边上，且$PM_1 = PM_2 = PM_3 = \cdots\cdots = PM_n$，那么称点$M_1$，$M_2$，$M_3$，……，$M_n$为△$ABC$关于点$P$的等距点，线段$PM_1$，$PM_2$，$PM_3$，……，$PM_n$为△$ABC$关于点$P$的等距线段．

（1）如图1，△ABC中，$\angle A < 90°$，$AB = AC$，点P是BC的中点．

图1

① 点B，C ______ $\triangle ABC$关于点P的等距点，线段PA，PB ______ $\triangle ABC$关于点P的等距线段．（填"是"或"不是"）

② $\triangle ABC$关于点P的两个等距点M_1，M_2分别在边AB，AC上，当相应的等距线段最短时，在图1中画出线段PM_1，PM_2．

（2）$\triangle ABC$是边长为4的等边三角形，点P在BC上，点C，D是$\triangle ABC$关于点P的等距点，且$PC=1$，求线段DC的长．

（3）如图2，在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$．点P在BC上，$\triangle ABC$关于点P的等距点恰好有四个，且其中一个是点C，若$BC=a$，直接写出PC长的取值范围．（用含a的式子表示）

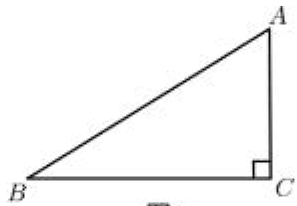


图2

答案 （1）① 1:是

2:不是

② 画图见解析．

（2）2或1．

（3）$\frac{1}{3}a<PC<\frac{1}{2}a$．

解析 （1）① $\because P$是BC中点，

$\therefore BP=CP$，

$\therefore B$、C是$\triangle ABC$关于点P的等距点，

$\because AB=AC$，P是BC中点，$\angle A<90^\circ$，

$\because PA \neq PB$，

$\therefore$线段PA，PB不是$\triangle ABC$关于点P的等距线段．

② 连接AP，

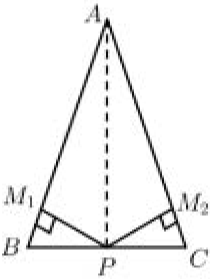


图1

$\because AB = AC$，P为BC中点，

$\therefore AP$平分$\angle BAC$，

过P作$PM_1 \perp AB$，

$PM_2 \perp AC$，

PM_1，PM_2即所求．

（2）

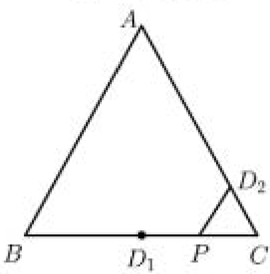


图2

①当D_1在BC上时，

$\because C$，D_1是$\triangle ABC$关于点P的等距点，

$\therefore CP = D_1P = 1$，

$\therefore CD_1 = CP + D_1P = 2$．

②当D_2在AC上时，

$\because C$，D_2是$\triangle ABC$关于点P的等距点，

$\therefore CP = D_2P$，

$\because \triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore \angle C = 60^\circ$，

$\therefore \triangle CPD_2$是等边三角形，

$\therefore CD_2 = CP = 1$，

综上$DC = 2$或1．

（3）$\because \triangle ABC$关于点P的等距点恰好有四个，

$\therefore$以P为圆心，PC为半径的圆以AB，BC相交．

①$\odot P$与AB相切时（图3），

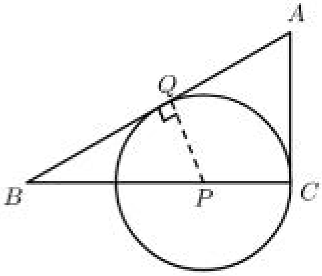


图3

过P作$PQ \perp AB$于Q，

$\therefore PC = PQ$，

$\because \angle B = 30^\circ$，

$\therefore BP = 2PQ = 2PC$，

$\because BP + PC = 3PC = BC = a$，

$\therefore PC = \frac{1}{3}a$，

$\therefore \odot P$要与AB相交$PC > \frac{1}{3}a$．

②当$\odot P$经过点B时，此时有3个交点，且$PB = PC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$，

$\therefore \odot P$与AB、BC交于4个点时，$\frac{1}{3}a < PC < \frac{1}{2}a$．