

2023 北京顺义仁和中学初二（下）期中 数 学



考生须知：

1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将答题卡交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 若分式 $\frac{x}{1-x}$ 的值为 0，则 x 的值为（ ）

- A. 0 B. 1 C. -1 D. 0 或 1

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-3, -2)$ 到 y 轴的距离是（ ）

- A. 3 B. 2 C. -3 D. -2

3. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x < 2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

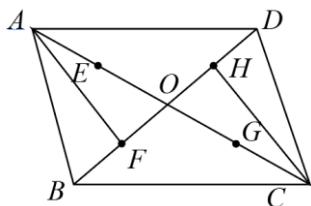
4. 若一个多边形的内角和是 540° ，则这个多边形的边数是（ ）

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5. 下列关于菱形的描述不正确的是（ ）

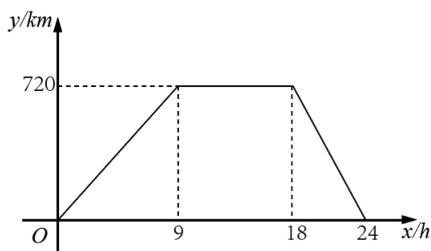
- A. 菱形是特殊的四边形
 B. 菱形是特殊的平行四边形
 C. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形
 D. 有一个角是直角的平行四边形是菱形

6. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， E ， F ， G ， H 分别是 AO ， BO ， CO ， DO 的中点，则下列结论正确的是（ ）



- A. $AH = BH$ B. $EH = FC$ C. $BE = CH$ D. $AF = CH$

7. 列车从甲地出发去往乙地，在乙地停留一段时间后返回，列车与甲地的距离 y （单位：km）与时间 x （单位：h）的对应关系如图所示，下列叙述错误的是（ ）



- A. 甲乙两地间的距离为 720 千米



- B.列车在乙地停留了 18 小时
 C.列车从乙地返四甲地用了 6 小时
 D.列车从甲地去乙地的速度为 80 千米/小时，从乙地返回甲地的速度为 120 千米/小时
 8.下面表格中给出了三个变化过程中的两个变量 x 和 y ，在这三个变化过程中， y 是 x 的函数的个数是 ()

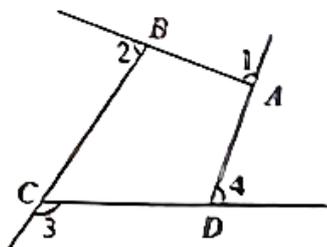
	y	x
1	正方形的面积	这个正方形的边长
2	矩形的面积	这个矩形一边的长
3	多边形的内角和	这个多边形的边数

A.0 B.1 C.2 D.3

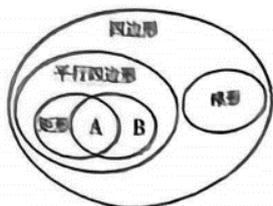
二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

9. 计算 $\left(-\frac{a}{2}\right)^2 \div \left(-\frac{a^2}{b}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

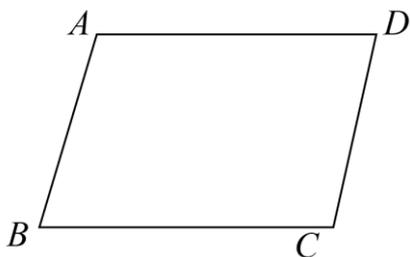
10. 下图是由射线 AB 、 BC 、 CD 、 DA 组成的平面图形，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



11. 学习了四边形之后，若用如图所示的方式表示四边形与特殊四边形的关系，则图中的“ A ”表示 ，“ B ”表示 .



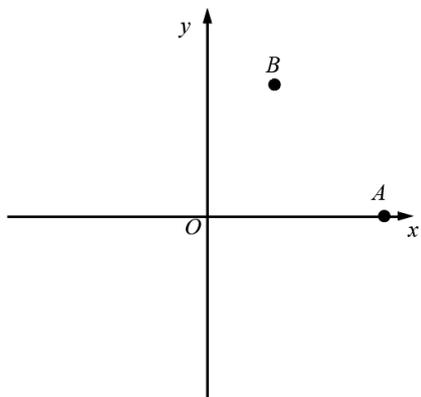
12. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle B = 73^\circ$ ，则 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ， $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



13. 在平面直角坐标系 xOy 中，若一次函数 $y = -x + b$ 的图象经过第二、三、四象限，则 b 的值可以是 (写出一个即可)

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，若一次函数 $y = kx + 1$ 的图象经过点 $P(3, 5)$ ，则随着 x 的增大， y 的值 (填“增大”或“减小”).

15. 在平面直角坐标系 xOy 中， A 、 B 两点的坐标分别为 $(5, 0)$ ， $(2, 3)$ ，若以 O 、 A 、 P 、 B 为顶点的四边形为平行四边形，则点 P 的坐标为 .



16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = ax + b$ 和 $y = kx$ 的图象交于点 P , 下面有四个结论:

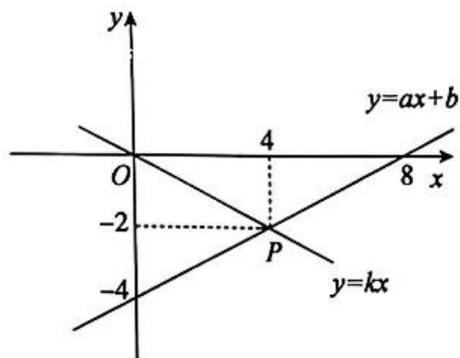
①关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} y = ax + b \\ y = kx \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

②关于 x 的不等式 $ax + b > -4$ 的解集为 $x > 0$

③关于 x 的方程 $ax + b = 0$ 的解为 $x = 8$

④当 $x > 4$ 时, $ax + b < kx$

上述结论中, 所有正确结论的序号是_____.

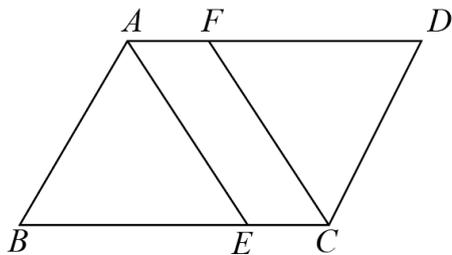


三、解答题 (本题共 68 分, 第 17—21 题, 每小题 5 分, 第 22—27 题, 每小题 6 分, 第 28 题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

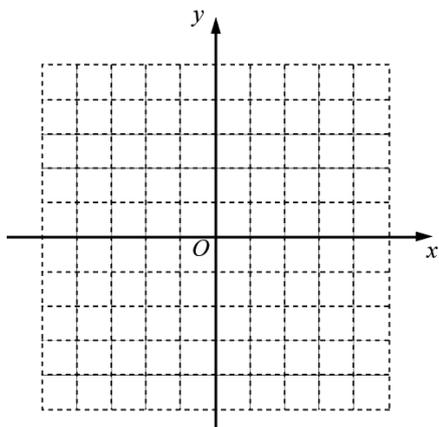
17. 计算: $\frac{a}{a-b} + \frac{3a}{b-a}$.

18. 计算: $\left(\frac{m}{m-1} - \frac{m}{m+1}\right) \cdot \frac{m-1}{2m}$.

19. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E , $\angle BCD$ 的平分线交 AD 于点 F . 求证: $BE = DF$.



20. 已知一次函数 $y = -2x + 3$.

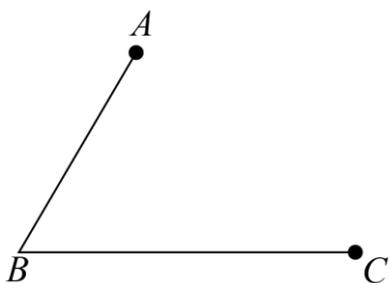


(1) 在给定的平面直角坐标系 xOy 中，画一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象，求出它与 x 轴， y 轴交点的坐标；

(2) 根据图象，直接写出 $y \geq 0$ 时 x 的取值范围，并把图象上对应的部分描粗。

21. 在平面直角坐标系中 xOy 中，一次函数的图象经过 $(-1, -3)$ ， $(1, 5)$ 两点，求这个一次函数的表达式。

22. 如图，线段 AB 和 BC ，请在下图中画出 $\square ABCD$ ，并简述画图的过程及四边形 $ABCD$ 是平行四边形的依据。（可以使用圆规、直尺、刻度尺、三角尺、量角器等作图工具）



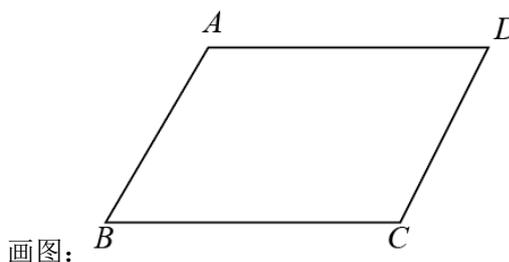
23. 阅读材料，并完成任务。

“平行四边形的判定”这节课上，研究了平行四边形的三个判定定理之后，老师问：“还有其它能够判定平行四边形的方法吗？”小禹说：“我发现一组对边平行，一组对角相等的四边形是平行四边形”。老师说：“这个命题是真命题”。

要证明这个命题是真命题，需要先分清命题的题设和结论，然后画出相应的图形、写出已知和求证，最后完成证明，请你在下表中完成相应的任务。

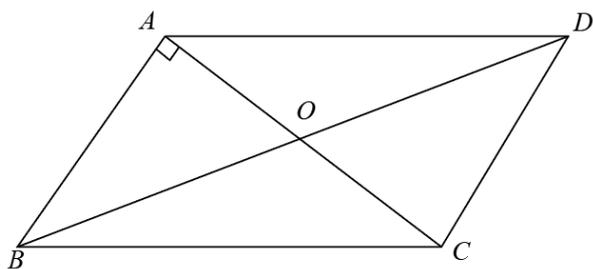
已知：

求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

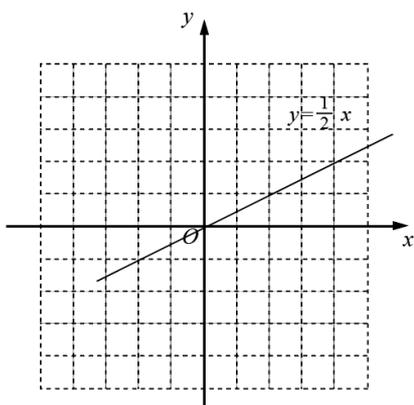


证明：

24. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $BA \perp AC$ 于点 A ， $AC = 6$ ， $BD = 10$ ，求平行四边形 $ABCD$ 的各边长。

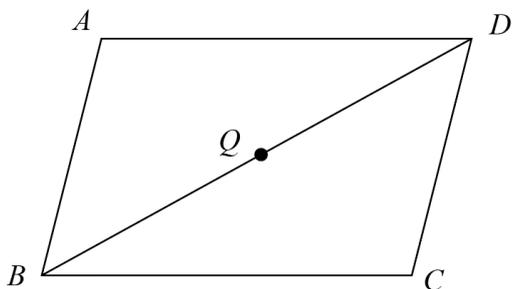


25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = \frac{1}{2}x$ 与直线 $y = kx + 3$ 交于点 $A(2, m)$, 直线 $y = kx + 3$ 与 x 轴交于点 B .



- (1) 求 k, m 的值及 $\triangle OAB$ 面积;
- (2) 点 P 为直线 $y = kx + 3$ 上一点, 若 $\triangle POB$ 的面积是 $\triangle OAB$ 面积的 2 倍, 直接写出点 P 的坐标.

26. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 O 是对角线 BD 的中点, 过点 O 的直线交 AB 边于点 E , 交 CD 边于点 F . 连接 BC, ED, FA, FB .



- (1) 依题意补全图形;
- (2) ①直接写出图中除 $\square ABCD$ 外所有的平行四边形 (可以标记字母);
②选择①中的一个平行四边形加以证明.

27. 某电器厂生产 A、B 两种家用小电器, 若每天生产 A、B 两种电器共 60 件, 这两种电器每件的成本和售价如下表:

	成本 (元)	售价 (元)
A 种电器	85	105
B 种电器	70	85

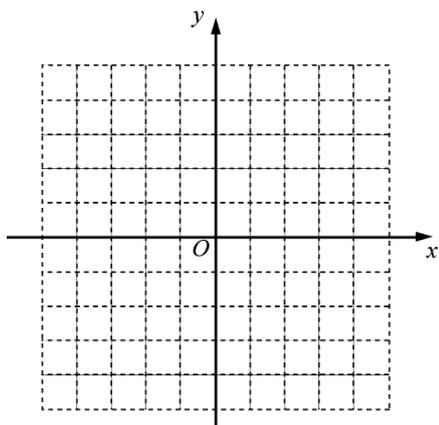
设每天生产 A 种电器 x 件, 每天获得的利润为 y 元.

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 如果该电器厂每天最多投入成本为 4590 元, 那么每天生产多少件 A 种电器时, 所获利润最大? 并求



出这个最大利润.

28.在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = 2x + b$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$.



(1) 求 b 的值;

(2) 过点 $P(n, 2n)(n \neq 1)$, 作垂直于 x 轴的直线, 交直线 $y = 2x + b$ 于点 B , 交直线 $y = 2$ 于点 C .

①当 $n = \frac{1}{2}$ 时, 用等式表示线段 PB 与 PC 的数量关系, 并说明理由;

②若点 $P(n, 2n)$ 在第一象限, 且 $PB > PC$, 结合函数图象, 直接写出 n 的取值范围.



参考答案

一、选择题（第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个）

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据分式值为 0 的条件进行解答即可.

【详解】解：∵分式 $\frac{x}{1-x}$ 的值为 0,

∴ $x=0$ 且 $1-x \neq 0$,

∴ $x=0$ 且 $x \neq 1$,

故选：A.

【点睛】本题主要考查了分式值为 0 的条件，解题的关键是掌握分式值为 0，则分式的分子值为 0，分母不为 0.

2. 【答案】A

【解析】

【分析】根据点到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值解答即可.

【详解】解：∵点 $A(-3, -2)$,

∴点 $A(-3, -2)$ 到 y 轴的距离为 $|-3|=3$,

故选：A.

【点睛】本题考查了点的坐标. 熟记点到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值是解题的关键.

3. 【答案】D

【解析】

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【详解】解：由题意得， $x-2 \geq 0$,

解得 $x \geq 2$.

故选：D.

【点睛】本题考查了函数自变量的取值范围，解决本题的关键是二次根式的被开方数是非负数.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】 n 边形的内角和公式为 $(n-2) \times 180^\circ$ ，由此列方程求边数 n ；

【详解】解：设这个多边形的边数为 n ，

则 $(n-2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

解得 $n=5$ ，

∴这个多边形的边数为 5，



故选：B.

【点睛】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，解题关键在于熟练掌握公式.

5. 【答案】D

【解析】

【分析】根据菱形的性质与判定进行一一判断，即可求解.

【详解】A、菱形是特殊的四边形，此选项正确，不符合题意；

B、菱形是特殊的平行四边形，此选项正确，不符合题意；

C、有一组邻边相等的平行四边形是菱形，此选项正确，不符合题意；

D、有一个角是直角的平行四边形是矩形，此选项错误，符合题意；

故选：D

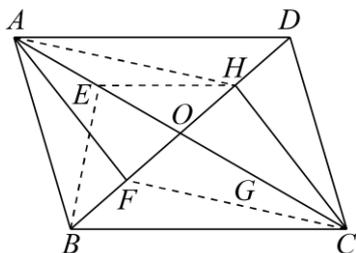
【点睛】本题考查菱形的性质与判定，解题的关键是能够熟练掌握菱形的性质.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定与性质逐项判断即可.

【详解】解：如图，连接 AH ， CF ， BE ， EH ，



\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA = OC$ ， $OB = OD$ ，

$\because F$ ， H 分别是 BO ， DO 的中点，

$\therefore OF = \frac{1}{2}OB$ ， $OH = \frac{1}{2}OD$ ，则 $OF = OH$ ，

\therefore 四边形 $AFCH$ 是平行四边形，

$\therefore AH = FC$ ， $AF = CH$ ，故选项 D 正确，符合题意；

\because 不能确定 AH 和 BH 、 EH 和 AH 、 BE 和 AF 的数量关系，

\therefore 选项 A、B、C 错误，不符合题意，

故选：D.

【点睛】本题考查平行四边形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定与性质，运用数形结合思想是解答的关键.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】观察图象，进行一一判断，即可求解.



【详解】A、观察图可知：甲乙两地间的距离为720千米，此选项正确，不符合题意；
B、列车在乙地停留了 $18-9=9$ 小时，此选项错误，符合题意；
C、列车从乙地返回甲地用了 $24-18=6$ 小时，此选项正确，不符合题意；
D、列车从甲地去乙地的速度为 $720\div 9=80$ 千米/小时，从乙地返回甲地的速度为 $720\div 6=120$ 千米/小时，此选项正确，不符合题意。
故选：B.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，解题的关键是利用图象得出正确信息.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】根据题意对各选项分析列出表达式，再根据函数的定义进行判断即可.

【详解】解：（1）对于正方形的边长的每一个值，这个正方形的面积都有唯一确定的值和它对应，所以 y 是 x 的函数；

（2）对于矩形一边的长的每一个值，这个矩形的面积是不确定的，它没有唯一的值和它对应，所以 y 不是 x 的函数；

（3）对于多边形的边数，这个多边形的内角和都有唯一的一个值与它对应，所以 y 是 x 的函数；

故选：C.

【点睛】本题考查函数的概念，准确表示出选项中 y 、 x 的关系式是解题的关键.

二、填空题

9. 【答案】 $-\frac{b}{4} \div -\frac{1}{4}b$

【解析】

【分析】先计算积的乘方运算，然后再计算除法即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解：} & \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \div \left(-\frac{a^2}{b}\right) \\ & = \frac{a^2}{4} \div \left(-\frac{a^2}{b}\right) \\ & = \frac{a^2}{4} \times \left(-\frac{b}{a^2}\right) \\ & = -\frac{b}{4}, \end{aligned}$$

故答案为： $-\frac{b}{4}$.

【点睛】本题主要考查积的乘方运算及分式除法运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

10. 【答案】360

【解析】



【分析】根据多边形的外角和为 360° 求解即可.

【详解】解：由图可知， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 为组成的四边形的外角，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ,$$

故答案为：360.

【点睛】本题考查多边形的外角性质，熟知多边形的外角和为 360° 是解题的关键.

11. 【答案】 ①. 正方形 ②. 菱形

【解析】

【分析】根据特殊平行四边形的定义判断即可.

【详解】解：因为矩形和菱形都是平行四边形，而正方形既是矩形，又是菱形，

所以“ A ”表示正方形，“ B ”表示菱形，

故答案为：正方形，菱形.

【点睛】本题考查特殊平行四边形，熟练掌握矩形、菱形、正方形和平行四边形之间的关系是解答的关键.

12. 【答案】 ①. 107 ②. 73

【解析】

【分析】根据平行四边形的邻角互补，对角相等求解即可.

【详解】解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $\angle B = 73^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B = 107^\circ, \angle D = \angle B = 73^\circ,$$

故答案为：107，73.

【点睛】本题考查平行四边形的性质，熟练掌握平行四边形的内角之间的关系是解答的关键.

13. 【答案】 -2（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据一次函数的图象与性质求解即可.

【详解】解： \because 一次函数 $y = -x + b$ 中的图象经过第二、三、四象限，

$$\therefore b < 0,$$

故只需写出 $b < 0$ 的任意一个数即可，

故答案为：-2（答案不唯一）.

【点睛】本题考查一次函数的图象与性质，熟练掌握一次函数的经过的象限与系数的关系是解答的关键.

14. 【答案】增大

【解析】

【分析】将 $P(3,5)$ 代入一次函数 $y = kx + 1$ ，求出 $k = \frac{4}{3}$ ，根据一次函数的图象和性质即可求解.

【详解】将 $P(3,5)$ 代入一次函数 $y = kx + 1$ 得： $5 = 3k + 1$ ，

$$\text{解得：} k = \frac{4}{3},$$



$$\because k = \frac{4}{3} > 0,$$

\therefore 随着 x 的增大, y 的值增大.

故答案为: 增大

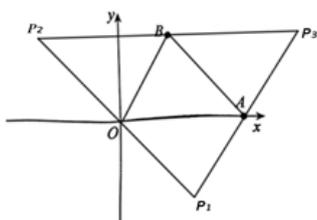
【点睛】 本题考查一次函数的图象和性质, 解题的关键是根据题目条件, 求出 k 的值.

15. 【答案】 $(3, -3)$ 或 $(-3, 3)$ 或 $(7, 3)$

【解析】

【分析】 设 $P(x, y)$, 分三种情况①当 OA 为对角线时; ②当 OB 为对角线时; ③当 OP 为对角线时, 利用平行四边形的对角线互相平分和中点坐标公式求解即可.

【详解】 解: 设 $P(x, y)$, 分三种情况:



①当 OA 为对角线时, 则 $\frac{5+0}{2} = \frac{x+2}{2}, \frac{0+0}{2} = \frac{y+3}{2},$

解得 $x = 3, y = -3,$

$$\therefore P(3, -3);$$

②当 OB 为对角线时, 则 $\frac{2+0}{2} = \frac{x+5}{2}, \frac{3+0}{2} = \frac{y+0}{2},$

解得 $x = -3, y = 3,$

$$\therefore P(-3, 3);$$

③当 OP 为对角线时, 则 $\frac{x+0}{2} = \frac{5+2}{2}, \frac{y+0}{2} = \frac{0+3}{2},$

解得 $x = 7, y = 3,$

$$\therefore P(7, 3),$$

综上, 满足条件的点 P 坐标为 $(3, -3)$ 或 $(-3, 3)$ 或 $(7, 3),$

故答案为: $(3, -3)$ 或 $(-3, 3)$ 或 $(7, 3).$

【点睛】 本题考查坐标与图形、平行四边形的性质, 中点坐标公式, 解答的关键是熟练掌握平行四边形的

性质和中点坐标公式: 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2),$ 则 AB 的中点坐标为 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right).$

16. 【答案】 ①②③

【解析】



【分析】根据二元一次方程组的解与两条直线的交点的关系可判断①的正误；根据不等式的解集与坐标轴的交点的关系可判断②的正误；根据直线与坐标轴的交点与方程的解的关系可判断③的正误；根据两直线的交点与不等式的解集的关系可判断④的正误。

【详解】解：①中二元一次方程组 $\begin{cases} y = ax + b \\ y = kx \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ ，正确，故符合要求；

②中关于 x 的不等式 $ax + b > -4$ 的解集为 $x > 0$ ，正确，故符合要求；

③中关于 x 的方程 $ax + b = 0$ 的解为 $x = 8$ ，正确，故符合要求；

④中当 $x > 4$ 时， $ax + b > kx$ ，错误，故不符合要求；

∴正确结论的序号为①②③，

故答案为：①②③。

【点睛】本题考查了二元一次方程组的解与两条直线的交点的关系，不等式的解集与坐标轴的交点的关系，直线与坐标轴的交点与方程的解的关系，两直线的交点与不等式的解集的关系等知识。解题的关键在于数形结合。

三、解答题（解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程）

17. 【答案】 $\frac{2a}{b-a}$

【解析】

【分析】先将分母化同一，然后分子进行加法运算即可。

【详解】解： $\frac{a}{a-b} + \frac{3a}{b-a}$

$$= -\frac{a}{b-a} + \frac{3a}{b-a}$$
$$= \frac{2a}{b-a}.$$

【点睛】本题考查了分式的加法运算。解题的关键在于正确的运算。

18. 【答案】 $\frac{1}{m+1}$

【解析】

【分析】首先算括号里的异分母的减法运算，再进行乘法运算，即可求得。

【详解】解： $\left(\frac{m}{m-1} - \frac{m}{m+1}\right) \cdot \frac{m-1}{2m}$

$$= \frac{m(m+1) - m(m-1)}{(m+1)(m-1)} \cdot \frac{m-1}{2m},$$
$$= \frac{2m}{(m+1)(m-1)} \cdot \frac{m-1}{2m}$$



$$= \frac{1}{m+1},$$

故答案为: $\frac{1}{m+1}$.

【点睛】本题考查了分式的混合运算, 熟练掌握和运用分式运算的各运算法则是解题的关键.

19. 【答案】证明过程见解析

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质可得 $AB = DC$, $\angle B = \angle D$, $\angle BAD = \angle BCD$, 再由角平分线的定义可得 $\angle BAE = \angle DCF$, 从而证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 即可证明出结论.

【详解】证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB = DC$, $\angle B = \angle D$, $\angle BAD = \angle BCD$,

又 $\because AE$ 平分 $\angle BAD$, CF 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAD$, $\angle DCF = \frac{1}{2} \angle BCD$,

$\therefore \angle BAE = \angle DCF$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ AB = DC \\ \angle BAE = \angle DCF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (ASA)$,

$\therefore BE = DF$.

【点睛】本题考查了角平分线的定义、平行四边形的性质及全等三角形的性质和判定, 熟练掌握平行四边形的性质证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 是解题的关键.

20. 【答案】(1) 画图见解析; 与 x 轴交点坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$, 与 y 轴交点的坐标为 $(0, 3)$;

(2) $x \leq \frac{3}{2}$, 描图见解析

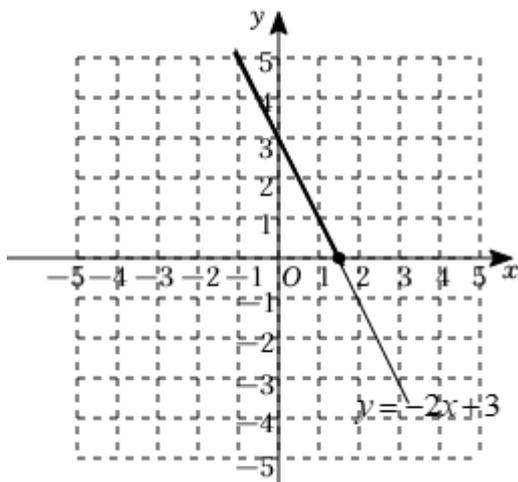
【解析】

【分析】(1) 根据题意画出函数图象, 并求出其与坐标轴交点坐标即可;

(2) 结合函数图象直接得到答案, 并描图.

【小问 1 详解】

函数图象如下图所示;



∵一次函数 $y = -2x + 3$,

∴当 $x = 0$ 时, $y = 3$, 当 $y = 0$ 时, $x = \frac{3}{2}$,

∴一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象与 x 轴交点坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$, 与 y 轴交点的坐标为 $(0, 3)$;

【小问 2 详解】

由图象可得, 当 $y \geq 0$ 时, $x \leq \frac{3}{2}$, 把图象上对应的部分描粗见上图.

【点睛】 本题考查一次函数的性质、一次函数的图象, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数的性质和数形结合的思想解答.

21. **【答案】** $y = 4k + 1$

【解析】

【分析】 利用待定系数法求解即可.

【详解】 解: 设一次函数的表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

将 $(-1, -3)$, $(1, 5)$ 代入, 得 $\begin{cases} -k + b = -3 \\ k + b = 5 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = 4 \\ b = 1 \end{cases}$,

∴这个一次函数的表达式为 $y = 4k + 1$.

【点睛】 本题考查待定系数法求一次函数解析式, 熟练掌握待定系数法求函数解析式的方法步骤是解答的关键.

22. **【答案】** 见解析

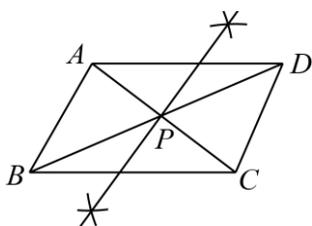
【解析】

【分析】 根据对角线互相平分的四边形是平行四边形, 连接 AC , 作线段 AC 的垂直平分线, 交 AC 于点 P , 使 $AP = PC$, 连接 BP 并延长, 在延长线上取一点 D , 使 $DP = BP$, 连接 AD 和 CD , 即可求解.



【详解】作法：

- ①连接 AC ，作线段 AC 的垂直平分线，交 AC 于点 P ；
- ②连接 BP 并延长，在延长线上取一点 D ，使 $DP = BP$ ；
- ③连接 AD 和 CD ，四边形 $ABCD$ 即为所求作平行四边形.



依据： \because 线段 AC 的垂直平分线交 AC 于点 P ；

$$\therefore AP = PC,$$

$$\because DP = BP;$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. (对角线互相平分的四边形是平行四边形).

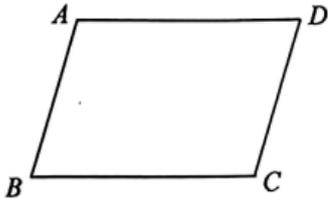
【点睛】 本题考查作图—复杂作图，平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

23. 【答案】见解析

【解析】

【分析】 先根据题意和图形写出已知，再根据平行线的判定与性质，以及平行四边形的判定解答即可.

【详解】解：

<p>已知：在四边形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$，$\angle A = \angle C$， 求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形.</p>	<p>画图：</p> 
<p>证明：$\because AB \parallel CD$， $\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$， $\because \angle A = \angle C$， $\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$， $\therefore AD \parallel BC$ \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.</p>	

【点睛】 本题考查平行四边形的判定、平行线的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定，会根据题意和图形正确写出命题的题设和结论是解答的关键.

24. 【答案】 $AB = CD = 4$ ， $AD = BC = 2\sqrt{13}$

【解析】



【分析】由平行四边形的性质可知， $AO = \frac{1}{2}AC = 3$ ， $BO = \frac{1}{2}BD = 5$ ， $AD = BC$ ， $AB = CD$ 。在

$\text{Rt}\triangle AOB$ 中，由勾股定理得 $AB = \sqrt{BO^2 - AO^2}$ ，求 AB 的值，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得 $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2}$ ，求 BC 的值，进而可得平行四边形 $ABCD$ 的各边长。

【详解】解：由平行四边形的性质可知， $AO = \frac{1}{2}AC = 3$ ， $BO = \frac{1}{2}BD = 5$ ， $AD = BC$ ， $AB = CD$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中，由勾股定理得 $AB = \sqrt{BO^2 - AO^2} = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得 $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 2\sqrt{13}$ ，

$\therefore AB = CD = 4$ ， $AD = BC = 2\sqrt{13}$ 。

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，勾股定理等知识。解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用。

25. 【答案】(1) k, m 的值分别为 $-1, 1$ ， $\triangle OAB$ 面积为 $\frac{3}{2}$

(2) $(1, 2)$ 或 $(5, -2)$

【解析】

【分析】(1) 将 $A(2, m)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x$ ，求 m 的值即可，进而可得 A 点坐标，然后将 A 点坐标代入

$y = kx + 3$ ，求 k 的值即可，令 $y = 0$ ，求 x 的值，进而可得 B 点坐标，根据 $S_{\triangle OAB} = \frac{OB \cdot y_A}{2}$ ，计算求解即可；

(2) 由题意知， $S_{\triangle POB} = \frac{OB \cdot |y_P|}{2} = 2S_{\triangle OAB}$ 即 $\frac{3 \cdot |y_P|}{2} = 3$ ，解得 $y_P = \pm 2$ ，分别求解 $y_P = 2$ 和 $y_P = -2$ 对应的 x 的值，进而可得 P 点坐标。

【小问 1 详解】

解：将 $A(2, m)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x$ 得， $m = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ ，

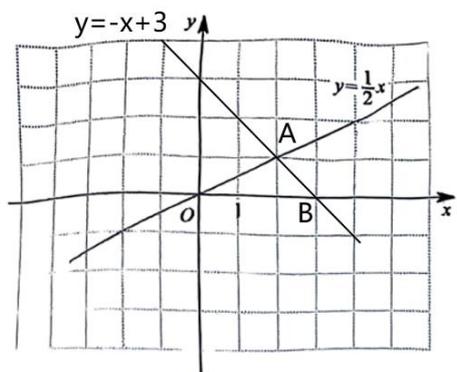
$\therefore A(2, 1)$ ，

将 $A(2, 1)$ 代入 $y = kx + 3$ 得， $1 = 2k + 3$ ，解得 $k = -1$ ，

$\therefore y = -x + 3$ ，

当 $y = 0$ ， $x = 3$ ，即 $B(3, 0)$ ，

如图，



$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{OB \cdot y_A}{2} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2},$$

$\therefore k, m$ 的值分别为 $-1, 1$, $\triangle OAB$ 面积为 $\frac{3}{2}$;

【小问 2 详解】

解：由题意知， $S_{\triangle POB} = \frac{OB \cdot |y_p|}{2} = 2S_{\triangle OAB}$ 即 $\frac{3 \cdot |y_p|}{2} = 3$,

解得 $y_p = \pm 2$,

当 $y_p = 2$ 时， $x = 1$ ，则 $P(1, 2)$,

当 $y_p = -2$ 时， $x = 5$ ，则 $P(5, -2)$,

$\therefore P$ 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(5, -2)$ 。

【点睛】 本题考查了求一次函数解析式，一次函数与坐标轴交点，一次函数与几何综合。解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用。

26. **【答案】** (1) 见解析;

(2) ①图中平行四边形有： $\square BEDF$ ， $\square AECF$ ， $\square EMFN$ ；②选择①中的 $\square BEDF$ 加以证明，证明过程见解析。

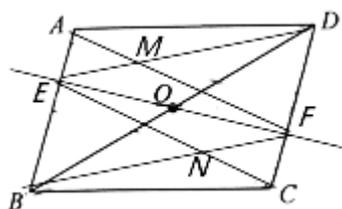
【解析】

【分析】 (1) 依题意补全图形即可；

(2) ①根据条件分别写出图中平行四边形；②根据平行四边形 $ABCD$ 的性质，判定 $\triangle BOE \cong \triangle DOF$ (ASA)，得出四边形 $BEDF$ 的对角线互相平分，进而得出结论。

【小问 1 详解】

解：补全图形如下图：



【小问 2 详解】



①图中平行四边形有： $\square BEDF$ ， $\square AECF$ ， $\square EMFN$ ，

②选择①中的 $\square BEDF$ 加以证明：

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， O 是 BD 的中点，

$\therefore AB \parallel DC$ ， $OB = OD$ ，

$\therefore \angle OBE = \angle ODF$ ，

又 $\because \angle BOE = \angle DOF$ ，

$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOF (ASA)$ ，

$\therefore EO = FO$ ，

\therefore 四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质和判定，全等三角形的性质和判定等知识点，能综合运用知识点进行推理和计算是解此题的关键。

27. **【答案】** (1) $y = 5x + 900$ ($0 \leq x \leq 60$)

(2) 每天生产 26 件 A 种电器时，所获利润最大，最大利润为 1030 元

【解析】

【分析】 (1) 由题意知，每天生产 B 种电器 $(60 - x)$ 件，则 $y = (105 - 85)x + (85 - 70)(60 - x)$ ，整理即可得 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 由题意得， $85x + 70(60 - x) \leq 4590$ ，解得 $x \leq 26$ ，根据一次函数的性质可知 y 随 x 的增大而增大，进而可求 y 最大时的 x 值以及 y 值。

【小问 1 详解】

解：由题意知，每天生产 B 种电器 $(60 - x)$ 件，

$\therefore y = (105 - 85)x + (85 - 70)(60 - x)$ ，整理得 $y = 5x + 900$ ，

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = 5x + 900$ ($0 \leq x \leq 60$)；

【小问 2 详解】

解：由题意得， $85x + 70(60 - x) \leq 4590$ ，

解得 $x \leq 26$ ，

$\because 5 > 0$ ，

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

\therefore 当 $x = 26$ 时， y 有最大值，值为 $5 \times 26 + 900 = 1030$ ，

\therefore 每天生产 26 件 A 种电器时，所获利润最大，最大利润为 1030 元。

【点睛】 本题考查了一次函数的应用，一元一次不等式的应用。解题的关键在于根据题意正确的列等式和不等式。

28. **【答案】** (1) 2 (2) ① $PB = 2PC$ ；② $0 < n < 2$

【解析】



【分析】(1) 把 $A(-1,0)$ 代入函数 $y = 2x + b$ ，即可求出 b 的值；

(2) ① 求出 PB 与 PC ，即可判断 PB 与 PC 之间的关系；

② 分情况讨论，当点 $P(n, 2n)$ 在点 C 的下方时，当点 $P(n, 2n)$ 在点 C 与点 B 的之间时，当点 $P(n, 2n)$ 在点 B 的上方时，即可求解

【小问 1 详解】

∵ 直线 $y = 2x + b$ 与 x 轴交于点 $A(-1,0)$ 。

$$\therefore -2 + b = 0.$$

$$\therefore b = 2;$$

【小问 2 详解】

① $PB = 2PC$ 。理由如下：

当 $n = \frac{1}{2}$ 时，点 P 的坐标为 $(\frac{1}{2}, 1)$ ，

∵ 过点 $P(\frac{1}{2}, 1)$ 作垂直于 x 轴的直线，交直线 $y = 2x + 2$ 于点 B ，交直线 $y = 2$ 于点 C

∴ 点 B 的坐标为 $(\frac{1}{2}, 3)$ ，点 C 的坐标为 $(\frac{1}{2}, 2)$

$$\therefore PB = 2, PC = 1.$$

$$\therefore PB = 2PC;$$

② ∵ 直线 $y = 2x + 2$ 与 y 轴交于点 $(0, 2)$ ，

过第一象限的点 $P(n, 2n)$ 作垂直于 x 轴的直线，交直线 $y = 2x + 2$ 于点 B ，交直线 $y = 2$ 于点 C 。

∴ 点 B 的坐标为 $(n, 2n + 2)$ ，点 C 的坐标为 $(n, 2)$ 。

第一种情况：当点 $P(n, 2n)$ 在点 C 的下方时，

$$\therefore PB = 2, PC = 2 - 2n.$$

$$\therefore PB > PC$$

$$\therefore 2 > 2 - 2n$$

解得： $n > 0$ ，

第二种情况：当点 $P(n, 2n)$ 在点 C 与点 B 的之间时，

$$\therefore PB = 2, PC = 2n - 2.$$

$$\therefore PB > PC$$

$$\therefore 2 > 2n - 2$$

解得： $n < 2$ ，

第三种情况：当点 $P(n, 2n)$ 在点 B 的上方时，

此时 $PB < PC$ ，不满足条件，

综上： $0 < n < 2$



【点睛】本题主要考查了一次函数上点的坐标特点，根据点的坐标求线段的长度，熟悉一次函数图象上点的特点是解答此题的关键.