



北京汇文中学教育集团 2023-2024 学年度第一学期

期中考试

初二年级 数学学科

本试卷共 8 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

一. 选择题 (每题 2 分, 共 16 分)

1. 以下各组长度的线段为边, 能构成三角形的是

A. 8cm、5cm、3cm

B. 6cm、8cm、15cm

C. 8cm、4cm、3cm

D. 4cm、6cm、5cm

2. 下列运算正确的是

A. $2x+3x=5x$

B. $(2x)^2=2x^2$

C. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

D. $(x^2)^3 = x^5$

3. 三条公路将三个 A, B, C 村庄连成一个三角形区域, 如果在这个区域内修建一个集贸市场, 要使集贸市场到三条公路的距离相等, 那么这个集贸市场应建的位置是

A. 三条高线的交点

B. 三条中线的交点

C. 三条角平分线的交点

D. 三边垂直平分线的交点

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 中, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $AC = AD$, 添加一个条件后, 仍然不能证明

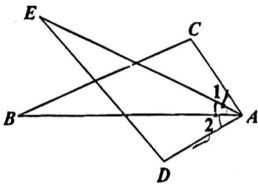
$\triangle ABC \cong \triangle AED$, 这个条件是

A. $BC = ED$

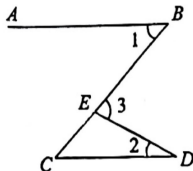
B. $AB = AE$

C. $\angle C = \angle D$

D. $\angle B = \angle E$



第 4 题图



第 5 题图



5. 如图, 线段 DE 交线段 BC 于点 E , $AB \parallel CD$, 若 $\angle 1=40^\circ$, $\angle 3=60^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于

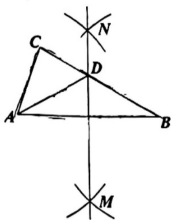
- A. 10° B. 20° C. 30° D. 40°

6. 下列命题是真命题的是

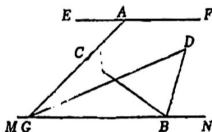
- A. 同旁内角互补 B. 直角三角形的两锐角互余
C. 三角形的一个外角等于它的两个内角之和 D. 三角形的一个外角大于内角

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 M, N , 作直线 MN , 交 BC 于点 D , 连接 AD . 若 $\triangle ADC$ 的周长为 10, $AB=8$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为

- A. 8 B. 10 C. 18 D. 20



第 7 题图



第 8 题图

8 如图, 直线 $EF \parallel MN$, 点 A, B 分别是 EF, MN 上的动点, 点 G 在 MN 上, $\angle ACB = m^\circ$, $\angle AGB$ 和 $\angle CBN$ 的角平分线交于点 D , 若 $\angle D = 50^\circ$, 则 m 的值为

- A. 70 B. 74 C. 76 D. 80

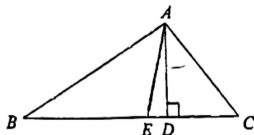
二. 填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

9. 点 $A(-2, 1)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是_____.

10. 若 $ab=2$, $a+b=-1$, 则代数式 a^2b+ab^2 的值等于_____.

11. 十二边形的内角和为_____, 外角和为_____.

12. 如图, AD, AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线, 若 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle DAE$ 的度数为_____.



第 12 题图



13. 下列式子中:

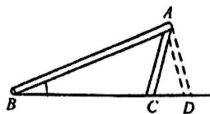
① $(-x-y)(-x+y)$; ② $(-x+y)(x-y)$; ③ $(x+y+z)(x+y-z)$; ④ $(x^2+y^2)(y^2-x^2)$,

能用平方差公式运算的是_____.

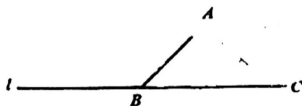
14. 教材中有如下一段文字:

如图,把一长一短的两根木棍的一端固定在一起,摆出 $\triangle ABC$.固定住长木棍,转动短木棍,得到 $\triangle ABD$.这个实验说明,有两边和其中一边的对角分别相等的两个三角形_____全等(填“一定”或“不一定”或“一定不”).

小明通过对上述问题的再思考,提出:两边分别相等且这两边中较大边所对的角相等的两个三角形全等.请你判断小明的说法_____(填“正确”或“不正确”).



第14题图



第16题图

15. 已知 $(x-1)(x+1)=x^2-1$, $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$, $(x-1)(x^3+x^2+x+1)=x^4-1$. 根据前面各式的规律,可得: $2^{2023}+2^{2022}+2^{2021}+2^{2020}+\dots+2^2+2+1$ 的值是_____.

16. 如果三角形的两个内角 α 与 β 满足 $3\alpha+\beta=90^\circ$,那么我们称这样的三角形为“准直角三角形”.如图, B 、 C 为直线 l 上两点,点 A 在直线 l 外,且 $\angle ABC=45^\circ$.若 P 是 l 上一点,且 $\triangle ABP$ 是“准直角三角形”,则 $\angle APB$ 的所有可能的度数为_____.

三. 解答题: (第17题9分,第18题6分,第19—25题每题5分,第26—28题每题6分)

17. 计算:

(1) $28x^4y^2 \div 7x^3y$;

(2) $x \cdot x^3 + (-x^2)^2$;

(3) $(2a+b)(a-2b) - 3a(2a-b)$.

18. 因式分解:

(1) $xy^2 - 4x^3$;

(2) $4ax^2 + 16axy + 16ay^2$.



19. 下面是小明设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 直线 BC 及直线 BC 外一点 P .

求作: 直线 PE , 使得 $PE \parallel BC$.

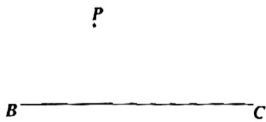


图1

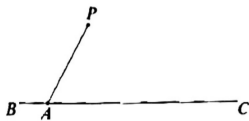


图2

作法: 如图 2.

- ①在直线 BC 上取一点 A , 连接 PA ;
- ②作 $\angle PAC$ 的平分线 AD ;
- ③以点 P 为圆心, PA 长为半径画弧, 交射线 AD 于点 E ;
- ④作直线 PE .

所以直线 PE 就是所求作的直线.

根据小明设计的尺规作图过程完成下面的证明:

证明: $\because AD$ 平分 $\angle PAC$,

$$\therefore \angle PAD = \angle CAD.$$

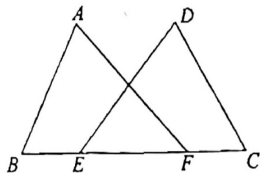
$$\because PA = PE,$$

$$\therefore \angle PAD = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\therefore \angle PEA = \underline{\hspace{2cm}},$$

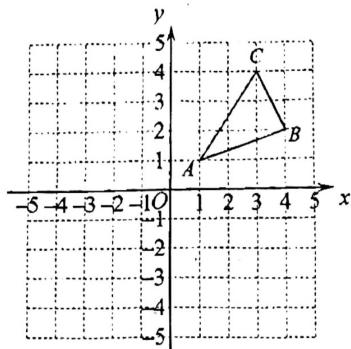
$$\therefore PE \parallel BC. (\underline{\hspace{2cm}}) \text{ (填推理依据).}$$

20. 如图, 点 E, F 在 BC 上, $BE = CF$, $AB = DC$, $\angle B = \angle C$. 求证: $\angle A = \angle D$.





21. 如图, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是 $A(1, 1)$, $B(4, 2)$, $C(3, 4)$.



(1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(3) 在 x 轴上求一点 P , 使 $\triangle PAB$ 周长最小, 请画出 $\triangle PAB$, 通过画图得出 P 点的坐标是_____

22. 已知 $(a+b)^2 = 16$, $ab = 4$.

(1) 求 $a^2 + b^2$ 的值;

(2) 求 $(a-b)^2$ 的值.

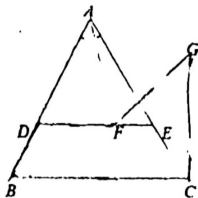


23. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $DE \parallel BC$, 分别交 AB, AC 于点 D, E .

(1) 求证: $\triangle ADE$ 是等边三角形;

(2) 点 F 在线段 DE 上, 点 G 在 $\triangle ABC$ 外, $BF = CG$,

$\angle ABF = \angle ACG$, 求证: $AF = FG$.



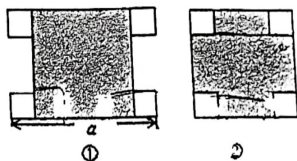
24. 一个大正方形和四个全等的小正方形按图①、②两种方式摆放, 测得的线段长度如图所示, 若

把图②中未被小正方形覆盖部分 (图②中的阴影部分) 折成一个无盖的长方体盒子.

(1) 用含有 a, b 的代数式表示该长方体盒子的体积,

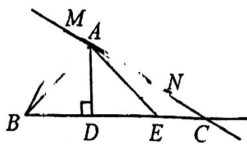
并化简.

(2) 若 $a=12, b=2$, 求此长方体盒子的体积.

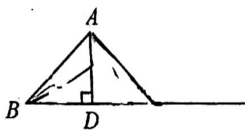


25. 已知, 在 $\triangle ABD$ 中, $\angle ABD=45^\circ, \angle ADB=90^\circ$, 点 B 关于直线 AD 的对称点为 E , 连接

AE , 点 C 在射线 DE 上, 作直线 AC , 作 $EN \perp AC$ 于点 $N, BM \perp AC$ 于点 M .



(图1)



(备用图)

(1) 若点 C 在点 E 的右边, 如图 1, 若 $EN=1, BM=3$, 求 MN 的长;

(2) 当点 C 在线段 DE 上运动时, 用等式表示 EN, BM, MN 之间的数量关系是: _____.



26. 如果一个正整数满足各数位上的数字都相同, 我们称这样的正整数为“稳定数”, 比如: 2, 55, 888, 1111. 对任意一个三位数 n , 如果 n 满足各数位上的数字互不相同, 且都不为零, 那么称这个数 n 为“变动数”. 将一个“变动数”任意两个数位上的数字对调后可以得到三个不同的新三位数, 把这三个新三位数的和记为 $M(n)$. 例如 $n=123$, 对调百位与十位上的数字得到 213, 对调百位与个位上的数字得到 321, 对调十位与个位上的数字得到 132, 这三个新三位数的和 $M(123)=213+321+132=666$, 是一个“稳定数”.

(1) 计算: $M(531)$, $M(426)$, 并判断它们是否为“稳定数”;

(2) 若“变动数” $n=100a+10b+3$ (其中 a, b 都是正整数, $1 \leq a \leq 9, 1 \leq b \leq 9$), 且 $M(n)$ 为最大的三位“稳定数”, 求 n 的值.

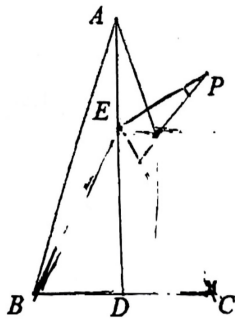
27. 如图, 等腰 $\triangle ABC$, $AB=AC$, AD 平分 $\angle BAC$. 点 E 为 AD 上的动点, 连接 BE , 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠得到 $\triangle PBE$.

(1) 若 $BD=3$, 试求出 BC 的长度;

(2) 若 $BE=BC$, 设 PB 与 AC 相交于点 F .

① 请求出 $\angle BFC$ 的度数;

② 连接 EF , 过点 C 作 $CG \perp EF$, 交 EF 的延长线于点 G . 若 $BF=10, EG=6$. 求线段 CF 的长.





28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意三点 A, B, C 我们给出如下定义: “横长” a : 三点中横坐标的最大值与最小值的差, “纵长” b : 三点中纵坐标的最大值与最小值的差. 若三点的横长与纵长相等, 我们称这三点为正方点.

例如: 点 $A(-2, 0)$, 点 $B(1, 1)$, 点 $C(-1, -2)$, 则 A, B, C 三点的“横长” $a = |1 - (-2)| = 3$, A, B, C 三点的“纵长” $b = |1 - (-2)| = 3$. 因为 $a = b$, 所以 A, B, C 三点为正方点.

(1) 在点 $R(3, 5)$, $S(3, -2)$, $T(-4, -3)$ 中, 与点 A, B 为正方点的是_____;

(2) 点 $P(0, t)$ 为 y 轴上一动点, 若 A, B, P 三点为正方点, 则 t 的值为_____;

(3) 已知点 $D(1, 0)$. 平面直角坐标系中的点 E 满足以下条件: 点 A, D, E 三点为正方点, 且 $a = b = 3$.

①在图中画出所有符合条件的点 E 组成的图形;

②当 $\triangle ADE$ 为等腰三角形时, 称 E 点为等腰正方点, 直接写出所有位于 x 轴上方的等腰正方点.

