



长按二维码 识别关注

北京市朝阳区 2017 ~ 2018 学年度第一学期期末检测

九年级数学试卷(选用)

2018.1

(考试时间 120 分钟 满分 100 分)

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

考
试
须
知

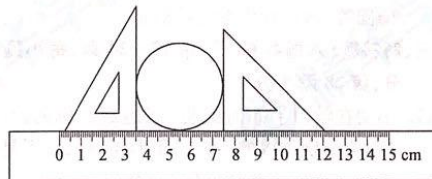
1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名、考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,请将本试卷、答题卡一并交回。

一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 如图,利用刻度尺和三角尺测得圆的直径是

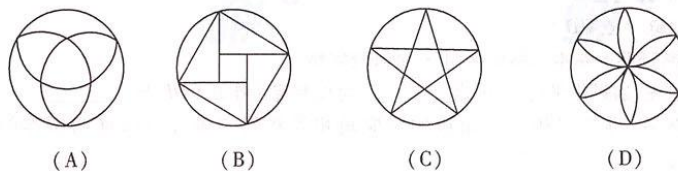
- (A) 3cm
- (B) 3.5cm
- (C) 4cm
- (D) 7.5cm



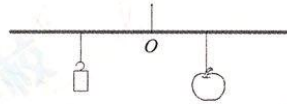
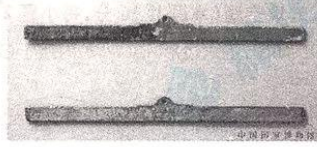
2. 下列事件中,随机事件是

- (A) 任意画一个圆的内接四边形,其对角互补
- (B) 现阶段人们乘高铁出行在购买车票时,采用网络购票方式
- (C) 从分别写有数字 1,2,3 的三个纸团中随机抽取一个,抽到的数字是 0
- (D) 通常情况下,北京在大寒这一天的最低气温会在 0°C 以下

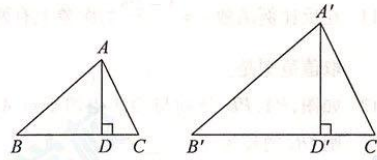
3. 下列图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是



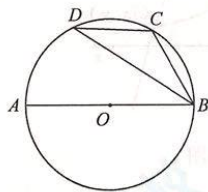
4. 小楠参观中国国家博物馆时看到两件“王字铜衡”，这是我国古代测量器物重量的一种比较准确的衡器，体现了杠杆原理. 小楠决定自己也尝试一下，她找了一根长 100cm 的匀质木杆，用细绳绑在木杆的中点 O 并将其吊起来，在中点的左侧距离中点 25cm 处挂了一个重 1.6N 的物体，在中点的右侧挂了一个苹果，当苹果距离中点 20cm 时，木杆平衡了，可以估计这个苹果的重大约是



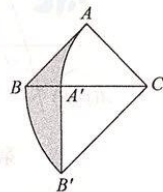
- (A) 1.28N (B) 1.6N (C) 2N (D) 2.5N
5. 如图, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, AD 和 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高, 若 $AD=2, A'D'=3$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为



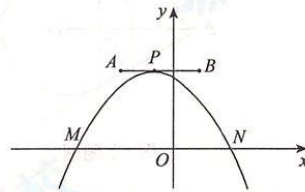
- (A) 4 : 9
(B) 9 : 4
(C) 2 : 3
(D) 3 : 2
6. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C, D 为 $\odot O$ 上的两点, 若 $AB=14, BC=7$, 则 $\angle BDC$ 的度数是



第 6 题图



第 7 题图

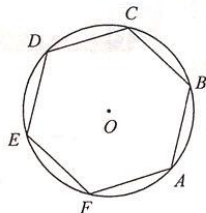


第 8 题图

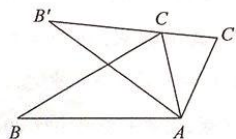
- (A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60°
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ, AB = AC = 4$, 以点 C 为中心, 把 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 45° , 得到 $\triangle A'B'C$, 则图中阴影部分的面积为
- (A) 2 (B) 2π (C) 4 (D) 4π
8. 如图, 一条抛物线与 x 轴相交于 M, N 两点(点 M 在点 N 的左侧), 其顶点 P 在线段 AB 上移动, 点 A, B 的坐标分别为 $(-2, 3), (1, 3)$, 点 N 的横坐标的最大值为 4, 则点 M 的横坐标的最小值为
- (A) -1 (B) -3 (C) -5 (D) -7

二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 如图,正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, $\odot O$ 的半径为 3,则正六边形 $ABCDEF$ 的边长为_____.



第 9 题图

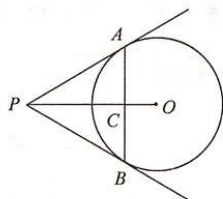


第 10 题图

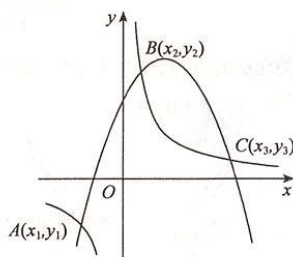
10. 如图,把 $\triangle ABC$ 绕着点 A 顺时针方向旋转,得到 $\triangle AB'C'$,点 C 恰好在 $B'C'$ 上,旋转角为 α ,则 $\angle C'$ 的度数为_____ (用含 α 的式子表示).

11. 在反比例函数 $y = \frac{3-2m}{x}$ 的图象上有两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), x_1 < x_2 < 0, y_1 > y_2$ 则 m 的取值范围是_____.

12. 如图, PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A, B, PO 与 AB 相交于点 $C, PA = 6, \angle APB = 60^\circ$, 则 OC 的长为_____.



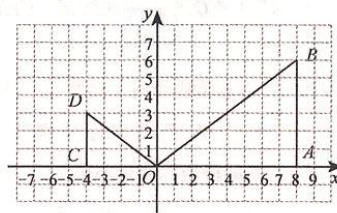
第 12 题图



第 13 题图

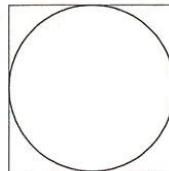
13. 如图,双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交于点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$, 由图象可得 不等式组 $0 < \frac{k}{x} < ax^2 + bx + c$ 的解集为_____.

14. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle COD$ 可以看作是 $\triangle AOB$ 经过若干次图形的变化(平移、轴对称、旋转、位似)得到的,写出一种由 $\triangle AOB$ 得到 $\triangle COD$ 的过程:_____.



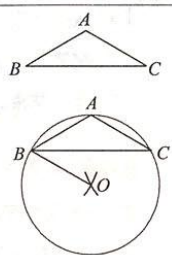
15. “ π 的估计”有很多方法,下面这个随机模拟实验就是一种,其过程如下:

如图,随机撒一把米到画有正方形及其内切圆的白纸上,统计落在圆内的米粒数 m 与正方形内的米粒数 n ,并计算频率 $\frac{m}{n}$;在相同条件下,大量重复以上试验,当 $\frac{m}{n}$ 显现出一定稳定性时,就可以估计出 π 的值为 $\frac{4m}{n}$. 请说出其中所蕴含的原理:_____.



16. 下面是“作顶角为 120° 的等腰三角形的外接圆”的尺规作图过程.

已知: $\triangle ABC, AB = AC, \angle A = 120^\circ$.
求作: $\triangle ABC$ 的外接圆.
作法:(1)分别以点 B 和点 C 为圆心, AB 的长为半径作弧,两弧的一个交点为 O ;
(2)连接 BO ;
(3)以 O 为圆心, BO 为半径作 $\odot O$.
 $\odot O$ 即为所求作的圆.



请回答:该尺规作图的依据是_____.

- 三、解答题(本题共 68 分,第 17—24 题,每小题 5 分,第 25 题 6 分,第 26—27 题,每小题 7 分,第 28 题 8 分)

17. 小明在学习了如何证明“三边成比例的两个三角形相似”后,运用类似的思路证明了“两角分别相等的两个三角形相似”,以下是具体过程.

已知:如图,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$.

求证: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

证明:在线段 $A'B'$ 上截取 $A'D = AB$,过点 D 作 $DE \parallel B'C'$,交 $A'C'$ 于点 E .

由此得到 $\triangle A'DE \sim \triangle A'B'C'$.

$\therefore \angle A'DE = \angle B'$.

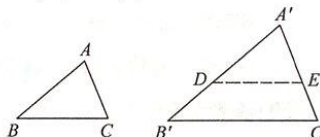
$\because \angle B = \angle B'$,

$\therefore \angle A'DE = \angle B$.

$\because \angle A' = \angle A$,

$\therefore \triangle A'DE \cong \triangle ABC$.

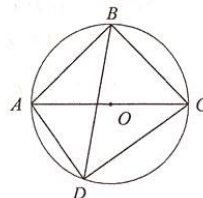
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.



小明将证明的基本思路概括如下,请补充完整:

- (1)首先,通过作平行线,依据_____,可以判定所作 $\triangle A'DE$ 与_____;
- (2)然后,再依据相似三角形的对应角相等和已知条件可以证明所作的 $\triangle A'DE$ 与_____;
- (3)最后,可证得 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

18. 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, 对角线 AC 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 2$, $\angle ADB = 45^\circ$, 求 $\odot O$ 半径的长.



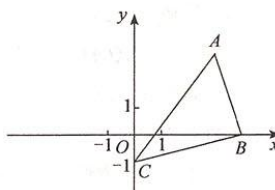
19. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(3, 3)$, 点 $B(4, 0)$, 点 $C(0, -1)$.

(1) 以点 C 为中心, 把 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 90° , 画出旋转后的图形 $\triangle A'B'C$;

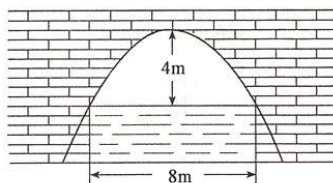
(2) 在(1)中的条件下,

① 点 A 经过的路径 $\widehat{AA'}$ 的长为 _____ (结果保留 π);

② 写出点 B' 的坐标为 _____.



20. 图中所示的抛物线形拱桥, 当拱顶离水面 4m 时, 水面宽 8m . 水面上升 3m , 水面宽度减少多少?



下面给出了解决这个问题的两种方法.

方法一 如图 1, 以上升前的水面所在直线与抛物线左侧交点为原点, 以上升前的水面所在直线为 x 轴, 建立平面直角坐标系 xOy , 这时这条抛物线所表示的二次函数的表达式为 _____; 当 $y = 3$ 时, 求出此时自变量 x 的取值, 即可解决这个问题.

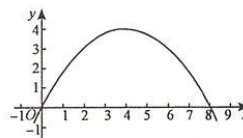


图 1

方法二 如图 2, 以抛物线顶点为原点, 以抛物线的对称轴为 y 轴, 建立平面直角坐标系 xOy , 这时这条抛物线所表示的二次函数的表达式为 _____; 当 $y =$ _____ 时, 求出此时自变量 x 的值, 即可解决这个问题.

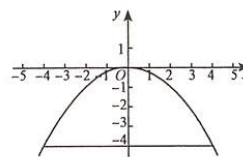
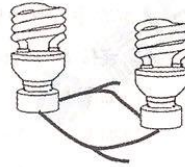


图 2

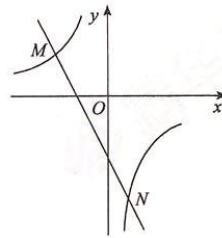
21. 有两盏节能灯,每一盏能通电发亮的概率都是 50%,按照图中所示的并联方式连接电路,观察这两盏灯发亮的情况.

- (1) 列举出所有可能的情况;
- (2) 求出至少有一盏灯可以发亮的概率.



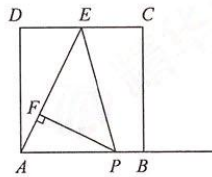
22. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y = -2x - 3$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 $M(a, 2), N(1, b)$ 两点.

- (1) 求 k, a, b 的值;
- (2) 若 P 是 y 轴上一点,且 $\triangle MPN$ 的面积是 7,直接写出点 P 的坐标_____.



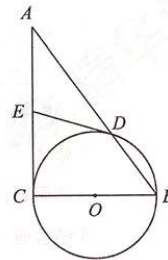
23. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 是 CD 中点,点 P 在射线 AB 上,过点 P 作线段 AE 的垂线段,垂足为 F .

- (1) 求证: $\triangle PAF \sim \triangle AED$;
- (2) 连接 PE ,若存在点 P ,使 $\triangle PEF$ 与 $\triangle AED$ 相似,直接写出 PA 的长_____.



24. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , $\odot O$ 的切线 DE 交 AC 于点 E .

- (1) 求证: E 是 AC 中点;
- (2) 若 $AB = 10, BC = 6$,连接 CD, OE ,交点为 F ,求 OF 的长.



25. $\triangle ACB$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 以点 A 为中心, 分别将线段 AB, AC 逆时针旋转 60° 得到线段 AD, AE , 连接 DE , 延长 DE 交 CB 于点 F .

(1) 如图 1, 当 $\angle B = 30^\circ$ 时, $\angle CFE$ 的度数为 _____;

(2) 如图 2, 当 $30^\circ < \angle B < 60^\circ$ 时,

① 依题意补全图 2;

② 猜想 CF 与 AC 的数量关系, 并证明.

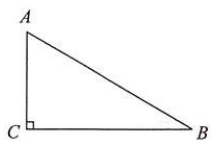


图 1

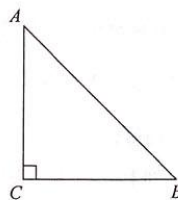
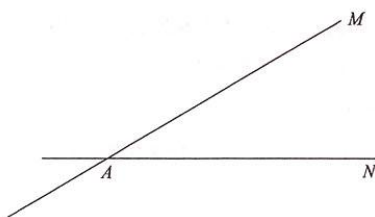


图 2

26. 如图, 直线 AM 和 AN 相交于点 A , $\angle MAN = 30^\circ$, 在射线 AN 上取一点 B , 使 $AB = 6\text{cm}$, 过点 B 作 $BC \perp AM$ 于点 C , D 是线段 AB 上的一个动点 (不与点 B 重合), 过点 D 作 CD 的垂线交射线 CA 于点 E .



(1) 确定点 B 的位置, 在线段 AB 上任取一点 D , 根据题意, 补全图形;

(2) 设 $AD = x\text{ cm}$, $CE = y\text{ cm}$, 探究函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律.

① 通过取点、画图、测量, 得到了 x 与 y 的几组对应值, 如下表:

x/cm	0	1	2	3	4	5
y/cm	5.2	4.4	3.8	3.5		8.1

(要求: 补全表格, 相关数值保留一位小数)

② 建立平面直角坐标系 xOy , 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;

③ 结合画出的函数图象, 解决问题: 当 AD 为 $\text{Rt}\triangle CDE$ 斜边 CE 上的中线时, AD 的长度约为 _____ cm (结果保留一位小数).

27. 抛物线 l_1 与 l_2 形状相同, 开口方向不同, 其中抛物线 $l_1: y = ax^2 - 8ax - \frac{7}{2}$ 交 x 轴于 A, B 两点(点 A 在点 B 左侧), 且 $AB = 6$, 抛物线 l_2 与 l_1 交于点 A 和点 $C(5, n)$.
- (1) 求抛物线 l_1, l_2 的表达式;
 - (2) 当 x 的取值范围是_____时, 抛物线 l_1 与 l_2 上的点的纵坐标同时随横坐标的增大而增大;
 - (3) 直线 $MN \parallel y$ 轴, 与 x 轴, l_1, l_2 分别相交于点 $P(m, 0), M, N$, 当 $1 \leq m \leq 7$ 时, 求线段 MN 的最大值.
28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(0, 6)$, 点 B 在 x 轴的正半轴上. 若点 P, Q 在线段 AB 上, 且 PQ 为某个一边与 x 轴平行的矩形的对角线, 则称这个矩形为点 P, Q 的“X 矩形”. 下图为点 P, Q 的“X 矩形”的示意图.
- (1) 若点 $B(4, 0)$, 点 C 的横坐标为 2, 则点 B, C 的“X 矩形”的面积为_____;
 - (2) 点 M, N 的“X 矩形”是正方形,
 - ① 当此正方形面积为 4, 且点 M 到 y 轴的距离为 3 时, 写出点 B 的坐标, 点 N 的坐标及经过点 N 的反比例函数的表达式;
 - ② 当此正方形的对角线长度为 3, 且半径为 r 的 $\odot O$ 与它没有交点时, 直接写出 r 的取值范围_____.

