



2023 北京人大附中高一 2 月月考

物 理

说明：本练习共 18 道小题，满分 100 分，考试时间 60 分钟；请在机读卡 and 答题纸规定位置填写个人信息。（将选择题中符合题意的选项涂在机读卡上，其余试题答在答题纸的指定区域内，考试结束时交机读卡 and 答题纸）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共计 24 分，每小题只有一个选项符合题意。

1. 如图所示，我国成功发射了“神舟七号”载人飞船。在飞船环绕地球运行期间，宇航员进行了出舱活动。关于宇航员在舱外活动时，下列说法中正确的是（ ）



A. 处于完全失重状态

B. 不受地球引力作用

C. 宇航员出舱后将做自由落体运动逐渐靠近地球

D. 宇航员出舱后将沿着原轨迹的切线方向做匀速直线运动

2. 宇航员在地球表面以初速度 v_0 竖直上抛一小球，经过时间 t 小球到达最高点；他在另一星球表面仍以初速度 v_0 竖直上抛同一小球，经过时间 $5t$ 小球到达最高点。取地球表面重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ ，空气阻力不计。则该星球表面附近重力加速度 g' 的大小为（ ）

A. 2 m/s^2

B. $\sqrt{2}\text{ m/s}^2$

C. 10 m/s^2

D. 5 m/s^2

3. 地球同步卫星的轨道半径约为地球半径的 7 倍，地球赤道上的物体随地球自转做匀速圆周运动的线速度大小约为 0.4km/s ，地球第一宇宙速度的大小约为 8km/s ，则可推得地球同步卫星线速度的大小约为（ ）

A. 1 km/s

B. 2 km/s

C. 3 km/s

D. 4 km/s

4. 若想检验“使月球绕地球运动的力”与“使苹果落地的力”遵循同样的规律，在已知月地距离约为地球半径 60 倍的情况下，需要验证（ ）

A. 地球吸引月球的力约为地球吸引苹果的力的 $\frac{1}{60^2}$

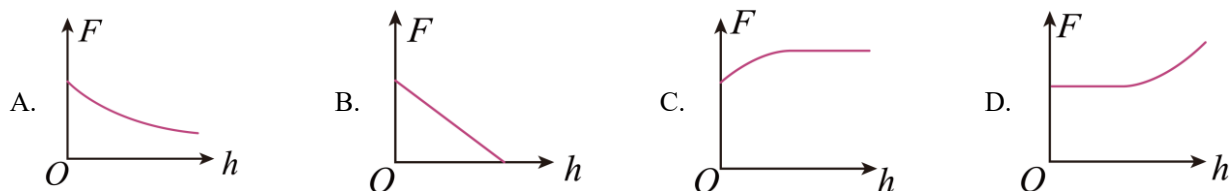
B. 月球公转的加速度约为苹果落向地面加速度的 $\frac{1}{60^2}$

C. 自由落体在月球表面的加速度约为地球表面的 $\frac{1}{6}$



D. 苹果在月球表面受到的引力约为在地球表面的 $\frac{1}{60}$

5. 如图所示，我国在西昌卫星发射中心用“长征三号丙”运载火箭，成功将第 16 颗北斗导航卫星发射升空并送入预定轨道。该卫星距离地球表面的高度为 h ， F 表示卫星所受的地球引力，能够定性描述 F 随 h 变化关系的图像是（ ）



6. 某人造地球卫星绕地球做匀速圆周运动。若设法调整该卫星轨道，使轨道半径增加为原来 2 倍后，卫星仍然做匀速圆周运动。关于卫星在调整轨道后的运动与原轨道上的运动相比，下列说法正确的是（ ）

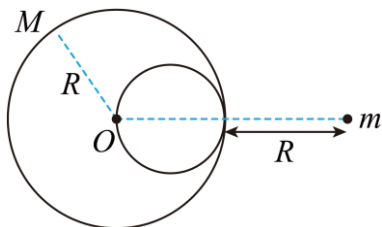
- A. 由 $T = \frac{2\pi r}{v}$ 可知，卫星的周期增加为原来的 2 倍
- B. 由 $F = \frac{mv^2}{r}$ 可知，卫星所需向心力减小为原来的 $\frac{1}{2}$
- C. 由 $F = m\omega^2 r$ 可知，卫星所需向心力增加为原来的 2 倍
- D. 由 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 可知，卫星所需向心力减小为原来的 $\frac{1}{4}$

7. 我国将发射“天宫二号”空间实验室，之后发射“神舟十一号”飞船与“天宫二号”对接。假设“天宫二号”与“神舟十一号”都围绕地球做匀速圆周运动，为了实现飞船与空间实验室的对接，下列措施可行的是



- A. 使飞船与空间实验室在同一轨道上运行，然后飞船加速追上空间实验室实现对接
- B. 使飞船与空间实验室在同一轨道上运行，然后空间实验室减速等待飞船实现对接
- C. 飞船先在比空间实验室半径小的轨道上加速，加速后飞船逐渐靠近空间实验室，两者速度接近时实现对接
- D. 飞船先在比空间实验室半径小的轨道上减速，减速后飞船逐渐靠近空间实验室，两者速度接近时实现对接

8. 有一质量为 M 、半径为 R 、密度均匀的球体，在距离球心 O 为 $2R$ 的地方有一质量为 m 的质点。现从 M 中挖去半径为 $\frac{1}{2}R$ 的球体，如图所示，则剩余部分对 m 的万有引力为（ ）



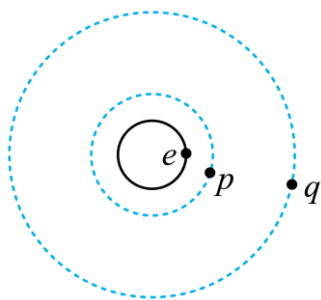
- A. $\frac{GMm}{4R^2}$ B. $\frac{5GMm}{18R^2}$ C. $\frac{GMm}{18R^2}$ D. $\frac{7GMm}{36R^2}$

二、不定项选择题：本题共 4 小题，每小题 4 分，共计 16 分。每小题有一至多个选项符合题意，全部选对的得 4 分，选对但不全的得 2 分，错选或不答得 0 分。

9. 假设地球和火星都绕太阳做匀速圆周运动，已知地球到太阳的距离小于火星到太阳的距离，那么 ()

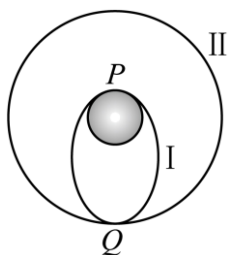
- A. 地球公转周期大于火星的公转周期 B. 地球公转的线速度大于火星公转的线速度
C. 地球公转的加速度大于火星公转的加速度 D. 地球公转的角速度大于火星公转的角速度

10. 如图，地球赤道上的山丘 e ，近地资源卫星 p 和同步通信卫星 q 均在赤道平面上绕地心做匀速圆周运动。设 e 、 p 、 q 的圆周运动速率分别为 v_1 、 v_2 、 v_3 ，向心加速度分别为 a_1 、 a_2 、 a_3 ，则 ()



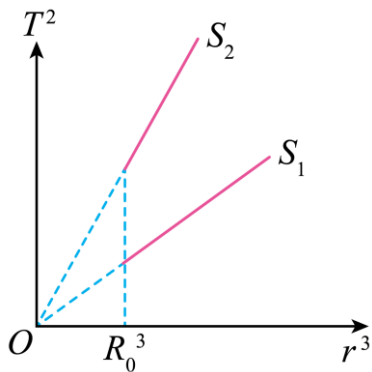
- A. $v_1 > v_2 > v_3$ B. $v_1 < v_2 < v_3$
C. $a_1 > a_2 > a_3$ D. $a_1 < a_3 < a_2$

11. 我国自主研发的“北斗卫星导航系统”是由多颗卫星组成的，其中有地球同步卫星。在发射地球同步卫星的过程中，卫星首先进入椭圆轨道 I，如图所示，然后在 Q 点通过改变卫星速度，让卫星进入地球同步轨道 II，则 ()



- A. 该卫星的发射速度必定大于 7.9km/s
B. 在轨道 I 上，卫星在 P 点速度大小等于在 Q 点速度大小
C. 在轨道 II 上的运行周期大于在轨道 I 上的运行周期
D. 在轨道 II 上经过 Q 的加速度等于在轨道 I 上经过 Q 的加速度

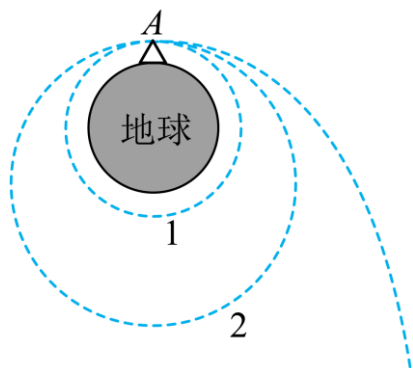
12. 宇宙中半径均为 R_0 的两颗恒星 S_1 、 S_2 ，相距无限远。经过长期观测，发现若干行星分别环绕恒星 S_1 、 S_2 运动的公转周期平方 T^2 公转半径立方 r^3 的规律如图所示。则 ()



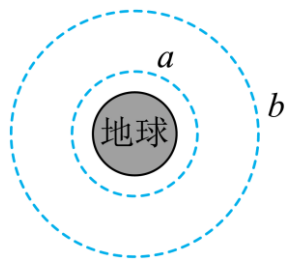
- A. S_1 的质量大于 S_2 的质量
 B. S_1 的密度小于 S_2 的密度
 C. S_1 表面的环绕速度大于 S_2 表面的环绕速度
 D. S_1 表面的重力加速度小于 S_2 表面的重力加速度

三、填空题：本题共 2 小题，共 14 分。请将解答填写在答题纸相应的位置

13. (1) 如甲图所示，从地球表面 A 处以不同速度抛出物体，可能的抛出速度为 5km/s 、 7.9km/s 、 10km/s 、 11.2km/s ，则轨迹 1 为 _____ km/s ；轨迹 2 为 _____ km/s 。

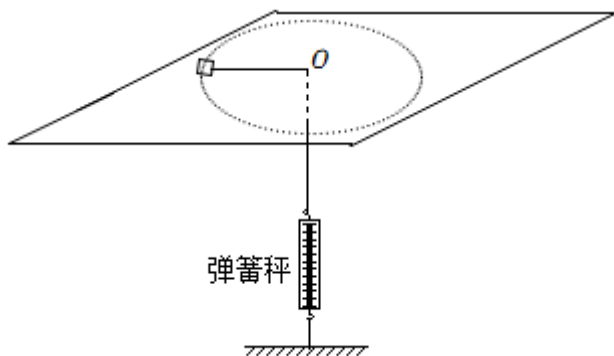


(2) 如乙图所示，卫星分别沿 a 、 b 轨道做匀速圆周运动，可能的运动速度为 4km/s 、 7km/s 、 11.2km/s 、 16.7km/s ，请将速度对应于乙图中的轨道上：则轨道 a 为 _____ km/s ；轨道 b 为 _____ km/s 。



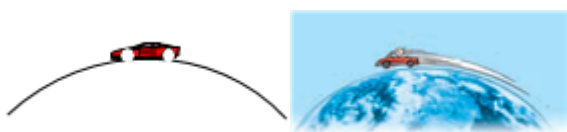
14. 随着航天技术的发展，许多实验可以搬到太空中进行。飞船绕地球做匀速圆周运动时，无法用天平称量物体的质量。假设某宇航员在这种环境下设计了如图所示装置（图中 O 为光滑的小孔）来间接测量物体的质量：给待测物体一个初速度，使它在桌面上做匀速圆周运动。设飞船中带有基本的测量工具。

- (1) 物体与桌面间的摩擦力可以忽略不计，原因是_____。
 (2) 实验时需要测量的物理量是弹簧秤示数 F 、圆周运动的周期 T 和_____。
 (3) 待测物体质量的表达式为_____。



四、计算论证题：本题共 4 小题，共计 46 分。解答时请写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤。只写出最后答案的不能得分。有数值计算的题目，答案中必须明确写出数值和单位。

15. 有一个质量为 800kg 的小汽车驶上圆弧半径为 50m 的拱桥，重力加速度 g 取 10m/s^2 。



- (1) 汽车到达桥顶时速度为 5m/s ，汽车对桥的压力是多大；
- (2) 汽车以多大的速度经过桥顶时恰好对桥面没有压力；
- (3) 假如拱桥的半径增大到与地球 $R=6370\text{km}$ 一样，当汽车的速度不断地增大就会在桥上腾空形成绕地球做圆周运动的卫星，求使汽车成为卫星的最小速度（结果可带根号）。

16. 万有引力定律揭示了天体运行规律与地上物体运动规律具有内在的一致性。用弹簧秤称量一个相对于地球静止的小物体的重量，随称量位置的变化可能会有不同的结果。已知地球质量为 M ，自转周期为 T ，万有引力常量为 G 。将地球视为半径为 R 、质量均匀分布的球体，不考虑空气的影响。设在地球北极地面称量时，弹簧秤的读数是 F_0 。

(1) 若在北极上空高出地面 h 处称量，弹簧秤读数为 F_1 ，求比值 $\frac{F_1}{F_0}$ 的表达式，并就 $h=1.0\%R$ 的情形算出具体数值(计算结果保留两位有效数字)；

(2) 若在赤道地面称量，弹簧秤读数为 F_2 ，求比值 $\frac{F_2}{F_0}$ 的表达式。

17. (1) 开普勒行星运动第三定律指出：行星绕太阳运动的椭圆轨道的半长轴 a 的三次方与它的公转周期 T 的二次方成正比，即 $\frac{a^3}{T^2} = k$ ， k 是一个对所有行星都相同的常量。将行星绕太阳的运动按圆周运动处理，请你推导出太阳系中该常量 k 的表达式。已知引力常量为 G ，太阳的质量为 $M_{\text{太}}$ 。

(2) 开普勒定律不仅适用于太阳系，它对一切具有中心天体的引力系统（如地月系统）都成立。经测定月地距离为 $3.84 \times 10^8\text{m}$ ，月球绕地球运动的周期为 $2.36 \times 10^6\text{s}$ ，试计算地球的质量 $M_{\text{地}}$ 。（ $G=6.67 \times 10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2$ ，结果保留一位有效数字）

18. 通过用天文望远镜长期观测，人们在宇宙中已经发现了许多双星系统，通过对它们的研究，使我们对



宇宙中物质的存在形式和分布情况有了较深刻的认识，双星系统由两个星体构成，其中每个星体的线度都远小于两星体之间的距离。一般双星系统距离其他星体很远，可以当作孤立系统来处理。

现根据对某一双星系统的光度学测量确定：该双星系统中每个星体的质量都是 m ，两者相距 L ，它们正围绕两者连线的中点做圆周运动。

(1) 试计算该双星系统的运动周期 $T_{\text{计算}}$ ；

(2) 若实验上观测到的运动周期为 $T_{\text{观测}}$ ，且 $T_{\text{观测}} : T_{\text{计算}} = 1 : \sqrt{N}$ ($N > 1$)。为了解释 $T_{\text{观测}}$ 与 $T_{\text{计算}}$ 的不同，目前有一种流行的理论认为，在宇宙中可能存在一种望远镜观测不到的暗物质。作为一种简化模型，我们假定在以这两个星体连线为直径的球体内均匀分布着这种暗物质。若不考虑其他暗物质的影响，请根据这一模型和上述观测结果确定该星系间这种暗物质的密度。



参考答案

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共计 24 分，每小题只有一个选项符合题意。

1. 【答案】A

【详解】AB、宇航员绕地球做匀速圆周运动，万有引力提供向心力，处于完全失重状态，A 正确，B 错误；CD、宇航员出舱后，在地球引力作用下仍然绕地球做匀速圆周运动，不会自由落体逐渐靠近地球也不会沿切线方向做匀速直线运动，CD 错误。

2. 【答案】A

【详解】根据逆向思维可知，在地球上

$$v_0 = gt$$

在另一个星球上

$$v_0 = g'(5t)$$

解得，星球表面附近重力加速度的大小

$$g' = \frac{g}{5} = 2\text{m/s}^2$$

故 A 正确，BCD 错误。

故选 A。

3. 【答案】C

【详解】地球同步卫星与在地球赤道上随地球自转做匀速圆运动的物体具有相同的角速度，根据

$$v = \omega R$$

可得

$$\frac{v_{\text{同}}}{v_{\text{自}}} = \frac{7R}{R}$$

解得

$$v_{\text{同}} = 7v_{\text{自}} = 2.8\text{km/s} \approx 3\text{km/s}$$

故选 C。

4. 【答案】B

【详解】A. 设月球质量为 $M_{\text{月}}$ ，地球质量为 M ，苹果质量为 m ，则月球受到的万有引力为

$$F_{\text{月}} = \frac{GM M_{\text{月}}}{(60r)^2}$$

苹果受到的万有引力为

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

由于月球质量和苹果质量之间的关系未知，故二者之间万有引力的关系无法确定，故选项 A 错误；

B. 根据牛顿第二定律



$$\frac{GM_{\text{月}}}{(60r)^2} = M_{\text{月}}a_{\text{月}}, \quad \frac{GMm}{r^2} = ma$$

整理可以得到

$$a_{\text{月}} = \frac{1}{60^2} a$$

故选项 B 正确；

C. 在地球表面处

$$G \frac{Mm'}{R_{\text{地}}^2} = m'g_{\text{地}}$$

在月球表面处

$$G \frac{M_{\text{月}}m'}{r_{\text{月}}^2} = m'g_{\text{月}}$$

由于地球、月球本身的半径大小、质量大小关系未知，故无法求出月球表面和地面表面重力加速度的关系，故选项 C 错误；

D 由 C 可知，无法求出月球表面和地面表面重力加速度的关系，故无法求出苹果在月球表面受到的引力与地球表面引力之间的关系，故选项 D 错误。

故选 B。

5. 【答案】A

【详解】由万有引力定律可得

$$F = G \frac{Mm}{(R+h)^2}$$

当 $h=0$ 时

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

且随 h 的增大， F 非线性减小，对比可知，A 正确。

故选 A。

6. 【答案】D

【详解】A. 设地球质量为 M ，质量为 m 的卫星绕地球做半径为 r 、周期为 T 的匀速圆周运动，根据牛顿第二定律有

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

解得

$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM}}$$

所以卫星轨道半径增加为原来 2 倍后，其周期增加为原来的 $2\sqrt{2}$ 倍，故 A 错误；



BCD. 根据 $v = \frac{2\pi r}{T}$ 和 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 可知变轨后卫星的线速度和角速度也将发生变化, 所以不能根据 $F = \frac{mv^2}{r}$

和 $F = m\omega^2 r$ 来计算卫星所需向心力变化的倍数, 只能根据万有引力定律 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 来判断, 从而可得

卫星所需向心力减小为原来的 $\frac{1}{4}$, 故 BC 错误, D 正确。

故选 D。

7. 【答案】C

【详解】试题分析: 在同一轨道上运行加速做离心运动, 减速做向心运动均不可实现对接. 则 AB 错误; 飞船先在比空间实验室半径小的轨道上加速, 则其做离心运动可使飞船逐渐靠近空间实验室, 两者速度接近时实现对接. 则 C 正确; 飞船先在比空间实验室半径小的轨道上减速, 则其做向心运动, 不可能与空间实验室相接触. 则 D 错误. 故选 C.

考点: 人造地球卫星

【名师点睛】此题是关于人造卫星的变轨问题, 明确正常运行的卫星加速做离心运动会达到高轨道, 若减速则会做向心运动达到低轨道.

8. 【答案】D

【详解】根据题意, 由万有引力公式 $F = \frac{GMm}{r^2}$ 可得, 未挖去之前, 球体和质点间的引力为

$$F_1 = \frac{GMm}{(2R)^2} = \frac{GMm}{4R^2}$$

挖去部分球体和质点间的引力为

$$F_2 = \frac{GM' m}{\left(\frac{R}{2} + R\right)^2} = \frac{4GM' m}{9R^2}$$

由公式 $M = \rho V$ 及 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ 可得

$$M' = \frac{1}{8}M$$

则有

$$F_2 = \frac{GMm}{18R^2}$$

则剩余部分对 m 的万有引力为

$$F = F_1 - F_2 = \frac{7GMm}{36R^2}$$

故选 D。

二、不定项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 4 分, 共计 16 分。每小题有一至多个选项符合题



意，全部选对的得 4 分，选对但不全的得 2 分，错选或不答得 0 分。

9. 【答案】BCD

【详解】行星绕太阳做匀速圆周运动，根据万有引力提供向心力可得

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = ma$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}, \quad a = \frac{GM}{r^2}$$

由于地球到太阳的距离小于火星到太阳的距离，则有

$$v_{\text{地}} > v_{\text{火}}, \quad \omega_{\text{地}} > \omega_{\text{火}}, \quad a_{\text{地}} > a_{\text{火}}, \quad T_{\text{地}} < T_{\text{火}}$$

故选 BCD。

10. 【答案】D

【详解】AB. 山丘 e 和同步通信卫星 q 具有共同的角速度，则

$$v_1 < v_3$$

近地资源卫星 p 和同步通信卫星 q 均在赤道平面上绕地心做匀速圆周运动，则

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

所以

$$v_2 > v_3$$

综上

$$v_2 > v_3 > v_1$$

故 AB 两项错误；

CD. 山丘 e 和同步通信卫星 q 具有共同的角速度，则

$$a_1 < a_3$$

近地资源卫星 p 和同步通信卫星 q 均在赤道平面上绕地心做匀速圆周运动，则

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma$$

所以

$$a_2 > a_3$$

综上

$$a_2 > a_3 > a_1$$



故 C 项错误，D 项正确。

故选 D。

11. 【答案】ACD

【详解】A. 该卫星的发射速度应大于 7.9km/s ，小于 11.2km/s ，A 正确；

B. P 点为轨道 I 上的近地点， Q 点为远地点，根据开普勒第二定律可知，在轨道 I 上，卫星在 P 点的速度大于在 Q 点的速度，B 错误；

C. 根据开普勒第三定律可得

$$\frac{a^3}{T^2} = k$$

由于卫星在轨道 II 上的轨道半径大于在轨道 I 上的半长轴，可知卫星在轨道 II 上的运行周期大于在轨道 I 上的运行周期，C 正确。

D. 由

$$G \frac{Mm}{r^2} = ma$$

得

$$a = \frac{GM}{r^2}$$

在轨道 II 上经过 Q 的加速度等于在轨道 I 上经过 Q 的加速度。D 正确。

故选 ACD。

12. 【答案】AC

【详解】A. 根据万有引力提供向心力得出

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

得

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \frac{r^3}{T^2}$$

根据图象可知 S_1 的 $\frac{r^3}{T^2}$ 比较大，所以 S_1 的质量大于 S_2 的质量，A 正确；

B. 由图可知，两恒星的半径相等，则体积相等，根据 $\rho = \frac{M}{V}$ 可知 S_1 的密度大于 S_2 的密度，B 错误；

C. 根据

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

可得

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$



可知 S_1 表面的环绕速度大于 S_2 表面的环绕速度，C正确；

D. 根据

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

可得

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

可知 S_1 表面的重力加速度大于 S_2 表面的重力加速度，D错误。

故选 AC。

三、填空题：本题共 2 小题，共 14 分。请将解答填写在答题纸相应的位置

13. 【答案】 ①. 7.9 ②. 10 ③. 7 ④. 4

【详解】(1) [1]由于地球的第一宇宙速度为 7.9km/s，是卫星做匀速圆周运动的最大环绕速度，也是卫星发射的最小速度，轨迹 1 为近地卫星的轨道，环绕速度为 7.9km/s。

[2]第二宇宙速度为 11.2km/s，为摆脱地球引力束缚的最小发射速度，轨迹 2 卫星绕地球做椭圆轨道运动，大于第一宇宙速度，未达到第二宇宙速度速度，故相应的速度为 10km/s。

(2) [3][4]轨道 a 、 b 的半径大于地球半径，轨道越高，环绕速度越小，则轨道 a 为 7km/s；轨道 b 为 4km/s。

14. 【答案】 ①. 物体与接触面间没有压力，摩擦力为零 ②. 圆周运动的半径 R ③. $m = \frac{FT^2}{4\pi^2 R}$

【详解】(1) [1]太空中物体处于完全失重状态，则与接触面间几乎没有压力，摩擦力几乎为零。

(2) [2]实验时需要测量的物理量是弹簧秤示数 F 、圆周运动的周期 T 和物体做圆周运动的半径 R 。

(3)[3]由向心力公式可知

$$F = m\omega^2 R = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

则可得待测物体质量的表达式

$$m = \frac{FT^2}{4\pi^2 R}$$

四、计算论证题：本题共 4 小题，共计 46 分。解答时请写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤。只写出最后答案的不能得分。有数值计算的题目，答案中必须明确写出数值和单位。

15. 【答案】 (1) 7600N (2) 22.4m/s (3) 7.9km/s

【详解】(1) 汽车在拱桥上做圆周运动，受向下的重力和向上的支持力；

$$\text{由牛顿第二定律 } mg - N = \frac{mv^2}{r}$$

代入数据解得 $N=7600N$

根据牛顿第三定律，汽车对桥的压力为 7600N



(2) 当汽车桥的压力为零时, 有: $mg = \frac{mv^2}{r}$

代入数据解得 $v = \sqrt{500m/s} = 10\sqrt{5} \text{ m/s} = 22.4 \text{ m/s}$

(3) 当桥的半径变为地球的半径时, 汽车要在桥面上腾空, 车对桥顶没压力. $mg = \frac{mv^2}{r}$ 带入数据接

得: $v = \sqrt{63700000} = 7.9 \text{ km/s}$

16. 【答案】(1) 0.98; (2) $\frac{F_2}{F_0} = 1 - \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 GM}$

【分析】根据万有引力等于重力得出比值 $\frac{F_1}{F_0}$ 的表达式, 并求出具体的数值. 在赤道, 由于万有引力的一个分力等于重力, 另一个分力提供随地球自转所需的向心力, 根据该规律求出比值 $\frac{F_2}{F_0}$ 的表达式.

【详解】(1) 在地球北极点不考虑地球自转, 则秤所称得的重力则为其万有引力, 于是 $F_0 = \frac{GMm}{R^2}$ ①,

$F_1 = \frac{GMm}{(R+h)^2}$ ②, 由公式 ①② 可以得出: $\frac{F_1}{F_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = 0.98$.

(2) 由于 $F_2 = \frac{GMm}{R^2} - m\omega^2 R = \frac{GMm}{R^2} - m \frac{4\pi^2}{T^2} R$ ③, ①和③可得: $\frac{F_2}{F_0} = 1 - \frac{4\pi^2 R^3}{GMT^2}$

【点睛】解决本题的关键知道在地球的两极, 万有引力等于重力, 在赤道, 万有引力的一个分力等于重力, 另一个分力提供随地球自转所需的向心力.

17. 【答案】(1) $k = \frac{G}{4\pi^2} M_{\text{太}}$; (2) $6 \times 10^{24} \text{ kg}$

【详解】(1) 因行星绕太阳做匀速圆周运动, 于是轨道的半长轴 a 即为轨道半径 r . 根据万有引力定律和牛顿第二定律有

$$G \frac{m_{\text{行}} M_{\text{太}}}{r^2} = m_{\text{行}} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$$

于是有

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2} M_{\text{太}}$$

即

$$k = \frac{G}{4\pi^2} M_{\text{太}}$$

(2) 在月地系统中, 设月球绕地球运动的轨道半径为 R , 周期为 T , 由 (1) 中可得

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2} M_{\text{地}}$$



解得

$$M_{\text{地}}=6 \times 10^{24} \text{kg}$$

18. 【答案】(1) $T_{\text{计算}} = \pi L \sqrt{\frac{2L}{Gm}}$; (2) $\rho = \frac{3(N-1)M}{2\pi L^3}$

【详解】(1) 双星均绕它们的连线的中点做圆周运动, 设运动速率为 v , 则由牛顿第二定律有

$$m \frac{v^2}{\frac{L}{2}} = \frac{Gm^2}{L^2}$$

解得

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{2L}}$$

可得周期为

$$T_{\text{计算}} = \frac{2\pi(\frac{L}{2})}{v} = \pi L \sqrt{\frac{2L}{Gm}}$$

(2) 根据观测结果, 星体的运动周期

$$T_{\text{观察}} = \frac{1}{\sqrt{N}} T_{\text{计算}} < T_{\text{计算}}$$

这说明双星系统中受到的向心力大于本身的引力, 故它一定还受到其他指向中心的作用力, 按题意这一作用来源于均匀分布的暗物质, 均匀分布在球体内的暗物质对双星系统的作用与一质量等于球内暗物质的总质量 M' 位于中点处的质量点相同。考虑暗物质作用后双星的速度即为观察到的速度 $v_{\text{观}}$, 则有

$$m \frac{v_{\text{观}}^2}{\frac{L}{2}} = \frac{GM^2}{L^2} + G \frac{MM'}{(\frac{L}{2})^2}$$

解得

$$v_{\text{观}} = \sqrt{\frac{G(M+4M')}{2L}}$$

因为在轨道一定时, 周期和速度成反比, 由题意得

$$\frac{1}{v_{\text{观}}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \cdot \frac{1}{v}$$

综合以上各式得

$$M' = \frac{N-1}{4} M$$

设所求暗物质的密度为 ρ , 则有

$$\rho \cdot \frac{4}{3} \pi (\frac{L}{2})^3 = \frac{N-1}{4} M$$

故



$$\rho = \frac{3(N-1)M}{2\pi L^3}$$