



北京师范大学附属实验中学

2020—2021 学年度第一学期初二年级数学期中试卷

班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

试卷说明：

1. 本试卷共 6 页，共计四道大题，28 道小题；
2. 本试卷卷面总分 120 分，其中附加题 20 分，考试时间为 100 分钟；
3. 请将所有答案写在答题纸相应位置处，选择题与画图题请用 2B 铅笔作答，主观题请用黑色签字笔作答；
4. 一律不得使用涂改液及涂改带，本试卷主观试题书写部分铅笔答题无效。

命题人：徐健

审题人：陈平

一、选择题：（每题 3 分，共 30 分）

1. 2020 年 5 月 1 日起，北京市全面推行生活垃圾分类。下面图标分别为厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾，其中不是轴对称图形的是



A.



B.



C.



D.

2. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，点  $P(-2, 4)$  关于  $x$  轴的对称点的坐标是

- A.  $(2, 4)$       B.  $(4, -2)$       C.  $(-4, 2)$       D.  $(-2, -4)$

3. 下列计算中，正确的是

- A.  $a^3 + a^3 = a^6$       B.  $a^2 \cdot a^5 = a^7$       C.  $(2a)^3 = 2a^3$       D.  $3a^8 \div a^2 = 3a^4$

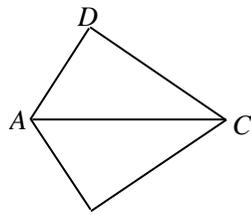
4. 如图，已知  $AB = AD$ ，那么添加下列一个条件后，仍无法判定  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$  的是

- A.  $CB = CD$       B.  $\angle BAC = \angle DAC$   
C.  $\angle BCA = \angle DCA$       D.  $\angle B = \angle D = 90^\circ$

5. 下列各式中，从左到右的变形是因式分解的是

- A.  $3x + 3y - 5 = 3(x + y) - 5$       B.  $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

- C.  $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$       D.  $x^3 + x = x^2 \left( x + \frac{1}{x} \right)$



B  
(第 4 题图)



6. 下列命题中，不正确的是

- A. 有一个外角是 $120^\circ$ 的等腰三角形是等边三角形
- B. 一条线段可以看成是以它的垂直平分线为对称轴的轴对称图形
- C. 等腰三角形的对称轴是底边上的中线
- D. 等边三角形有3条对称轴

7. 若 $x+m$ 与 $2-x$ 的乘积中不含 $x$ 的一次项，则实数 $m$ 的值为

- A. 2            B. -2            C. 0            D. 1

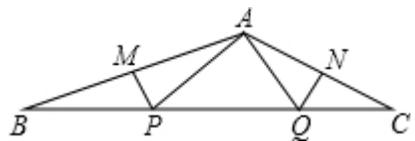
8. 已知 $a^x = m$ ,  $a^y = n$ , 则 $a^{2x+3y}$ 的值为

- A.  $2m+3n$             B.  $m^2+n^3$             C.  $m^2n^3$             D.  $\frac{m^2}{n^3}$

9. 如图,  $\angle BAC=130^\circ$ , 若 $MP$ 和 $QN$ 分别垂直平分

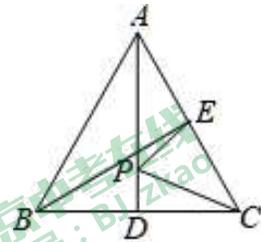
$AB$ 和 $AC$ , 则 $\angle PAQ$ 等于

- A.  $105^\circ$             B.  $80^\circ$             C.  $75^\circ$             D.  $50^\circ$



10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB = AC$ ,  $AD$ ,  $BE$ 是 $\triangle ABC$ 的两条中线,  $P$ 是 $AD$ 上的一个动点, 则下列线段的长等于 $CP + EP$ 最小值的是

- A.  $AC$             B.  $AD$
- C.  $BC$             D.  $BE$



## 二、填空题: (每空 2 分, 共 30 分)

11. 若 $(x-2)^0 = 1$ , 则 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

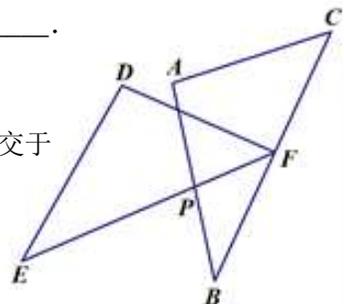
12. 计算: (1)  $(-3x^2)^3 =$ \_\_\_\_\_. (2)  $-a^4 \div a^3 =$ \_\_\_\_\_.

13. 分解因式:  $8ab^3c + 2ab =$ \_\_\_\_\_.

14. 如图,  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 点 $F$ 在 $BC$ 边上,  $AB$ 与 $EF$ 相交于点 $P$ . 若 $\angle DEF = 37^\circ$ ,  $PB = PF$ , 则 $\angle APF =$ \_\_\_\_\_°.

15. 对于分式 $\frac{2x}{x-1}$ , 当 $x$ \_\_\_\_\_时, 分式有意义;

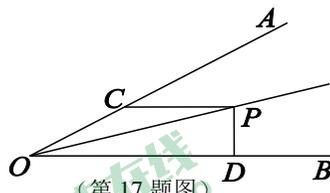
对于分式 $\frac{x^2+x-6}{x-2}$ , 当 $x$ \_\_\_\_\_时, 分式的值为零.



(第 14 题图)

16. 约分: (1)  $\frac{25a^2b}{15a^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)  $\frac{x^2-3x}{x^2-6x+9} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

17. 如图,  $\angle AOB=30^\circ$ ,  $OP$  平分  $\angle AOB$ ,  $PD \perp OB$  于点  $D$ ,  $PC \parallel OB$ , 交  $OA$  于点  $C$ . 若  $PC=10$ , 则  $OC = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $PD = \underline{\hspace{2cm}}$ .

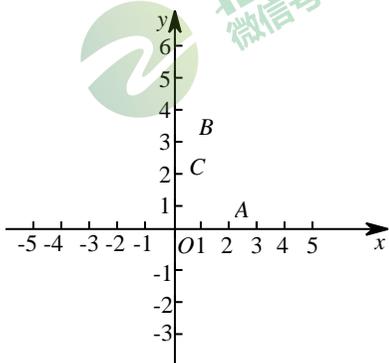


18. 如果多项式  $9+mx+x^2$  是完全平方式, 那么  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .

19. 计算:  $2.02 \times 52^2 - 2.02 \times 48^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

20. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 3)$ ,  $C(0, 2)$ , 点  $D$  在第二象限, 且  $\triangle AOB \cong \triangle OCD$ . 在坐标系中画草图分析可得:

- (1) 点  $D$  的坐标为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 点  $P$  在  $y$  轴上, 且  $\triangle PAC$  是等腰三角形, 则  $\angle CPA$  的大小为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



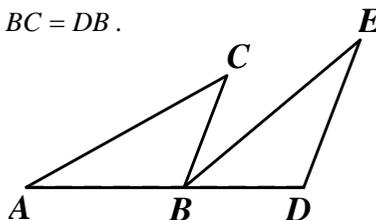
三、解答题: (21 题 6 分, 22 题 6 分, 23 题 16 分, 24 题 6 分, 25 题 6 分, 共 40 分)

21. 计算:

- (1)  $7m(4m^2p)^2 \div 7m^2$
- (2)  $(y+2)(y-2) - (y-1)(y+5)$

22. 如图, 点  $B$  在线段  $AD$  上,  $BC \parallel DE$ ,  $AB = ED$ ,  $BC = DB$ .

求证:  $\angle A = \angle E$ .





23. 将下列各式因式分解

(1)  $a^4 - 16$

(2)  $-mp^2 + 4mp - 4m$

(3)  $(x-3)x^2 + 9(3-x)$

(4)  $(m^2 + 2m)^2 - 2(m^2 + 2m) + 1$

24. 已知：如图，线段  $AB$  和射线  $BM$  交于点  $B$ .

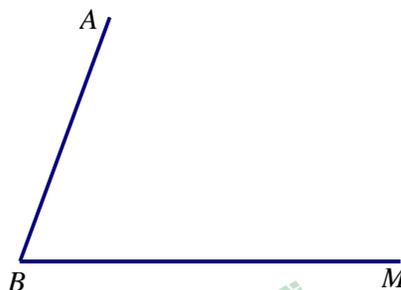
(1) 利用尺规完成以下作图，并保留作图痕迹（不写作法）.

①在射线  $BM$  上作一点  $C$ ，使  $AC=AB$ ;

②作  $\angle ABM$  的角平分线交  $AC$  于  $D$  点;

③在射线  $CM$  上作一点  $E$ ，使  $CE=CD$ ，连接  $DE$ .

(2) 在 (1) 所作的图形中，猜想线段  $BD$  与  $DE$  的数量关系，并证明.



25. 已知：在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB < 60^\circ$ ， $BD$  平分  $\angle ABC$ ，交  $AC$  于点  $D$ ，点  $E$  在线段  $BD$  上（点  $E$  不与点  $B, D$  重合），且  $\angle EAB = 2\angle ECB$ .

(1) 如图 1，若  $\angle ECB = 26^\circ$ ，且  $EB = EC$ ，则  $\angle DEC =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ， $\angle AEB =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ;

(2) 如图 2.

①求证： $AE + AB = BC$ ;

②若  $\angle EBC = 30^\circ$ ，且  $AB = CE$ ，求  $\angle ECB$  的度数.

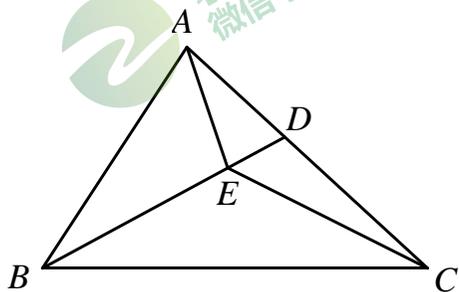


图 1

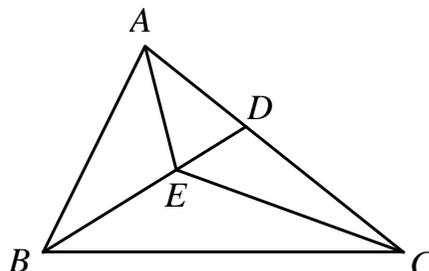


图 2



四、附加题：（26题6分，27题8分，28题6分，共20分）

26. 已知  $a, b, c$  满足  $a - b = 12$ ， $ab + 3c^2 + 36 = 0$ .

(1) 用含  $b$  的代数式表示  $a$ ，则  $a =$ \_\_\_\_\_；

(2) 求  $2a + b + c$  的值.

27. 数形结合是解决数学问题的重要思想方法，借助图形可以对很多数学问题进行直观推导和解释. 如图1，有足够多的A类、C类正方形卡片和B类长方形卡片. 用若干张A类、B类、C类卡片可以拼出如图2的长方形，通过计算面积可以解释因式分解：

$$2a^2 + 3ab + b^2 = (2a + b)(a + b).$$

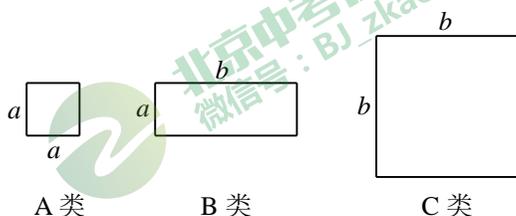


图1

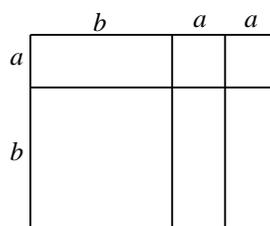


图2

(1) 若解释因式分解  $3a^2 + 4ab + b^2 = (a + b)(3a + b)$ ，需取A类、B类、C类卡片若干张（三种卡片都要取到），拼成一个长方形，请画出相应的图形；

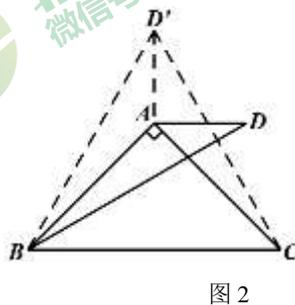
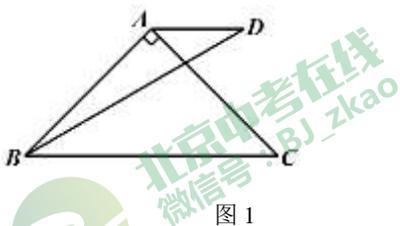
(2) 若取A类、B类、C类卡片若干张（三种卡片都要取到），拼成一个长方形，使其面积为  $5a^2 + mab + b^2$ ，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_，将此多项式分解因式为\_\_\_\_\_.

(3) 有3张A类，4张B类，5张C类卡片. 从中取出若干张纸片，每种纸片至少取一张，把取出的这些纸片拼成一个正方形（无空隙、无重叠地拼接），则拼成的正方形的边长最长为\_\_\_\_\_.

28. 数学老师布置了这样一道作业题：

在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC \neq BC$ ，点 $D$ 和点 $A$ 在直线 $BC$ 的同侧， $BD=BC$ ， $\angle BAC=\alpha$ ， $\angle DBC=\beta$ ， $\alpha+\beta=120^\circ$ ，连接 $AD$ ，求 $\angle ADB$ 的度数。

小涛提供了研究这个问题的过程和思路：先从特殊问题开始研究，当 $\alpha=90^\circ$ ， $\beta=30^\circ$ 时（如图1），利用轴对称知识，以 $AB$ 为对称轴构造 $\triangle ABD$ 的轴对称图形 $\triangle ABD'$ ，连接 $CD'$ （如图2），然后利用 $\alpha=90^\circ$ ， $\beta=30^\circ$ 以及等边三角形的相关知识便可解决这个问题。



(1) 结合小涛研究问题的过程和思路，得出这种特殊情况下 $\angle ADB$ 的度数为\_\_\_\_\_°；

(2) 结合小涛研究特殊问题的启发，请解决数学老师布置的这道作业题。





北京师范大学附属实验中学  
2020—2021 学年度第一学期初二年级数学期中试卷  
参考答案

一、选择题：（每题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	B	C	C	C	A	C	B	D

二、填空题：（每空 2 分，共 30 分）

11.  $x \neq 2$ .      12. (1)  $-27x^6$  (2)  $-a$  .      13.  $2ab(4b^2c+1)$ .

14.  $74$  °.      15.  $\neq 1$  ;  $= -3$ .      16. (1)  $\frac{5b}{3a}$  (2)  $\frac{x}{x-3}$ .

17.  $10$  ,  $5$  .      18.  $\pm 6$ .      19.  $808$  .

20. (1)  $(-3, 2)$ .

(2)  $22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ, 90^\circ$ .

三、解答题：（21 题 6 分，22 题 6 分，23 题 16 分，24 题 6 分，25 题 6 分，共 40 分）

21. 计算：

$$\begin{aligned} & 7m(4m^2p)^2 \div 7m^2 \\ &= 7m \cdot 16m^4p^2 \div 7m^2 \dots\dots\dots 1\text{分} \\ &= 16m^3p^2 \dots\dots\dots 2\text{分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (y+2)(y-2) - (y-1)(y+5) \\ &= y^2 - 4 - (y^2 + 4y - 5) \dots\dots\dots 2\text{分} \\ &= y^2 - 4 - y^2 - 4y + 5 \dots\dots\dots 3\text{分} \\ &= -4y + 1 \dots\dots\dots 4\text{分} \end{aligned}$$



22. 如图, 点  $B$  在线段  $AD$  上,  $BC \parallel DE$ ,  $AB = ED$ ,  $BC = DB$ .

求证:  $\angle A = \angle E$ .

证明:  $\because BC \parallel DE$ ,

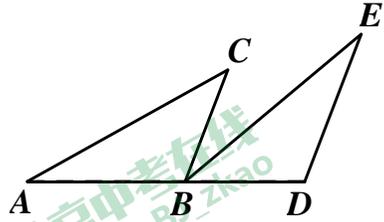
$$\therefore \angle ABC = \angle D \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle EDB$  中,

$$\begin{cases} AB = ED, \\ \angle ABC = \angle D, \\ BC = DB. \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDB (SAS) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle A = \angle E \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



23. 将下列各式因式分解

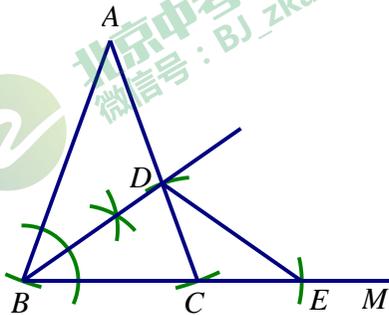
$$\begin{aligned} (1) \quad & a^4 - 16 \\ & = (a^2 + 4)(a^2 - 4) \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ & = (a^2 + 4)(a + 2)(a - 2) \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (x - 3)x^2 + 9(3 - x) \\ & = (x - 3)x^2 - 9(x - 3) \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \\ & = (x - 3)(x^2 - 9) \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ & = (x - 3)(x + 3)(x - 3) \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \\ & = (x - 3)^2(x + 3) \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & -mp^2 + 4mp - 4m \\ & = -(mp^2 - 4mp + 4m) \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \\ & = -m(p^2 - 4p + 4) \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ & = -m(p - 2)^2 \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (m^2 + 2m)^2 - 2(m^2 + 2m) + 1 \\ & = (m^2 + 2m - 1)^2 \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \end{aligned}$$

24. 解: (1) (注: 不写结论不扣分)



$$(2) \quad BD = DE \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

证明:  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$



$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC.$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle 4.$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle 4.$$

$$\because CE = CD,$$

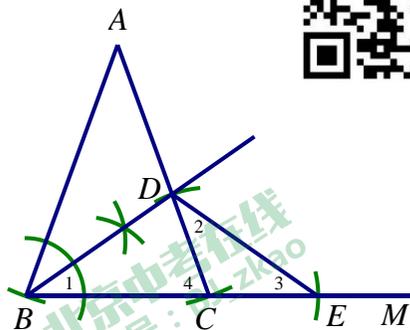
$$\therefore \angle 2 = \angle 3.$$

$$\because \angle 4 = \angle 2 + \angle 3,$$

$$\therefore \angle 3 = \frac{1}{2} \angle 4.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3.$$

$$\therefore BD = DE. \quad \dots\dots 6 \text{分}$$



25. 解: (1) 52, 102;  $\dots\dots 2 \text{分}$

(2) ①证明: 在 BC 上截取 BF, 使 BF=BA, 连接 EF. (如图 2)

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle FBE$  中,

$$\begin{cases} AB = FB, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ EB = EB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE. \quad \dots\dots 3 \text{分}$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4, \quad AE = FE.$$

$$\because \angle 4 = \angle 5 + \angle 6,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5 + \angle 6.$$

$$\because \angle 3 = 2\angle 6,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6.$$

$$\therefore FC = FE.$$

$$\therefore AE = FC.$$

$$\therefore AE + AB = FC + FB = BC. \quad \dots\dots 4 \text{分}$$

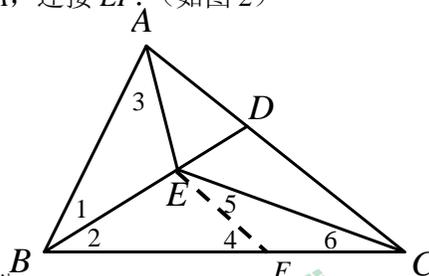


图 2

②解: 连接 AF. (如图 3)

$$\because \angle 1 = \angle 2 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle 1 + \angle 2 = 60^\circ.$$

$$\because AB = FB,$$

$$\therefore \triangle ABF \text{ 是等边三角形.}$$

$$\therefore AF = AB, \quad \angle FAB = 60^\circ.$$

$$\because AB = CE,$$

$$\therefore CE = AF.$$

在  $\triangle CFE$  和  $\triangle AEF$  中,

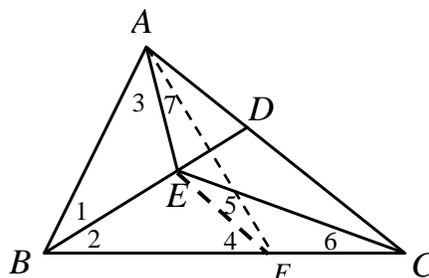


图 3



$$\begin{cases} CF=AE, \\ FE=EF, \\ CE=AF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle CFE \cong \triangle AEF$ . ..... 5分

$\therefore \angle 6 = \angle 7$ .

$\therefore \angle 7 + \angle 3 = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle 6 + \angle 3 = 60^\circ$ .

$\therefore \angle 3 = 2\angle 6$ ,

$\therefore \angle 6 + 2\angle 6 = 60^\circ$ .

$\therefore \angle 6 = 20^\circ$ .

即  $\angle ECB = 20^\circ$ . ..... 6分

(阅卷说明：其他正确方法相应给分)

四、附加题：（26题6分，27题8分，28题6分，共20分）

26. (1)  $a = b + 12$  ..... 2分

(2) 解： $\therefore ab + 3c^2 + 36 = 0$ ，且  $a = b + 12$

$\therefore (b + 12) \cdot b + 3c^2 + 36 = 0$

$b^2 + 12b + 36 + 3c^2 = 0$

$(b + 6)^2 + 3c^2 = 0$

$\therefore (b + 6)^2 \geq 0, 3c^2 \geq 0$

$\therefore b = -6, c = 0$

$\therefore a = b + 12 = 6$

$\therefore 2a + b + c = 12 - 6 + 0 = 6$ .

..... 6分

27. (1) 略. .... 2分

(2) 6,  $5a^2 + 6ab + b^2 = (5a + b)(a + b)$ . .... 6分

(3)  $a + 2b$ . .... 8分

28. (1)  $\angle ADB = 30^\circ$ . .... 2分

(2) 解：第一种情况：当  $60^\circ < \alpha \leq 120^\circ$  时

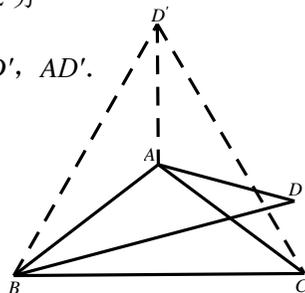
如图，作  $\angle ABD' = \angle ABD$ ， $BD' = BD$ ，连接  $CD'$ ， $AD'$ 。

$\therefore AB = AC$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ .

$\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ ,

$\therefore \alpha + 2\angle ABC = 180^\circ$ .



$$\therefore \angle ABC = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

同(1)可证  $\triangle ABD \cong \triangle ABD'$ .

$$\therefore \angle ABD = \angle ABD' = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \beta, \quad BD = BD', \quad \angle ADB = \angle AD'B.$$

$$\therefore \angle D'BC = \angle ABD' + \angle ABC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - \beta + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ - (\alpha + \beta).$$

$$\therefore \alpha + \beta = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle D'BC = 60^\circ.$$

以下同(1)可求得  $\angle ADB = 30^\circ$ . -----4分

**第二种情况:** 当  $0^\circ < \alpha < 60^\circ$  时,

如图,作  $\angle ABD' = \angle ABD$ ,  $BD' = BD$ , 连接  $CD'$ ,  $AD'$ .

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB.$$

$$\therefore \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + 2\angle ABC = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC - \angle ABC = \beta - (90^\circ - \frac{\alpha}{2}).$$

同(1)可证  $\triangle ABD \cong \triangle ABD'$ .

$$\therefore \angle ABD = \angle ABD' = \beta - (90^\circ - \frac{\alpha}{2}), \quad BD = BD', \quad \angle ADB = \angle AD'B.$$

$$\therefore \angle D'BC = \angle ABC - \angle ABD' = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} - [\beta - (90^\circ - \frac{\alpha}{2})] = 180^\circ - (\alpha + \beta).$$

$$\therefore \alpha + \beta = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle D'BC = 60^\circ.$$

$$\therefore BD = BD', \quad BD = BC,$$

$$\therefore BD' = BC.$$

$\therefore \triangle D'BC$  是等边三角形.

$$\therefore D'B = D'C, \quad \angle BD'C = 60^\circ.$$

同(1)可证  $\triangle AD'B \cong \triangle AD'C$ .

$$\therefore \angle AD'B = \angle AD'C.$$

$$\therefore \angle AD'B + \angle AD'C + \angle BD'C = 360^\circ,$$

$$\therefore 2\angle AD'B + 60^\circ = 360^\circ.$$

$$\therefore \angle AD'B = 150^\circ.$$

$$\therefore \angle ADB = 150^\circ. \quad \text{-----6分}$$

